

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА СЕТЕЙ ЭЛЕКТРОСВЯЗИ В ГОРНЫХ УСЛОВИЯХ

В. К. Попков<sup>\*,\*\*</sup>, Г. Ы. Токтошов<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, Россия

<sup>\*\*</sup> Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 630102, Новосибирск, Россия

---

УДК 517.977.56:519.876.2

Предложена гиперсетевая технология оптимизации проектных решений по созданию инженерных сетей в условиях высокогорья, являющаяся неоднородной по интенсивности природных разрушающих воздействий, условиям строительства и эксплуатации. На основе предложенной технологии показана сводимость сложной задачи, связанной с синтезом сети электросвязи, функционирующей в условиях высокогорья, к более простой гиперсетевой задаче.

**Ключевые слова:** неоднородная территория, рельеф местности, сеть ситуационных трасс, линейные сооружения, сети электросвязи, регулярная сетка, гиперсеть.

Project solution optimization by hypernet technology for engineering networks construction in highland conditions is suggested.

**Key words:** heterogeneous area, relief, situational tracks network, linear construction, telecommunications network, regular grid, hyper network.

**Введение.** В инфраструктуре современного информационно-индустриального общества сети электросвязи (СЭС) занимают одно из ключевых мест. Это вызвано возрастающей ролью информации в науке, сферах управления, обороны, безопасности, охраны правопорядка и др. СЭС является составляющей взаимоувязанной сети связи (ВСС) современного общества, обеспечивающей доставку информационных потоков, а ВСС в свою очередь представляют собой комплекс технологически сопряженных сетей связи общего пользования и ведомственных сетей, предназначенных для предоставления услуг связи на определенной территории. При этом главная составляющая ВСС – сети электросвязи общего пользования, которые открыты для всех физических и юридических лиц на определенной территории и на услуги которых не наложено каких-либо ограничений. Такие сети отличаются широкой разветвленностью, охватывают всю территорию некоторого региона, обслуживают органы управления народным хозяйством, население, структуры, отвечающие за оборону и безопасность.

Таким образом, сети электросвязи имеют большое значение в современном обществе, так как их нормальная работа обеспечивает управление хозяйственной и иной деятельностью в любых условиях. Поэтому одной из важнейших задач является обеспечение устойчивого функционирования этих сетей в чрезвычайных условиях, обусловленных влиянием непреднамеренных природных факторов в горной местности. Следовательно, при создании сетей электросвязи определенного назначения, функционирующих в условиях высокогорья с разнообразными природными факторами и высокой степенью неоднородности, на первое место выходят проблемы анализа структурной надежности и других показателей живучести сетей электросвязи, устойчивых к повреждению элементов непредвиденными природными факторами. Задачи синтеза сети электросвязи с заданной структурной надежностью по критерию связности структурной модели можно сформулировать следующим образом: для сети электросвязи, у которой связность должна быть не менее  $k$ , требуется найти резервные маршруты на тот случай, если в результате непредвиденных природных воздействий связность данной сети станет меньше  $k$  либо сеть вообще станет несвязной. При этом необходимо учитывать все факторы воздействий и неоднородность территории, на которой предполагается размещение сетей электросвязи.

Таким образом, разработка соответствующей методологии оптимизации проектных решений, учитывающей взаимодействие сети электросвязи определенного назначения с окружающей средой, является актуальной задачей.

**1. Используемые понятия и определения.** Сети электросвязи представляют собой многоуровневую иерархическую структуру, включающую множество узлов, связанных между собой определенным образом. Сети делятся на первичные и вторичные [1-3]. Под первичной сетью понимается совокупность сетевых узлов, сетевых станций и линий передачи, образующих типовые каналы передачи и типовые групповые тракты. Вторичная сеть – совокупность коммутационных станций, узлов коммутации, оконечных абонентских устройств и каналов вторичной сети, организованных на базе каналов передачи первичной сети.

Иными словами, первичные сети связи снабжают вторичные сети каналами передачи и физическими цепями, а вторичные сети связи обеспечивают транспортировку, коммуникацию и распределение сигналов в службах электросвязи.

Первичная сеть связи как основа системы электросвязи определяет ее главные качественные характеристики: устойчивость, надежность, живучесть, пропускную способность, управляемость и технико-экономические показатели. В настоящее время эти сети, отличающиеся широкой разветвленностью и предназначенные для передачи всех видов информации, базируются на кабельных (коаксиальных, симметричных и волоконно-оптических), радиорелейных (прямой видимости и тропосферных), спутниковых и воздушных линиях передачи.

Сети связи для нужд обороны, безопасности и охраны правопорядка (вторичные сети) обычно создаются на базе каналов сетей связи общего пользования и ведомственных сетей, предоставляемых спецпотребителям на арендной основе. При этом ведомственные сети и сети связи, организованные в интересах управления, обороны, безопасности и охраны правопорядка, представляют собой сети ограниченного пользования и технологически взаимодействуют с сетями общего пользования. Под взаимодействием следует понимать совместное функционирование сетей электросвязи с целью выполнения общих задач, решаемых с их помощью.

**2. Математическая модель для сетей электросвязи.** Рассматривается классическая гиперсетевая модель сетей электросвязи, работающих в условиях высокогорья.

**2.1. Первичные сети.** Сети электросвязи представляют собой распределенную структуру, размещенную на большой территории. Схема функционирования СЭС задается с помощью графа  $G = (X, V)$ , который определяет ее физическую структуру; его ребра  $v_i$  соответствуют физическим компонентам СЭС (таким, как каналы связи), проложенным от вершины  $x \in X$  графа  $G$  (узла) к вершине  $y \in X$ . Узлы СЭС соответствуют источникам (приемникам) потоков либо осуществляют транзитные функции для существующих потоков. Такие вершины графа СЭС называются транзитными. Совокупность ребер, по которым необходимо пройти потоку из вершины  $x$  в вершину  $y$ , называется путем или маршрутом  $(x, y)$ . Если для любых двух вершин графа  $G$  существует путь, то граф называется связным, в противном случае граф не связан. В этом случае характеристики элементов первичной сети электросвязи соответствуют параметрам соответствующих вершин и ветвей графа  $G$ .

**2.2. Вторичные сети.** Структура вторичной сети (если не рассматривать ее реализацию на первичной сети) также хорошо моделируется графом  $L = (Y, R)$ , где  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$  – множества вершин;  $R = (r_1, r_2, \dots, r_q)$  – множество ребер графа  $L$ . Каждому узлу связи (коммутируемому или некоммутируемому) вторичной сети соответствуют вершины графа  $L$ , а каждому каналу (или пучку каналов) вторичной сети соответствует ребро графа  $L$ . При этом характеристики элементов вторичной сети соответствуют параметрам вершин ребер графа  $L$ .

2.3. *Модель гиперсети.* Реальная сеть любого назначения строится на основе первичной сети, т. е. на базе физических каналов, а именно: технические средства первичной сети (в первую очередь линии связи, каналобразующая аппаратура и устройства кроссировки) обеспечивают организацию каналов вторичной сети. Узлы вторичных сетей обычно не относятся к первичным сетям. Очевидно, что в этом случае более подходящим объектом, позволяющим рассматривать первичные и вторичные сети электросвязи как единого объекта исследования, является гиперсеть [4-6], свободная от ряда недостатков, присущих графам.

В работах [4-6] в качестве математической модели для структуры сетей электросвязи рассматривается гиперсеть, с помощью которой удастся сформулировать адекватные постановки задач анализа и синтеза этих сетей.

**Определение 1.** Гиперсеть  $S = (X, V, R; P, F, W)$  – математическая модель, описывающая структуру сетей электросвязи как единого объекта исследования и включающая:

- 1)  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  – множества вершин;
- 2)  $V = (v_1, v_2, \dots, v_g)$  – множества ветвей;
- 3)  $R = (r_1, r_2, \dots, r_m)$  – множества ребер;
- 4)  $P: V \rightarrow 2^X$  – отображение, сопоставляющее каждому элементу  $v \in V$  множество  $P(v) \subseteq X$  его вершин; тем самым отображение  $P$  определяет граф  $PS = (X, V; P)$ ;
- 5)  $F: R \rightarrow 2_{PS}^V$  – отображение, сопоставляющее каждому элементу  $r \in R$  множества  $F(r)$  ветвей, причем семейство подмножеств ветвей  $2_{PS}^V$  содержит такие подмножества, ветви которых составляют связную часть графа  $PS$ ; отображение  $F$  определяет гиперграф  $FS = (V, R; F)$ ;
- 6)  $W: r \rightarrow 2^{P(F(r))} \quad \forall r \in R$  – отображение, сопоставляющее каждому элементу  $r \in R$  подмножество  $W(r) \subseteq P(F(r))$  его вершин, где  $P(F(r))$  – множество вершин в  $PS$ , инцидентных ветвям  $F(r) \subseteq V$ ; отображение  $W$  определяет граф  $WS = (X, R; W)$ .

Таким образом, гиперграф  $PS$  – первичная сеть, а гиперграф  $WS$  – вторичная сеть.

Из определения гиперсети следует, что граф первичной сети  $G = (X, V)$  соответствует первичной сети  $PS = (X, V; P)$  гиперсети  $S = (X, V, R)$  (рис. 1,а), а граф вторичной сети  $L = (Y, R)$  соответствует вторичной сети  $WS = (X, R; W)$  гиперсети  $S$  (рис. 1,б). Взаимодействие этих сетей определяется гиперграфом  $S = (X, V, R)$ , т. е. ветвь  $v \in V$  инцидентна ребру  $r \in R$  тогда и только тогда, когда соответствующий канал  $r$  вторичной сети реализован по линии передачи первичной сети соответствующей ветви  $v$ . Таким образом, структура сети электросвязи полностью задана гиперсетью (рис. 1,в).

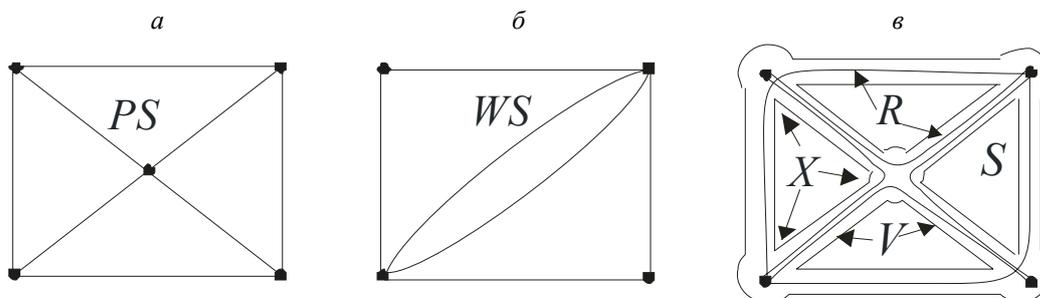


Рис. 1. Примеры гиперсети:

а – первичная сеть, б – вторичная сеть, в – гиперсеть

**3. Особенности проектирования сетей электросвязи в условиях высокогорья.** Наряду с основными характеристиками местности и информационным обеспечением проектной деятельности рассматривается математическое обеспечение процесса проектирования.

3.1. *Горная местность: основные характеристики и особенности.* Горная местность оказывает большое влияние как на проектирование, так и на строительство сетей электросвязи. Факторами, определяющими высокогорный характер, являются гористость и высотность [7, 8]. Эти факторы определяют конструктивные особенности сетей и специфические условия их проектирования, сооружения и эксплуатации. Гористость характеризуется резкой пересеченностью рельефа, наличием труднопроходимых естественных препятствий и изолированных друг от друга направлений, ограниченным количеством дорог и населенных пунктов, крайним разнообразием климата и растительности, возможностью образования камнепадов, снежных лавин, обвалов и бурных, внезапно возникающих паводков, а также преобладанием каменистых грунтов.

Основными природными факторами горной местности, влияющими на нормальное функционирование сети электросвязи, являются ветер, гололед, гроза, сели, оползни, осыпи, обвалы, лавины, камнепады, температура воздуха, солнечная радиация, дождь, камнепад, пески, галечники, снежники, ледники, уровневый и ледовый режим рек, скорость течения воды, деформационные процессы, происходящие в русле и пойме, условия затопления поймы, химический состав воды и другие факторы, характерные для горной местности [8, 9].

Таким образом, при проектировании сетей электросвязи в гористой местности встречаются разнообразные природные условия, характерные только для гор. В целом специфические природные условия горной местности, влияющие на выбор проектных решений при создании сетей электросвязи, можно классифицировать следующим образом [7, 8]:

- топографические условия (стесненность и извилистость ущелий, крутизна склонов, сложнопересеченный и косогорный рельеф, бездорожье и др.);
- метеорологические условия (температура, солнечная радиация, ветер, гололед, снег, грозы, дождь и др.);
- высота над уровнем моря;
- природные явления (сели, обвалы, лавины, камнепады, оползни и др.);
- геологические условия (тектоническая деятельность, сейсмичность, типы пород и др.);
- почвенный покров (глины, пески, галечники, снежники, ледники и др.);
- гидрологические условия (уровневый и ледовый режим рек, скорость течения, деформационные процессы, происходящие в русле и пойме, условия затопления поймы, химический состав воды и др.).

Данные условия, характерные для горной местности, оказывают влияние на выбор трассы линейной части сети электросвязи, проведение изыскательских работ, нетиповые решения механической и электрической части, а также на формы, методы, объемы строительно-монтажных работ и эксплуатацию.

Таким образом, проектирование и строительство инженерных сетей в условиях высокогорья затруднено большим количеством специфических природных условий, определяющих объем работ, их стоимость и надежность эксплуатации. К числу этих природных условий относятся, прежде всего, сложнопересеченный рельеф местности с большим диапазоном относительных и абсолютных отметок, негативные физико-геологические явления, бездорожье и сложные метеорологические условия. Указанные трудности усугубляются недостаточным опытом проектирования и строительства инженерных сетей в горных условиях. Поэтому для отыскания оптимальных проектных решений в горных условиях необходимо использовать иной подход, в котором применяются современные принципы проектирования, различные методы оптимизации, а также учитывается мировой опыт.

3.2. *Информационное обеспечение проектной деятельности инженера.* Эффективность проектируемой сети электросвязи, повышение ее качества, технико-экономическое обоснование принимаемых проектных решений зависят, прежде всего, от качества исходной информации о местности. Поэтому сбор и анализ исходных данных, достоверно описывающих природные и ситуационные особенности участка, на котором предполагается создание инженерной сети, является важным этапом проектной деятельности инженера.

Исходными данными для выбора оптимального проектного решения являются топоосновы местности, выполненные по определенным стандартам. На топооснове должны быть максимально точно отражены все природные и ситуационные особенности, рельеф местности, наземные постройки, подземные коммуникации, автомобильные и железные дороги и другие инженерные сооружения, способствующие или препятствующие строительству сети электросвязи данного участка. При проектировании инженерных сетей рельеф местности играет не менее значительную роль, чем наземные или подземные инженерные сооружения. В определенных случаях рельеф местности полностью определяет вид и структуру проектируемой сети. Например, при больших и резких перепадах высот на малых расстояниях строительство кабельной канализации невозможно, зато в данном случае целесообразно применить схему организации связи методом радиодоступа или использовать лазерные системы связи [10]. Однако в этом случае влияние на организацию и размещение базовых станций сети радиодоступа оказывают жилые постройки, а в случае использования лазерных систем – высотные постройки.

Следует отметить, что сбор и анализ исходных данных, достоверно отображающих особенности участка, на котором размещается сеть электросвязи, является неотъемлемой составляющей деятельности инженера-проектировщика. Поэтому разработка единой модели интегрированной информационной основы (МИИО), достоверно отображающей природные, социально-экономические и ситуационные особенности данного участка с учетом рельефа местности, на котором размещается инженерная сеть, является наиболее важным этапом в создании сети электросвязи на некоторой территории.

В данной работе предложена методика разработки МИИО некоторой территории, основанная на концепции послойного представления исходных данных. При оптимизации проектных решений по созданию инженерных сетей в качестве такой основы могут быть использованы различные виды карт (топографические, цифровые, электронные и т. д.), отображающие природные и ситуационные особенности данного участка, рельеф местности, наземные и подземные коммуникации и т. д. Использование этих карт позволяет решить различные прикладные задачи (определить расстояние между отдельными точками местности и высотные характеристики местности, сориентировать линии, измерить площади фигур и т. д.) [11], а также задачи проектирования сетей электросвязи с заданной живучестью.

Концепция послойного представления дает возможность сгруппировать в одном слое исходные данные, объекты и явления, имеющие общие свойства или функциональные признаки (рис. 2). На рис. 2 видно, что совокупность слоев образует МИИО для оптимизации проектных решений, в которых объединяющей основой являются топографические карты и соответствующий граф ситуационных трасс.

Создание МИИО в процессе поиска и отбора проектных решений предполагает выбор способов оптимального и наиболее эффективного отображения объектов и явлений на топографической карте по назначению и приоритету. Последовательный отбор отображаемых на карту объектов и явлений должен учитывать особенности проектной деятельности инженера, назначение и вид сети электросвязи. Например, отображение рельефа осуществляется несколькими способами: горизонтали; штриховка; высотные отметки; рельефные карты и т. д.

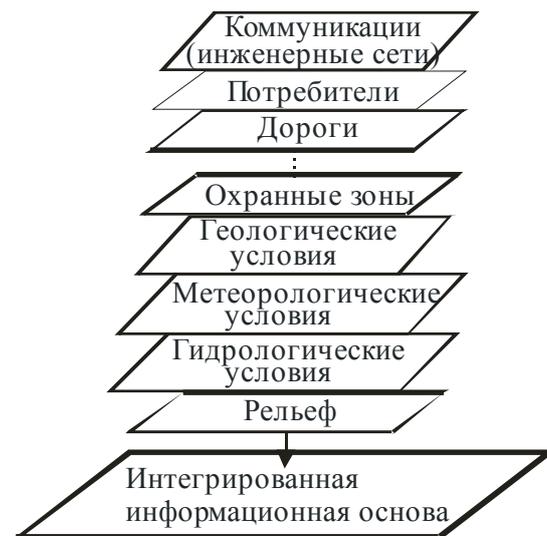


Рис. 2. Послойное представление исходных данных

Гидрологические объекты отображаются на карте местности с максимально возможной точностью. При проектировании инженерной сети обязательным является отображение степени насыщенности территории элементами гидрографии. Инженер-проектировщик должен легко обнаружить районы с различными речными сетями.

При отображении населенных пунктов необходимо учитывать, что инженер-проектировщик должен легко ориентироваться в главных административно-территориальных и экономических центрах данной территории, а также получить представление о плотности размещения населенных пунктов в различных районах территории и сведения о количестве жителей и их потребностях в том или ином виде услуг.

Отображение метеорологических условий местности должно осуществляться с учетом того, что климатические условия в значительной степени определяют конструктивные параметры сети электросвязи. Поскольку метеорологическая характеристика данного участка меняется в зависимости от рельефа и отметок, отображение метеорологических условий требует определения дифференцированных расчетных климатических районов по отдельным участкам данной территории.

Геологическая характеристика горных грунтов имеет большое значение для решения ряда вопросов и оказывает существенное влияние на условия строительства и экономические показатели сети электросвязи. Поэтому отображение физико-геологических явлений и процессов осуществляется с учетом таких явлений и процессов, как осыпи, обвалы, оползни, сели. Исключительно важную роль в возникновении таких геологических процессов, как суффозия, карст, пльвунность и просадки лессовых пород, играют подземные воды.

Отображения коммуникационных объектов (автомобильные и железные дороги, газо-, нефте- и водопроводы, линии электросвязи, электрические сети и т. п.) должны осуществляться с учетом зоны влияния одних сооружений на другие и учитывать уже существующие или проектируемые инженерные сооружения.

В результате получается общая многослойная модель местности, которая может быть представлена сочетанием частных моделей местности (слоев) [11]: рельефа, ситуационных особенностей, почвенно-грунтовых, гидрологических, инженерно-геологических, гидрометеорологических условий, технико-экономических показателей и других характеристик местности.

Таким образом, МИИО некоторой территории представляет собой топографический материал, разбитый по слоям. Каждый слой может включать математические элементы и элементы плановой и высотной основы, рельефа местности, гидрографию, метеорологию, геологию, дорожную сеть, коммуникации и т. д. Кроме того, МИИО должна включать информацию о каждом объекте, расположенном на ней.

3.3. *Математическое обеспечение проектной деятельности инженера.* Выполним содержательную постановку задачи оптимального проектирования сетей электросвязи, функционирующих в условиях высокогорья. Содержательная постановка задачи построения сетей электросвязи заключается в следующем. Пусть на ограниченном участке горной местности задано положение объектов (узловые элементы сетей электросвязи, потребители, источники и т. д.), которые надо связать линейными сооружениями и на основе которых необходимо построить сеть, устойчивую к разрушающим природным воздействиям и имеющую минимальную стоимость.

Поскольку разрушающая интенсивность природных факторов и соответственно удельные затраты на строительство сетей электросвязи в различных точках различны, горную местность, на которой предполагается строительство сетей электросвязи, можно считать неоднородной по условиям строительства и эксплуатации. В качестве модели такого участка может быть принята некоторая поверхность в трехмерном пространстве с некоторыми точками на ней [12]. Эту поверхность обозначим через  $\Pi$ , а множество точек на ней – через  $X$ . Поверхность  $\Pi$  является образом земной поверхности, а каждая из точек  $x_i \in X$  – образом пункта земной поверхности, в котором размещен какой-либо объект. Проекция поверхности  $\Pi$  на плоскость  $xOy$  представляет собой область  $D$ , в которой заданы точки, являющиеся образами точек поверхности  $\Pi$ . Пусть также задана сеть ситуационных трасс (вершины сети – возможные места расположения станций, узлов, перекрестков дорог и т. п.).

Задача заключается в поиске оптимального маршрута между заданными узлами в графе ситуационных трасс, построенном на множестве точек плоскости  $xOy$ , устойчивой к разрушающим природным воздействиям, вдоль которого будет построено линейное сооружение.

Поскольку рельеф местности оказывает значительное влияние на выбор проектных решений, удобной схемой сложного рельефа является сеточная аппроксимация его элементов. Суть предлагаемого метода заключается в моделировании рельефа местности сеткой, формируемой конечным множеством элементов. В методе сеток искомая трасса линейного сооружения аппроксимируется кусочно-линейной функцией, рассчитанной в некоторых граничных точках сеточной области – узлах. На каждой ветви и в каждом узле сетки будут отображены численные характеристики физической области, которая является цифровой или математической моделью рельефа местности. Сеточная аппроксимация элементов рельефа позволяет использовать при автоматизированном проектировании инженерных сетей современные средства вычисления. В предлагаемом методе с помощью сеток создается математическая модель местности, в которой имеется совокупность точек местности с известными трехмерными координатами  $(x, y, h)$  и различными кодовыми обозначениями, предназначенная для аппроксимации местности с ее природными характеристиками и ситуационными особенностями.

В общем случае в зависимости от вида и назначения инженерной сети и категории рельефа может быть использована двумерная сетка на плоскости или трехмерная сетка в пространстве для аппроксимации элементов рельефа с учетом природных и ситуационных особенностей участка размещения инженерной сети.

Пусть на некотором участке  $D$  земной поверхности задано положение объектов  $X_0$ , которые надо связать линейными сооружениями, так чтобы затраты на строительство были минимальными и обеспечивалась необходимая структурная надежность сети при выводе из строя элементов сети электросвязи непредвиденными воздействиями разрушающих природных факторов. Для этих сетей электро-

связи практически не существует ограничений на параметры трассы в профиле, важно преодоление только ситуационных препятствий. Для того чтобы учесть ситуационные особенности данного участка при оптимизации проектных решений, в этом случае удобно использовать двумерную сетку на плоскости [13].

Рассмотрим прямоугольную область (часть топографической карты)  $\Omega = \{(x, y) \mid a < x < b, c < y < d\}$ , содержащую участок земной поверхности  $D$  и все ее точки (рис. 3).

Для простоты область  $\Omega$  покроем регулярной сеткой  $l_x \times l_y$ :

$$\begin{aligned} l_x &: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b, \\ l_y &: c = y_0 < y_1 < \dots < y_m = d, \end{aligned}$$

образованной двумя семействами прямых:  $x = x_j, j = 0, 1, \dots, n$ , параллельных оси  $Oy$ , и  $y = y_i, i = 0, 1, \dots, m$ , параллельных оси  $Ox$ , которая делит область  $\Omega$  на прямоугольные ячейки  $\Omega_{ij}$ , где  $\Omega_{ij} = \{(x, y) \mid x \in (x_j, x_{j+1}), y \in (y_i, y_{i+1})\}$  (рис. 4). Точки пересечения прямых  $x_j$  и  $y_i$  будем называть узлами сетки и обозначать через  $x_{ji}$ . Величины  $l_x = x_j - x_{j-1}, j = 2, \dots, n$  и  $l_y = y_i - y_{i-1}, i = 2, \dots, m$  назовем шагами сетки, квадрат, образованный пересечением прямых  $x = x_j, x = x_{j-1}, y = y_i, y = y_{i-1}$ , – ячейкой сетки, часть плоскости, покрытую сеткой  $\Omega$ , – сеточной областью, прямые  $y = y_1, y = y_m, x = x_1, x = x_n$  – нижней, верхней, левой и правой границами области соответственно. Стороны ячеек будем называть дугой сетки.

В силу того, что сетка является регулярной, расстояния между узлами (шаги) одинаковы, т. е. эти узлы равноотстоящие:

$$\begin{aligned} l_x &: x_1 - x_0 = \dots = x_n - x_{n-1} = l = \text{const}, \\ l_y &: y_1 - y_0 = \dots = y_m - y_{m-1} = l = \text{const}. \end{aligned}$$

Тогда  $l = l_x = l_y$ , и для координаты любого узлового элемента  $(x_j, y_i)$  данной сетки имеют место выражения  $x_{j+1} = x_j + l = x_0 + (j+1)l, j = 0, 1, \dots, n-1$  и  $y_{i+1} = y_i + l = y_0 + (i+1)l, i = 0, 1, \dots, m-1$ .

Таким образом, область  $\Omega$  можно представить в виде регулярной сетки, образованной множеством прямоугольных ячеек  $\Omega_{ij} = \{(x, y) \mid x \in (x_j, x_{j+1}), y \in (y_i, y_{i+1})\}$ , т. е.  $\Omega = \bigcup \Omega_{ij}$ . Область  $D$  должна быть покрыта сеткой  $\Omega$  таким образом, чтобы объекты из множества  $X_0$ , где  $X_0 \in D$ , размещались в некоторых ее узлах. Если это невозможно, то объекты из множества  $X_0$  смещаются в ближайший узел сетки  $\Omega$ .

Узлы регулярной сетки  $\Omega$  обозначим через  $x_{ji} = (x_j, y_i), x_{j+k, i+r} = (x_{j+k}, y_{i+r})$ , где  $k, r = \{-1; 0; 1\}$

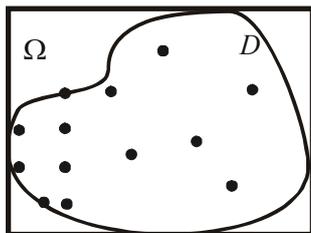


Рис. 3. Прямоугольная область  $\Omega$ , содержащая участок  $D$

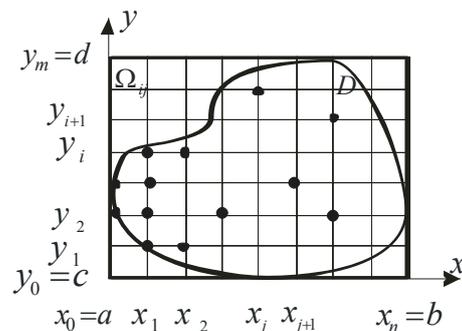


Рис. 4. Сеточная область  $\Omega$  на плоскости

$\forall j \neq k, i \neq r$ . Каждая пара узлов  $x_{ji} \in X$  и  $x_{j+k,i+r} \in \Gamma(x_{ji})$  представляет собой ветви регулярной сетки. Любая ветвь  $(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$  регулярной сетки  $\Omega$ , соединяющая пары точек  $x_{ji}$  и  $x_{j+k,i+r}$ , характеризуется длиной  $\rho$  и весом  $Q$ .

В зависимости от конфигурации регулярной сетки длина ветви  $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$  определяется следующим образом:

$$- \text{ для прямоугольной сетки без диагоналей } \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = |x_{j+k} - x_j| + |y_{i+r} - y_i|;$$

$$- \text{ для прямоугольной сетки с диагоналями } \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \sqrt{(x_{j+k} - x_j)^2 + (y_{i+r} - y_i)^2}.$$

Нетрудно показать, что для сетей электросвязи величина  $\rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ , характеризующая длину линейного сооружения от вершины  $x_{ji}$  до вершины  $x_{j+k,i+r}$ , удовлетворяет аксиоме метрического пространства, т. е. для всех  $i, j$  и  $k, r = \{-1; 0; 1\}$ , где  $j \neq k, i \neq r$ , справедливы следующие соотношения:

$$1) \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) \geq 0 \Rightarrow \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = 0, \text{ если } x_{ji} = x_{j+k,i+r};$$

$$2) \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \rho(x_{j+k,i+r}, x_{ji});$$

$$3) \rho(x_{j-1,i-1}, x_{j+k,i+r}) \leq \rho(x_{j-1,i-1}, x_{ji}) + \rho(x_{ji}, x_{j+k,i+r}), k, r \neq \{-1; 0\}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае областью  $\Omega$  является сеточное метрическое пространство с некоторой заданной размерностью, в котором могут быть последовательно размещены структуры соответствующих подсистем, составляющих проектное решение в создании сетей электросвязи. Следовательно, с помощью сеточного метрического пространства  $\Omega$  задачи поиска оптимальной сети на неоднородной территории могут быть сведены к известным задачам теории графов и теории гиперсетей.

В зависимости от ситуации величина  $\rho$  может интерпретироваться по-разному: 1) время строительства по ветвям; 2) надежность ветви; 3) безопасность ветви и т. п.

Для оценки стоимости строительства инженерной сети в области  $D$  каждой дуге  $(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ ,  $r, k = \{-1; 0; 1\} \forall j \neq r, i \neq k$  сетки  $\Omega$  присвоим вес, равный

$$Q(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) = \psi(x_{ji}, x_{j+k,i+r}) + U(x_{j+k,i+r}).$$

Здесь  $x_{ji} = (x_j, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$  – координаты точек пересечения сетки  $\Omega$ ;  $\psi(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$  – стоимость линейных сооружений (трубопроводов, кабелей и т. п.) и их монтажа на участке, соответствующем дуге  $(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$ , определяемая по формуле  $\psi(S) = \sum_{v \in V} a(v)\rho(v) + \sum_{r \in R} b(r)\rho(r)$ ;

$\rho(r) = \sum_{v \in V} \rho(v)$  – длина ребер  $r \in R$  гиперсети  $S$ , проходящей по ветвям  $v \in V$  (первое слагаемое в выражении для  $\psi(S)$  определяет затраты на строительные работы включая стоимость земляных работ по сооружению временных подъездных дорог, мостов, защитных сооружений и других устройств, а второе – затраты на приобретение и монтаж линейных сооружений (трубопроводов, кабелей и т. д.) включая эксплуатационные затраты);  $U(x_{j+k,i+r})$  – стоимость приобретения и установки узловых элементов инженерной сети в точке на территории, соответствующей вершине  $x_{j+r,i+k}$ , в которую дуга

$(x_{ji}, x_{j+k,i+r})$  входит, определяемая по формуле  $U(S) = \sum_{i=1}^l c_i$ ;  $l$  – количество узловых элементов;  $c_i$  – стоимость узлового элемента, размещаемого на некотором  $i$ -м участке, включая стоимость его размещения и монтажа.

Запись  $Q(x_{ji}, x_{j+k, i+r})$  и  $\rho(x_{ji}, x_{j+k, i+r})$  означает зависимость этих величин от координат точек метрического пространства  $\Omega$ .

**Определение 2.** Область  $D$  на плоскости  $xOy$  называется однородной или плоской территорией, если во всей этой области значения функции  $Q(x_{ji}, x_{j+k, i+r})$  постоянны, т. е.  $Q(x_{ji}, x_{j+k, i+r}) = \text{const}$   $\forall i, j, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$  и  $\forall k, r = \{-1; 0; 1\}$  ( $j \neq k, i \neq r$ ). В противном случае эта область называется неоднородной территорией (например, горная местность – высокая степень неоднородности).

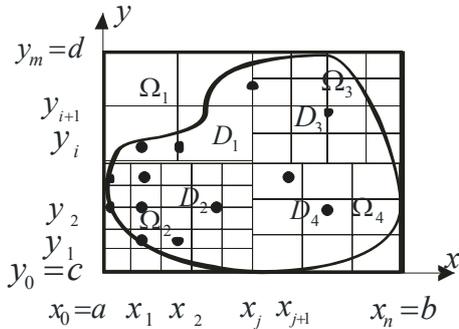


Рис. 5. Блочная сеточная область  $\Omega$

Иными словами, в горной местности интенсивность воздействия природных факторов и удельные строительные затраты в различных точках области  $D$  различны, т. е. значение функции  $Q(x_{ji}, x_{j+k, i+r})$  зависит от координат точек  $x_{ji}, x_{j+k, i+r} \in D$ . В этом смысле участок  $D \in \Omega$  горной местности, на котором предполагается размещение сети электросвязи, можно считать неоднородным. Для того чтобы учесть эту неоднородность, представим, что заданный участок  $D$  горной местности разбивается на несколько элементарных участков  $D_1, \dots, D_\tau$  с приблизительно одинаковыми

природными и ситуационными условиями. Внутри каждого участка  $D_l$ , где  $l = 1, \dots, \tau$  – количество элементарных участков, создается своя расчетная сетка  $\Omega_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$  (рис. 5).

Очевидно, что вся сеточная область  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$ . Размеры ячеек отдельной сетки  $\Omega_l$  обратно пропорциональны объему вычислений в соответствующей подобласти  $D_l$ . Действительно, уменьшение размеров ячеек сетки позволяет получить более точное решение и наилучшее приближение к оптимуму в данной области, однако при этом увеличивается объем вычислений.

Для обеспечения необходимой точности аппроксимации рельефа местности размеры ячеек сетки  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$  должны быть выбраны следующим образом [11]: 1) для равнинной местности – 20-30 м; 2) для пересеченной местности – 10-15 м; 3) для горной местности – 5-7 м. Следовательно, для участка  $D_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$  со сложным рельефом и высокой степенью неоднородности необходимо выбирать сетки с меньшим размером ячеек. Такой выбор обусловлен сложностью проведения строительномонтажных работ на таких участках.

В результате разбиения получаем сеточную модель местности, которая позволяет с достаточной степенью достоверности в математической форме описать и количественно оценить условия строительства, учесть топографические, гидрологические и инженерно-геологические особенности рельефа.

Любой отрезок  $[x_{ji}^l, x_{j+k, i+r}^l]$  на блочной сетке  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$ , соединяющий пары точек  $x_{ji}^l, x_{j+k, i+r}^l$  на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$ , также характеризуется длиной и весом. Длина  $\rho(x_{ji}^l, x_{j+k, i+r}^l) \geq 0$  этого отрезка равна суммарной длине элементарных отрезков на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$ , на которые его можно разбить:

$$\rho(x_{ji}^l, x_{j+k, i+r}^l) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \rho(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i).$$

Здесь  $\tilde{x}_j, \tilde{y}_i$  – точки деления осей  $x, y$  на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ ;  $j=0, 1, 2, \dots, N$ ,  
 $\tilde{x}_0 = x_j < \dots < x_{j+k} = \tilde{x}_N$ ,  $\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j-1} = \Delta x_j$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, M$ ,  $\tilde{y}_i = y(\tilde{x}_j)$ ,  $\tilde{y}_0 = y_i < \dots < y_{i+r} = \tilde{y}_M$ ,  
 $\tilde{y}_i - \tilde{y}_{i-1} = \Delta y_i$ .

Вес  $Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l)$  отрезка, соединяющего пары точек  $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$  на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ , равен суммарному весу тех же элементарных отрезков

$$Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M Q(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i). \quad (3.1)$$

Здесь  $Q(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i)$  – целевая функция на  $(j, i)$ -м отрезке, принадлежащем  $l$ -му элементарному участку  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ , определяемая по формуле

$$Q(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i) = \sum_{l=1}^{\tau} \delta_l \left( \psi(\tilde{x}_j, \tilde{y}_i) + U(\tilde{y}_i) \right),$$

$\tau$  – количество элементарных участков, на которые разделена область  $D$ ;  $\delta_l \in R^+ \quad \forall l: \delta_l \geq 1$  – коэффициент стоимостного удорожания, учитывающий специфичность природных условий на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ . Значение коэффициента  $\delta_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$  должно выбираться в каждом случае с учетом специфики природных условий и категории рельефа местности на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ .

Значение функции  $Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l)$ , являющейся весом отрезка  $[x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l]$ , интерпретируется как затраты на строительство инженерной сети вдоль участка земной поверхности, на котором отображается линейная часть инженерной сети в виде отрезка  $[x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l]$ .

*Определение 3.* Соединяющая пару точек  $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$  кривая  $\eta_{ji}^l$  на плоскости  $xOy$ , вдоль которой строится линейное сооружение, называется трассой линейного сооружения на  $l$ -м элементарном участке  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ . Любой маршрут на плоскости  $xOy$ , который может служить трассой или ее частью, назовем допустимым маршрутом.

Тогда задача оптимизации инженерной сети в горной местности со сложным рельефом и высокой степенью неоднородности заключается в поиске допустимого маршрута на блочной сетке  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$  между заданными точками  $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l$  из множества  $X^l$ , который определяет минимальное значение приведенных затрат (3.1) на  $l$ -м участке  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ . В целом при решении задач оптимизации сетей обычно предполагается, что при размещении инженерной сети на земной поверхности критерием оптимальности является условие  $Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) \rightarrow \min$  для всех точек  $x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l \in D_l$  данного  $l$ -го элементарного участка  $D_l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ .

Наконец, суммарная стоимость всей линии, соединяющей пары узлов  $x$  и  $y$ , определяется следующим образом:

$$Q(x, y) = \sum_{l=1}^{\tau} \left( \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m Q(x_{ji}^l, x_{j+k,i+r}^l) \right), \quad k, r = \{-1; 0; 1\}. \quad (3.2)$$

Здесь  $x = x_{ni}$ ,  $y = x_{ni}$ ,  $x_{ji} = (x_j, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ ;  $j=1, 2, \dots, n$ .

Очевидно, что значение целевой функции  $Q(x, y) \geq 0$  является кусочно-постоянным, в соответствии с этим отрезки минимального веса (оптимальные трассы на земной поверхности), соединяющие заданные точки  $x, y$ , являются кусочно-линейными.

Таким образом, блочная сетка  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$ , взвешенная выражением (3.2), определяет математическую модель горной местности со сложным рельефом и высокой степенью неоднородности, в которой отображена совокупность точек местности с известными координатами и различными весами ветвей и вершин, предназначенная для аппроксимации местности с разнообразными природными условиями и ситуационными особенностями. Наконец, формальная постановка задачи синтеза сети электросвязи с заданной живучестью в сеточной постановке представляется следующим образом: необходимо построить сеть, устойчивую к разрушающим природным воздействиям и имеющую минимальную стоимость, т. е. найти конфигурацию сети электросвязи, при которой  $Q(x, y) \rightarrow \min$  и  $\omega(G) \geq k$ , где граф  $G = (X, V)$  является конфигурацией проектируемой сети, построенной на множестве объектов  $X \in \Omega$ , с помощью которых требуется построить сеть, устойчивую к разрушающим природным воздействиям и имеющую минимальную стоимость.

**4. Гиперсетевая технология оптимизации проектных решений.** Одним из основных свойств любых систем сетевых структур, в том числе сетей электросвязи, является подверженность их влиянию внешней среды. Поэтому в основе решения любой задачи проектирования сетей электросвязи лежит проблема взаимодействия элементов сети с окружающей средой. Так как сети электросвязи реализуются на земной поверхности с различными природными и градостроительными факторами, то их эффективность в значительной степени зависит от характеристик этой поверхности. Как отмечено выше, поверхность, на которой предполагается размещение сети электросвязи, можно считать неоднородной по интенсивности природных разрушающих воздействий, условиям строительства и эксплуатации. Поэтому разработка соответствующей технологии оптимизации проектных решений, учитывающей эту неоднородность, является актуальной задачей. Такая технология должна учитывать, что структурные модели сети электросвязи имеют более двух различных интегрированных уровней, которые в процессе оптимизации проектных решений будут последовательно реализованы один в другом в зависимости от природных и градостроительных особенностей данного участка. Иными словами, сети электросвязи представляют собой многоуровневую иерархическую структуру, включающую множество узлов, связанных между собой определенным образом. В настоящей работе предложена гиперсетевая технология оптимизации проектных решений, учитывающая все эти особенности и неоднородность данной территории и основанная на методе сеток.

**4.1. Гиперсетевая технология: описание и разработка.** Суть гиперсетевой технологии оптимизации проектных решений сетей электросвязи заключается в том, что в основу послойного описания сети закладывается некоторое сеточное метрическое пространство  $\Omega$  с некоторой заданной размерностью, в котором последовательно размещаются структуры соответствующих подсистем, составляющих проектное решение сетей электросвязи.

Отношения инцидентности между различными элементами множеств создают не только структуру линейных сооружений, но и взаимосвязь между различными сетями, составляющими всю совокупность линейных сооружений. Вообще говоря, каждому элементу технической системы сопоставляется элемент гиперсети, в котором выделяется определенное количество полюсов. Два различных инцидентных элемента гиперсети связаны путем отождествления полюсов этих элементов. Так как сеть электросвязи расположена в евклидовом пространстве, которое моделируется пространством  $\Omega$ , то каждому полюсу будет соответствовать некоторый элемент из  $\Omega$ .

Таким образом, в иерархической гиперсети пара гиперграфов из соседних уровней упорядочена, т. е. имеются нижний (базовый) и верхний (вторичный) гиперграфы. Гиперграфы, стоящие на одном уровне, взаимодействуют через узлы (инцидентность) или опосредованно (слабая инцидентность) через ребра гиперграфа нижнего слоя.

Так как проектные изыскания ведутся в "полевых условиях", то в отличие от стандартного подхода изыскатель за счет гиперсетевой технологии на месте может находить локальные оптимальные решения, используя математическое обеспечение ноутбука и выход в Интернет. Кроме того, предлагаемая технология позволяет путем последовательного построения сети на очередном слое свести сложную постановку задачи к более простой, но, возможно, большей размерности. Например, требуется описать некоторую городскую сеть связи. В этом случае получают восемь последовательно вложенных друг в друга уровней разнотипных сетей: сеть координат; сеть участков улиц; сеть ситуационных трасс прокладки кабельных линий; сеть кабельной канализации; сеть каналов для укладки кабельных линий (асбестоцементные трубы); сеть кабельных линий; сеть пучков каналов (витых пар); сеть абонентских и (или) соединительных линий.

Следует отметить, что в зависимости от рассматриваемой задачи количество вложенных друг в друга уровней разнотипных сетей может быть различным.

Таким образом, гиперсетевая технология позволяет описать любую взаимосвязанную совокупность сетей электросвязи (включая транспортные) с учетом всех структурных параметров и экономических характеристик. Такой подход позволяет решать оптимизационные задачи проектирования с учетом разрушающих внешних воздействий.

Остановимся на разработке самой гиперсетевой технологии, применяемой в проектной деятельности инженера и основанной на методе сеток и модели иерархической гиперсети  $S$ , учитывающей природные, социально-экономические и градостроительные особенности данной территории, на которой предполагается строительство сетей электросвязи.

На множестве узлов регулярной сетки  $\Omega$ , наложенной на область  $D$  (см. п. 3), построим граф  $PG = (X, G; F_0)$ , в котором множество вершин  $X$  соответствует множеству узлов этой сетки, а множество ветвей  $G$  – ветвям, соединяющим соответствующие пары узлов.

Далее на множестве узлов основы данного участка построим граф ситуационной трассы  $PO = (X_1 \subseteq X, U; F_1)$ , в котором  $X_1$  – множество узлов основы, а  $U$  – всевозможные трассы для линейных сооружений.

Для множества узлов инженерных сетей построим граф вида  $PS = (X_2 = X_0, V; F_2)$ , в котором множество вершин  $X_2$  соответствует местам непосредственного размещения узловых элементов сети, а множество ребер  $V$  – линейным сооружениям, соединяющим соответствующие узлы сети электросвязи.

Наконец, построим граф вида  $WS = (X_3 \subseteq X_2, R; F_3)$ , в котором  $X_3$  – множество узлов, а  $R$  – множество ребер вторичной сети.

Таким образом, структура сетей электросвязи в этом случае задается иерархической 3-гиперсетью, определяемой следующим образом. Пусть даны гиперграфы  $PG = (X, G; F_0)$ ,  $PO = (X_1, U; F_1)$ ,  $PS = (X_2, V; F_2)$  и  $WS = (X_3, R; F_3)$ . Тогда последовательности отображений  $\{F_i\} : WS \xrightarrow{F_3} PS \xrightarrow{F_2} PO \xrightarrow{F_1} PG$  определяют иерархическую 3-гиперсеть  $S_3 = (X, G, U, V, R; F_1, F_2, F_3)$ . Более подробно определение иерархической  $k$ -гиперсети приведено в работе [14].

3-гиперсеть является полностью заданной, если заданы отображения  $F_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ , которые каждому ребру  $i$ -го уровня ставят в соответствие простую цепь, состоящую из ребер  $(i-1)$ -го уровня. Таким образом, достаточно определить три гиперсети, в которых реализованы эти отображения:

1)  $S_0 = (X, G, U; F_0)$  – гиперсеть реализации ребер графа ситуационной трассы на графе сетки;

2)  $S_1 = (X_1, U, V; F_1)$  – гиперсеть реализации ветвей графа первичной сети на графе ситуационной трассы;

3)  $S_2 = (X_2, V, R; F_2)$  – гиперсеть реализации ребер графа вторичной сети на графе первичной сети.

Очевидно, что иерархической  $k$ -гиперсети  $S$  можно поставить в соответствие иерархические гиперсети с меньшим числом уровней. Например, из гиперсетей  $S_0 = (X, G, U; F_0)$  и  $S_1 = (X_1, U, V; F_1)$  можно составить 2-гиперсеть  $S_{0-1} = (X, G, U, V; F_0, F_1)$ . В частности,  $S = S_{0-2}$ . Построение  $k$ -гиперсетей  $S$  с меньшим числом уровней играет большую роль в задачах синтеза оптимальной структуры сетей электросвязи.

4.2. *Целевая функция.* Определим целевую функцию, являющуюся критерием оптимальности для синтеза иерархической 3-гиперсети  $S_3 = (X, G, U, V, R; F_1, F_2, F_3)$ . Для этого определим параметры элементов сетей различного назначения, тем самым математическая модель синтеза иерархической 3-гиперсети по критерию экономичности будет полностью задана.

Метрические характеристики:

–  $\rho(g_{ji})$  – длина ветви  $g_{ji} \in G$ , соединяющей соответствующие пары узлов  $x_{ji}, x_{j+k, i+r}$  графа сетки  $PG$ , для которых выполнено условие  $k, r = \{-1; 0; 1\} \forall j \neq k, i \neq r$ ;

–  $\rho(u_{ji}) = \sum_{g \in F_1^{-1}(u)} \rho(g_{ji})$  – длина ветви  $u_{ji} \in U$  графа ситуационной трассы  $PO$ , равная сумме длин ветвей графа сетки  $PG$ , по которым проходит соответствующая ситуационная трасса;

–  $\rho(v_{ji}) = \sum_{u \in F_2^{-1}(v)} \rho(u_{ji})$  – длина ветви  $v_{ji} \in V$  графа первичной сети  $PS$ , равная сумме длин ветвей графа ситуационной трассы  $PO$ , по которым проходит трасса ветви графа первичной сети  $PS$ ;

–  $\rho(r_{ji}) = \sum_{v \in F_3^{-1}(r)} \rho(v_{ji})$  – длина ребер  $r_{ji} \in R$  графа вторичной сети  $WS$ , равная сумме длин ветвей графа первичной сети  $PS$ , по которым проходит трасса ребер графа вторичной сети  $WS$ .

Стоимостные характеристики:

–  $a(g_{ji})$  – стоимость строительных работ (включая стоимость земляных работ по сооружению временных подъездных дорог, мостов, защитных сооружений и других устройств) на единицу длины ветви  $g_{ji} \in G$  графа сетки  $PG$  (у. е.);

–  $b(u_{ji})$  – стоимость обхода или аренды земельного участка на единицу длины ветви  $u_{ji} \in U$  графа ситуационной трассы  $PO$ ;

–  $c(v_{ji})$  – стоимость строительно-монтажных работ на единицу линейной части инженерной сети (длины ветви  $v_{ji} \in V$  графа первичной сети  $PS$ , у. е.);

–  $d(r_{ji})$  – стоимость оборудования (кабелей, труб и т. п.) и монтажных работ на единицу длины ребер  $r_{ji} \in R$  графа вторичной сети  $WS$  (у. е.);

–  $e(x_i)$  – стоимость приобретения и установки узловых элементов (подстанций, станций, распределительных пунктов и т. д.) в точке  $x_i$  сеточного метрического пространства  $\Omega$ , в которую входят

ветви (или ребра)  $g_{ji} \in G$  графа сетки  $PG$  (графа ситуационной трассы  $PO$ , графа первичной сети  $PS$  или графа вторичной сети  $WS$ ).

Сформулируем частные показатели по стоимости:

–  $\Psi_0 = \sum_{g \in PG} a(g_{ji})\rho(g_{ji})$  – стоимость земляных работ по сооружению временных подъездных до-

рог, мостов, защитных сооружений и других устройств;

–  $\Psi_1 = \sum_{u \in PO} b(u_{ji})\rho(u_{ji})$  – стоимость обхода или аренды земельного участка, зависящая от ситуаци-

онных условий;

–  $\Psi_2 = \sum_{v \in PS} c(v_{ji})\rho(v_{ji})$  – стоимость строительно-монтажных работ при строительстве линейных

сооружений;

–  $\Psi_3 = \sum_{r \in WS} d(r_{ji})\rho(r_{ji})$  – стоимость оборудования (кабелей, труб и т. п.) и монтажа;

–  $U(S) = \sum_{i=1}^s e(x_i)$  – стоимость приобретения, размещения и монтажа всех видов узловых сооруже-

ний ( $s$  – количество узловых элементов).

Таким образом, целевая функция для оптимизации иерархической 3-гиперсети

$S_3 = (X, G, U, V, R; F_1, F_2, F_3)$  имеет вид  $Q(S_3) = \sum_{i=0}^3 \Psi_i + \sum_{i=1}^s e(x_i)$ .

4.3. *Требования и ограничения.* Сформулируем требования и ограничения, накладываемые на  $S_3$ :

– структура первичной сети и ее элементы полностью удовлетворяют требованиям по механической нагрузке (поражающим факторам), предъявляемым к первичным сетям;

– число узлов (станций, подстанций и т. п.) первичной сети, размещаемых в узловом районе, не превышает заданной величины;

– структура первичной сети в зависимости от рельефа местности и типа передаваемой продукции имеет определенную топологию;

– множества трасс линейных сооружений реализованы по независимым путям в сети ситуационных трасс;

– связность гиперсети  $S$  не меньше заданной величины, т. е.  $\omega(S) \geq k$ ;

– ветви графа сети ситуационных трасс должны обеспечивать возможность проложить несколько линий в одном коридоре с учетом зоны влияния одних сетей на другие;

– количество линий, проложенных в одном коридоре оптимизации, не должно превышать заданной величины  $N$ , т. е.  $\mu(v) \leq N$  ( $\mu(v)$  – количество линейных сооружений, проходящих по ветви  $u \subseteq U$  графа сети ситуационных трасс);

– сумма пропускных способностей линейных сооружений, проходящих по ветви  $u \subseteq U$  графа сети ситуационных трасс, не должна превышать пропускной способности этой ветви, т. е.  $\sum_{v \in F_2^{-1}(u)} \delta(v) \leq \alpha(u)$ ;

– общий объем передаваемой продукции между конечными пунктами первичной сети не должен превышать пропускной способности минимального разреза;

– в проектируемой гиперсети  $S$  максимально используется существующее оборудование.

Данный перечень требований и ограничений, накладываемых на иерархические гиперсети, является неполным. В зависимости от вида и назначения проектируемой сети могут быть сформулированы различные требования и ограничения, связанные со спецификой решаемой задачи. Ниже приведены постановки задачи синтеза сетей электросвязи с заданной живучестью и минимальной стоимостью.

**5. О задаче синтеза сетей электросвязи с заданной живучестью.** Как сказано выше, сети электросвязи представляют собой многоуровневую иерархическую структуру, включающую множество узлов, связанных определенным образом. Такие конструкции, особенно функционирующие в условиях высокогорья, являются уязвимыми. Это обусловлено тем, что вследствие наличия многочисленных узлов и связей между ними нередко проявляется "каскадный эффект", когда сбой в каком-либо месте, возникающий в результате воздействия одного из непредвиденных природных факторов (см. п. 3), вызывает перегрузки и выход из строя многих других элементов СЭС. Иными словами, вероятность разрушения элементов сетей электросвязи, функционирующих в условиях высокогорья, достаточно высока. Однако с целью повышения эффективности управления народным хозяйством, обороноспособности, безопасности и охраны правопорядка некоторые сети должны выполнять основные функции не только в нормальных условиях, но и в экстремальных. Иными словами, некоторые сети, такие как внутризональные, ведомственные, магистральные, сети военного назначения, функционирующие в условиях высокогорья, должны быть устойчивыми к отказам элементов. Все это определяет обоснованный интерес к повышению связности структур сети электросвязи. Связность любой структурной модели определяется, с одной стороны, способом достижения вершин (т. е. наличием маршрута), а с другой – типом и характером удаления элементов из структурной модели.

Поскольку природные факторы, характерные для горной местности, имеют непредвиденный, скрытый характер, связность структурной модели сетей электросвязи, функционирующих в условиях высокогорья, является одним из основных показателей живучести. Содержательную постановку задачи синтеза инженерной сети с заданной живучестью можно сформулировать следующим образом: для инженерной сети, у которой связность должна быть не менее  $k$ , требуется найти резервные маршруты на случай, если в результате непредвиденных природных воздействий связность данной сети станет меньше  $k$  либо сеть вообще станет несвязной.

Поскольку участок горной местности, на котором предполагается строительство сети электросвязи, является неоднородным по интенсивности воздействий природных факторов, условиям строительства и эксплуатации, необходимо использовать иной подход для оптимизации проектных решений в синтезе сетей электросвязи с заданной связностью и минимальной стоимостью. Для того чтобы учесть эту особенность, необходимо использовать блочную сетку  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$  для моделирования заданного участка  $D$  горной местности, на котором предполагается строительство сетей электросвязи.

Предположим, что блочная сетка  $\Omega = \bigcup_{l=1}^{\tau} \Omega_l$ , наложенная на участок  $D$ , разбивает его на  $\tau$  элементарных участков  $D_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$  таким образом, что в пределах этих участков каждый  $l$ -й элементарный участок можно считать однородным по интенсивности воздействия природных факторов и условиям строительства и эксплуатации.

Для каждого элементарного участка строится расчетная сетка  $\Omega_l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$ , на основе которой можно построить соответствующую гиперсеть  $S^l$ ,  $l = 1, \dots, \tau$ , характеризующую структуру сети электросвязи на  $l$ -м элементарном участке. Тогда задача построения на  $l$ -м элементарном участке 3-гиперсети, устойчивой по критерию живучести к разрушающим природным факторам и имеющей минимальную стоимость, заключается в построении гиперсети  $S_3^l = (PG_l, PO_l, PS_l, WS_l; F_1^l, F_2^l, F_3^l)$ ,  $l = 1, \dots, \tau$ , для которой выполняются условия

$$\omega(S_3^l) \geq k_l; \quad (5.1)$$

$$\sum_{u_{ij}^l \in F^{-1}(g_{ij}^l)} \delta(u_{ij}^l) \leq \alpha(g_{ij}^l) \quad \forall g^l \in G_l; \quad (5.2)$$

$$\sum_{v_{ij}^l \in F^{-1}(u_{ij}^l)} \delta(v_{ij}^l) \leq \delta(u_{ij}^l) \quad \forall u^l \in U_l; \quad (5.3)$$

$$\sum_{r_{ij}^l \in F^{-1}(v_{ij}^l)} \delta(r_{ij}^l) \leq \delta(v_{ij}^l) \quad \forall v^l \in V_l. \quad (5.4)$$

Здесь  $\alpha(g_{ij}^l)$  – пропускная способность транспортного коридора на  $l$ -м элементарном участке, проходящего по ветвям  $u_{ij}^l$  (пропускная способность ветви  $g_{ij}^l \in G_l$  графа сетки  $PG_l$ );  $\delta(u_{ij}^l)$  – пропускная способность ветви  $u_{ij}^l \in U_l$  графа ситуационной трассы  $PO_l$ , соответствующей  $l$ -му элементарному участку;  $\delta(v_{ij}^l)$  – пропускная способность ветви  $v_{ij}^l \in V_l$  графа первичной сети  $PS_l$ , соответствующей  $l$ -му элементарному участку;  $\delta(r_{ij}^l)$  – пропускная способность ребер  $r_{ij}^l \in R_l$  графа вторичной сети  $WS_l$ , соответствующей  $l$ -му элементарному участку, которая минимизирует функционал

$$Q(S_3^l) = \sum_{l=1}^{\tau} \left( \sum_{i=0}^3 \Psi_i^l + \sum_{i=1}^s e(x_i^l) \right). \quad (5.5)$$

Условие (5.1) означает, что связность каждой  $l$ -й 3-гиперсети  $S_3^l$ ,  $l=1, \dots, \tau$  определяется в зависимости от интенсивности разрушающих воздействий на соответствующем элементарном участке. Условие (5.2) означает, что суммарная емкость ребер графа ситуационной трассы, проходящей на  $l$ -м элементарном участке, не должна превышать пропускной способности ветви  $g_{ij}^l \in G_l$  графа сетки  $PG_l$ , соответствующей тому же участку, по которому проходит трасса ребер графа ситуационной трассы (ветви графа ситуационной трассы  $PO_l$  на  $l$ -м элементарном участке). Условия (5.3) и (5.4) интерпретируются аналогично.

Задача (5.1)-(5.5) является задачей синтеза 3-гиперсети, устойчивой по критерию живучести к разрушающим природным факторам, имеющей минимальную стоимость и соответствующей структуре реальной сети электросвязи на  $l$ -м элементарном участке. Эту задачу можно решить, используя известные алгоритмы (алгоритм СГС и алгоритм  $A_3$ ) [6, 14, 15], которые являются эвристическими. В частности, связность любой  $l$ -й 3-гиперсети  $S_3^l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ , соответствующей структуре сети электросвязи на  $l$ -м элементарном участке, определяется с помощью комбинации алгоритмов СГС и  $A_3$ .

После того как решены все подзадачи для каждого  $l$ -го элементарного участка, решается следующая дополнительная задача: какой должна быть величина межподгиперсетевой связи  $S_3^l$ ,  $l=1, \dots, \tau$ , чтобы связность гиперсети  $S_3 = \bigcup_{l=1}^{\tau} S_3^l$  составляла не менее  $k$ ? Задача легко решается сведением к предыдущему случаю. Для этого каждая подгиперсеть  $S_3^l$ ,  $l=1, \dots, \tau$  стягивается к вершине  $x_1, \dots, x_{\tau} \in \Omega$ , и на множестве таких вершин строится гиперсеть  $S_3$ , устойчивая к разрушающим природным факторам по критерию живучести и имеющая минимальную стоимость, т. е. необходимо построить гиперсеть  $S_3$ , для которой выполняются условия

$$\omega(S_3) \geq k; \quad (5.1')$$

$$\sum_{u_{ij} \in F^{-1}(g_{ij})} \delta(u_{ij}) \leq \alpha(g_{ij}) \quad \forall g \in G; \quad (5.2')$$

$$\sum_{v_{ij} \in F^{-1}(u_{ij})} \delta(v_{ij}) \leq \delta(u_{ij}) \quad \forall u \in U; \quad (5.3')$$

$$\sum_{r_{ij} \in F^{-1}(v_{ij})} \delta(r_{ij}) \leq \delta(v_{ij}) \quad \forall v \in V \quad (5.4')$$

и которая минимизирует функционал

$$Q(S_3) = \sum_{l=1}^{\tau} Q(S_3^l). \quad (5.5')$$

Очевидно, что должно выполняться условие  $\omega(S_3) \leq \min_{\forall l} \{\omega(S_3^l)\}$ . Алгоритмы СГС и  $A_3$  применяются также для решения задач (5.1')-(5.5'). Таким образом, с помощью гиперсетевой технологии, в основе которой лежат метод сеточной аппроксимации элементов рельефа местности и послойное представление процесса принятия проектного решения, задача построения сети электросвязи в условиях высокогорья, являющаяся неоднородной по интенсивности природных разрушающих воздействий, условиям строительства и эксплуатации, легко сводится к известным задачам теории гиперсетей и решается с использованием известных методов и алгоритмов, разработанных для модели гиперсети.

### Список литературы

1. Абилов А. В. Сети связи и системы коммутации. Ижевск: ИжГТУ, 2002. 352 с.
2. Давыдов Г. Б. Сети электросвязи / Г. Б. Давыдов, В. Н. Рогинский, А. Я. Толчан. М.: Связь, 1977. 360 с.
3. Дудник Б. Я. Надежность и живучесть системы связи / Б. Я. Дудник, В. Ф. Овчаренко, В. К. Орлов и др. М.: Радио и связь, 1984. 216 с.
4. Попков В. К. Гиперсети и их характеристики связности // Исследования по прикладной теории графов. Новосибирск: Наука, 1986. С. 25-59.
5. Попков В. К. Гиперсети и структурные модели сложных систем // Математические и имитационные модели сложных систем. Системное моделирование – 6: Сб. науч. тр. / Под ред. М. И. Нечепуренко. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1981. С. 26-48.
6. Попков В. К. Математические модели связности / Отв. ред. А. С. Алексеев. 2-е изд., испр. и доп. Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2006. 490 с.
7. Давидян Д. Б. Высокогорные линии электропередачи. Ереван: Б. и., 1979. 187 с.
8. РАХИМОВ К. Р. Горные линии электропередачи: Учеб. пособие / К. Р. Рахимов, Ю. П. Беляков. Бишкек: Б. и., 1999. 284 с.
9. Русин И. Н. Стихийные бедствия и возможности их прогноза. СПб.: Б. и., 2003. 139 с.
10. ГАЛЯМОВ В. А. О задаче оптимизации построения первичной сети связи // Проблемы оптимизации сложных систем: Материалы 1-й Азиат. междунар. школы-семинара, Новосибирск, 19-26 июня 2005 г. Новосибирск: Б. и., 2005. С. 66-78.
11. ФЕДОТОВ Г. А. Инженерная геодезия. М.: Высш. шк., 2009. 463 с.
12. ЛОТАРЕВ Д. Т., УЗДЕМИР А. П. Преобразование задачи Штейнера на евклидовой плоскости к задаче Штейнера на графе // Автоматика и телемеханика. 2005. № 10. С. 80-92.
13. ТОКТОШОВ Г. Ы. Сеточная аппроксимация элементов рельефа местности // Информатика и проблемы телекоммуникаций: Материалы Рос. науч.-техн. конф., Новосибирск, 27-28 апр. 2009 г. Новосибирск: Б. и., 2009. Т. 1. С. 23-24.
14. Попков В. К. Методы оптимизации структур зонных сетей связи / В. К. Попков, С. Б. Кауль, М. И. Нечепуренко, Е. М. Букреев, А. И. Калеников. Новосибирск: ИВМиМГ СО АН СССР, 1984. 180 с.
15. Попков В. К. Математические модели живучести сетей связи. Новосибирск: СО АН СССР, 1990. 235 с.

*Токтошов Гулжигит Ысыякович – асп. Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики; e-mail: tgi\_tok@rambler.ru;*

*Попков Владимир Константинович – д-р физ.-мат. наук, проф. Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики, тел.:(383) 330-9643, e-mail: popkov@sscc.ru*

Дата поступления – 22.09.09