

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ШИРОКОПОЛОСНОГО ГИБРИДНОГО КАНАЛА СВЯЗИ НА ОСНОВЕ ЛАЗЕРНОЙ И РАДИОТЕХНОЛОГИЙ

В. М. Вишнеvский, О. В. Семенова

Закрытое акционерное общество «Научно-производственная фирма
“Информационные и сетевые технологии”», 129626, Москва, Россия

УДК 004.057.4, 519.872

Рассмотрена система массового обслуживания для моделирования широкополосного гибридного канала связи (атмосферного оптического и радиоканала). Радиоканал является резервным и подключается в тех случаях, когда оптический канал недоступен. Время доступности (недоступности) атмосферного оптического канала аппроксимируется гиперэкспоненциальным распределением второго порядка на основе статистического анализа метеоданных. Для рассмотренной модели получено стационарное распределение состояний системы, а также основные характеристики производительности, в том числе среднее время ожидания и вероятность доступности гибридного канала. Приведены численные примеры.

Ключевые слова: широкополосные беспроводные сети передачи данных, гибридный канал, система массового обслуживания, матрично-аналитический подход.

In the paper, we present a queueing system to model a free space optics-radio hybrid channel. The radio-frequency channel acts as a backup when the free-space optical link is down. Time when optical link is/is not used mainly depends on the weather conditions and is approximated by the hyperexponential distributions of order two. For the model proposed, the stationary state probabilities are obtained and performance characteristics are derived including the mean waiting time and the channel accessibility. The results are illustrated by numerical examples.

Key words: broadband wireless networks, hybrid channel, queueing system, matrix-analytical approach.

Введение. Быстрое и непрерывное увеличение количества пользователей Интернетом и соответствующее увеличение объемов передаваемой мультимедийной информации выдвигает в ряд первоочередных задач повышение производительности и надежности каналов связи для решения проблемы “последней мили”. Работы по увеличению быстродействия и качества широкополосных беспроводных каналов связи ведутся во многих исследовательских центрах и стандартизирующих организациях всего мира [1]. В конце 2009 г. Институт инженеров по электротехнике и электронике (Institute of electrical and electronics engineers (IEEE)) опубликовал высокоскоростной стандарт IEEE 802.11n [2]. На базе этого стандарта разработана аппаратура, обеспечивающая номинальную скорость передачи информации в беспроводном канале связи до 300 Мбит/с, что значительно превышает быстродействие существующих каналов WiFi и WiMAX (номинальная скорость существующих беспроводных каналов составляет 54 Мбит/с). Разрабатываются также следующие новые перспективные стандарты беспроводной связи: IEEE 802.11n VHT (very high throughput), на базе

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 10-07-90006-Бел).

которого будут реализовываться беспроводные сети со скоростью передачи информации до 500 Мбит/с, завершение планируется в 2012 г.; LTE Advanced (релиз 10) – стандарт сотовой связи 4G со скоростью передачи мультимедийной информации до 1000 Мбит/с в нисходящем канале и 500 Мбит/с в восходящем канале, завершение планируется в 2012 г.; IEEE 802.11m (релиз 2.0) – мобильный WiMAX со скоростными характеристиками, близкими к характеристикам LTE, завершение планируется в 2011 г.

Одним из перспективных направлений повышения производительности и надежности беспроводного канала связи является создание гибридных каналов на базе лазерной и радиотехнологий. Оборудование, реализующее гибридный канал, объединяет преимущества лазерных атмосферных каналов связи (высокая скорость передачи информации в дуплексном режиме) и широкополосных радиосредств (возможность эффективной работы в неблагоприятных погодных условиях: туман, снег и т. д.). Основным режимом работы комбинированных приемопередатчиков является лазерный режим. При ухудшении соотношения сигнал – шум осуществляется переход на широкополосный радиорежим, а после восстановления качества атмосферного оптического канала происходит обратный переход. При этом радиоканал может либо прекращать работу при использовании лазерного канала, либо параллельно использоваться для передачи данных. Большинство работ, в которых исследуются модели гибридного канала, связано главным образом с имитационным моделированием [3-6].

Среди работ, посвященных построению математических моделей и их анализу, следует отметить [7], однако и в этой работе авторы ограничиваются лишь нахождением вероятности нарушения связи в оптическом канале. Заметим также, что в отличие от моделей, рассматриваемых в [3-6], в модели [7] предполагается, что оба канала (оптический и радиоканал) работают параллельно.

В данной работе рассмотрен случай, когда основным каналом связи является оптический канал. Когда его работа нарушается и не возобновляется дольше определенного периода времени, передача данных осуществляется по радиоканалу, до тех пор пока работа оптического канала не возобновится. Смена каналов передачи данных описывается с помощью модели массового обслуживания с чередующимися скоростями обслуживания (для оптического и радиоканала). Использование одной скорости обслуживания (время работы оптического или радиоканала) ограничено случайной величиной, распределение которой может быть определено путем статистической обработки метеорологических данных той местности, в которой предполагается функционирование гибридного канала. Рассматривается пример, когда длительности использования каждого из каналов могут быть аппроксимированы гиперэкспоненциальным распределением второго порядка.

1. Статистическая обработка метеоданных и определение функции распределения периодов доступности и недоступности оптического канала. В опубликованных к настоящему времени работах, посвященных исследованию качества открытого оптического атмосферного канала (ОАК) и характеристик погодных явлений, влияющих на доступность оптического канала, оценивается лишь вероятность того, что метеорологическая дальность видимости (МДВ) меньше некоторого значения. Однако в действительности важно не только то, в течение какого промежутка времени МДВ ниже некоторого показателя, но и то, насколько часто происходит смена погодных условий, приводящая к переходу между оптическим и радиорежимами работы гибридного канала связи. Известно также, что на доступность оптического канала оказывает влияние большое количество других, не связанных с МДВ, факторов, таких как сцинтилляция, юстировка, колебания опоры, влия-

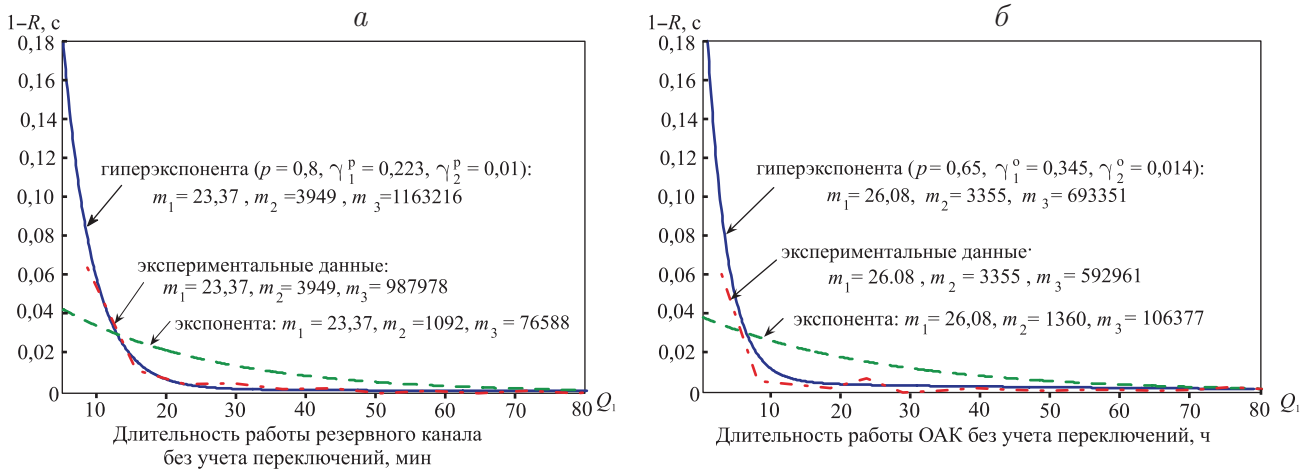


Рис. 1. Распределения периодов недоступности (а) и доступности (б) ОАК

ние солнца и др. Помимо перечисленных факторов, связанных с атмосферой и погодными явлениями, большое значение имеет непосредственно конструкция приемопередатчика: длина оптической волны, количество лучей, расходимость луча, чувствительность приемника и мощность передатчика, наличие системы автоматического наведения и др. Таким образом, очевидно, что невозможно создать модель, достаточно точно учитывающую все перечисленные характеристики гибридного канала связи, поэтому для оценки характеристик разрабатываемого гибридного канала был проведен продолжительный натурный эксперимент, позволивший получить данные для оценки времен доступности и недоступности атмосферного оптического канала связи для конкретного оборудования при протяженности канала связи, расположенного в Рязанской области, 4,5 км.

На рис. 1 приведены полученные в натурном эксперименте длительности работы резервного и оптического атмосферного каналов, а также две функции, аппроксимирующие данное распределение. Длина гибридного канала 4,5 км, натурный эксперимент проводился в Рязанской области. Из рис. 1 следует, что экспоненциальное распределение, построенное по среднему значению функции, является недостаточной аппроксимацией времен доступности канала, в то время как гиперэкспоненциальное распределение, построенное по первому и второму начальным моментам, хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Для построения гиперэкспоненциального распределения второго порядка для выборки данных $\{X_1, \dots, X_N\}$ (например, периодов доступности) используем следующий подход [8].

Вычисляются первые три начальных момента m_1, m_2 и m_3 по формулам

$$m_i = \frac{1}{i!N} \sum_{k=1}^N X_k^i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Определяются величины

$$f_1 = \frac{m_3 - m_1 m_2}{m_2 - m_1^2}, \quad f_2 = \frac{m_1 m_3 - m_2^2}{m_2 - m_1^2}.$$

Если выполнены неравенства

$$m_2 > m_1^2, \quad m_3 > m_1 m_2, \quad m_1 m_3 > m_2^2, \quad f_1^2 > 4f_2,$$

то параметры гиперэкспоненциального распределения с плотностью вида

$$F(t) = p\gamma_1 e^{-\gamma_1 t} + (1-p)\gamma_2 e^{-\gamma_2 t}$$

определяются следующим образом:

$$\gamma_1 = \frac{2}{f_1 + \sqrt{f_1^2 - 4f_2}}, \quad \gamma_2 = \frac{2}{f_1 - \sqrt{f_1^2 - 4f_2}}, \quad p = \frac{\gamma_1(\gamma_2 m_1 - 1)}{\gamma_2 - \gamma_1}.$$

В противном случае (если хотя бы одно из неравенств не выполнено) параметры γ_1 , γ_2 и p находятся из условий $p \neq m_1^2/m_2$, $0 \leq p \leq 1$ и $m_1\gamma_2 - 1 + p > 0$, где $\gamma_1 = p\gamma_2/(m_1\gamma_2 - 1 + p)$; $\gamma_2 = (m_1(1-p) - \sqrt{(1-p)p_i(\gamma_2 - m_1^2)})/(m_1^2 - m_2p)$; величина p выбирается таким образом, чтобы минимизировать разность $|p/m_1^3 + (1-p)/m_2^3 - m_3|$.

Таким образом, считаем, что для выбранного устройства и канала протяженностью 4,5 км, расположенного в Рязанской области, времена доступности и недоступности ОАК могут быть приближены гиперэкспоненциальным распределением с плотностью

$$F(t) = p\gamma_1 e^{-\gamma_1 t} + (1-p)\gamma_2 e^{-\gamma_2 t}$$

(параметры γ_1 , γ_2 и p для интервалов работы оптического и резервного каналов приведены на рис. 1).

При построении функций распределения для канала произвольной длины можно использовать формулу $W(L) = a_i L^{b_i}$, где $W(L)$ – вероятность наступления погодных условий, при которых МДВ меньше расстояния L (в километрах); a_i, b_i – константы для конкретной географической точки, предложенные в работе [9]. Исходя из пропорциональности длины канала и МДВ, при которой оптический канал становится недоступным, можно вывести формулу для параметров распределения длительности работы резервного канала произвольной длины:

$$\gamma_i^p = \gamma_i^p(l_0) \left(\frac{l_0}{l}\right)^b.$$

Здесь $i = \overline{1, 2}$; $b = 1,46$ для Рязанской области; $l_0 = 4,5$ км; l – протяженность канала, км; γ_i^p – параметры гиперэкспоненциального распределения длительности работы резервного канала (радиоканала) протяженностью 4,5 км, которые приведены на рис. 1, a в минутах.

Поскольку при изменении длительности работы резервного канала изменяется длительность работы оптического канала, будем считать, что параметры распределения длительности работы ОАК определяются следующим образом:

$$\gamma_i^o = \gamma_i^o(l_0) \left(\frac{l}{l_0}\right)^b.$$

Здесь $\gamma_i^o(l_0)$ – параметры гиперэкспоненциального распределения длительности работы ОАК протяженностью 4,5 км, которые приведены на рис. 1, b в часах.

Предложенная методика позволяет определить искомые характеристики канала в произвольном регионе на основе численных данных, полученных в натурном эксперименте для канала фиксированной длины.

2. Математическая модель гибридного беспроводного канала связи. Модель гибридного канала представляет собой однолинейную систему массового обслуживания с двумя возможными скоростями обслуживания и ограниченным временем их использования.

Входящий поток заявок в систему – стационарный пуассоновский с параметром λ . Число мест для ожидания не ограничено.

При использовании k -й скорости (k -го режима) время обслуживания заявки распределено экспоненциально с параметром μ_k , $k = \overline{1, 2}$. При этом полагаем, что $\mu_1 > \mu_2$. Время использования k -й скорости ограничено и характеризуется абсолютно непрерывной случайной величиной ξ_k , имеющей плотность гиперэкспоненциального распределения второго порядка:

$$F_k(t) = p_k \gamma_k^{(1)} e^{-\gamma_k^{(1)} t} + (1 - p_k) \gamma_k^{(2)} e^{-\gamma_k^{(2)} t},$$

параметры которого определены с помощью подхода, описанного в п. 1.

Если время первого режима завершается (ОАК становится недоступным), то текущее обслуживание заявки (передача пакета) прерывается и система переходит на второй режим работы (использование радиоканала). Сразу после перехода на второй режим обслуживания пакетов не производится. Система должна выждать время Q_2 . Если за это время второй режим работы не завершился ($\xi_2 > Q_2$), то по истечении времени Q_2 начинается обслуживание заявки (передача пакета) на второй скорости (по радиоканалу). При этом предполагается, что заявка, обслуживание которой по оптическому каналу было прервано, обслуживается заново.

По истечении времени работы второго режима (когда ОАК вновь становится доступным) система, продолжая обслуживать заявки во втором режиме, наблюдает за доступностью оптического канала по времени. Если в течение определенного времени ОАК доступен, то по истечении этого времени система переходит на первый режим работы (оптический канал). При этом заявка, в ходе обслуживания которой произошла смена режима, обслуживается заново на новой скорости. Время, которое должен превысить период доступности ОАК, определяется каждый раз, когда ОАК становится доступным, из экспоненциального распределения с параметром Q_1 .

В п. 3 данная модель исследуется методом вложенных цепей Маркова с целью нахождения стационарных вероятностей состояний системы, которые вычисляются в п. 4 с помощью матрично-аналитического подхода.

3. Вложенная цепь Маркова. Предположим, что система функционирует в стационарном режиме. Условия существования стационарного режима будут получены ниже.

Предполагаем, что система может находиться в следующих четырех состояниях: 1 – работа в первом режиме (использование ОАК); 1' – переключение с первого режима на второй (с оптического на радиоканал); 2 – работа во втором режиме (использование радиоканала); 2' – переключение со второго режима на первый (с радиоканала на оптический).

Отметим на временной оси моменты завершения обслуживания заявок, моменты начала и моменты окончания использования каждого из режимов работы. Обозначим через t_n , $n \geq 1$ последовательность таких моментов. Под состоянием системы в момент t_n будем понимать вектор

$$\mathbf{X}_n = (i_n, m_n, m'_n),$$

где i_n – число заявок в системе в момент времени $t_n + 0$; m_n – состояние обслуживающего прибора в момент $t_n - 0$; m'_n – состояние обслуживающего прибора в момент $t_n + 0$. В данном случае будем полагать, что состоянию (i, m, m') соответствует завершение обслуживания заявки $m \in \{1, 2, 2'\}$.

Введем стационарные вероятности состояний системы:

$$\pi(i, m, m') = \lim_{n \rightarrow \infty} P\{i_n = i, m_n = m, m'_n = m'\}, \quad i \geq 0, \quad m, m' \in \{1, 1', 2, 2'\}.$$

Пусть также

$$f_i^{(k)} = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} e^{-\mu_k t} \left(p_k e^{-\gamma_k^{(1)} t} + (1 - p_k) e^{-\gamma_k^{(2)} t} \right) \mu_k dt -$$

вероятность того, что за время обслуживания заявки в режиме k в систему поступят i заявок,

$$g_i^{(k)} = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} e^{-\mu_k t} \left(p_k \gamma_k^{(1)} e^{-\gamma_k^{(1)} t} + (1 - p_k) \gamma_k^{(2)} e^{-\gamma_k^{(2)} t} \right) dt -$$

вероятность того, что за время обслуживания заявки в режиме k время использования режима истекает (оптический канал становится недоступным, если использовался режим 1 ($k = 1$), или доступным, если использовался режим 2 ($k = 2$)) и за неполное время обслуживания в систему поступят i заявок,

$$h_i^{(1)} = \int_0^{Q_2} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \left(p_2 \gamma_2^{(1)} e^{-\gamma_2^{(1)} t} + (1 - p_2) \gamma_2^{(2)} e^{-\gamma_2^{(2)} t} \right) dt -$$

вероятность того, что время переключения с первого режима на второй меньше, чем Q_2 , и за время переключения в систему поступят i заявок,

$$h_i^{(2)} = \frac{(\lambda Q_2)^i}{i!} e^{-\lambda Q_2} \left(p_2 e^{-\gamma_2^{(1)} Q_2} + (1 - p_2) e^{-\gamma_2^{(2)} Q_2} \right) -$$

вероятность того, что время переключения с первого режима на второй больше, чем Q_2 , и за время переключения в систему поступят i заявок,

$$r_i = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} e^{-Q_1 t} \mu_2 e^{-\mu_2 t} dt -$$

вероятность того, что за время обслуживания заявки при переключении со второго режима на первый в систему поступят i заявок,

$$m_i = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} e^{-Q_1 t} Q_1 e^{-\mu_2 t} dt -$$

вероятность того, что за время обслуживания заявки при переключении со второго режима на первый это переключение завершается и за неполное время обслуживания в систему поступят i заявок.

Данные вероятности (кроме $h_i^{(2)}$, которые заданы явно) могут быть вычислены следующим образом:

$$f_i^{(k)} = p_k \frac{\mu_k \lambda^i}{\left(\gamma_k^{(1)} + \mu_k + \lambda \right)^{i+1}} + (1 - p_k) \frac{\mu_k \lambda^i}{\left(\gamma_k^{(2)} + \mu_k + \lambda \right)^{i+1}}, \quad k = 1, 2,$$

$$g_i^{(k)} = p_k \frac{\gamma_k^{(1)} \lambda^i}{\left(\gamma_k^{(1)} + \mu_k + \lambda \right)^{i+1}} + (1 - p_k) \frac{\gamma_k^{(2)} \lambda^i}{\left(\gamma_k^{(2)} + \mu_k + \lambda \right)^{i+1}}, \quad k = 1, 2,$$

$$h_i^{(1)} = \frac{\gamma_2^{(1)} \lambda^i p_2}{\gamma_2^{(1)} + \lambda} \left(\frac{1}{(\gamma_2^{(1)} + \lambda)^i} - e^{-(\gamma_2^{(1)} + \lambda)Q_2} \sum_{m=0}^i \frac{Q_2^m}{m!(\gamma_2^{(1)} + \lambda)^{i-m}} \right) +$$

$$+ \frac{\gamma_2^{(2)} \lambda^i (1 - p_2)}{\gamma_2^{(2)} + \lambda} \left(\frac{1}{(\gamma_2^{(2)} + \lambda)^i} - e^{-(\gamma_2^{(2)} + \lambda)Q_2} \sum_{m=0}^i \frac{Q_2^m}{m!(\gamma_2^{(2)} + \lambda)^{i-m}} \right),$$

$$r_i = \frac{\mu_2 \lambda^i}{(Q_1 + \mu_2 + \lambda)^{i+1}},$$

$$m_i = \frac{Q_1 \lambda^i}{(Q_1 + \mu_2 + \lambda)^{i+1}}, \quad i \geq 0.$$

Заметим, что за время переключения со второго режима на первый заявки не только поступают в систему, но и уходят из нее. Поэтому для удобства будем полагать, что в каждый момент завершения такого переключения с вероятностью

$$\alpha = p_1 \frac{\gamma_1^{(1)}}{\gamma_1^{(1)} + Q_1} + (1 - p_1) \frac{\gamma_1^{(2)}}{\gamma_1^{(2)} + Q_1}$$

система начинает использовать первый режим работы, а с дополнительной вероятностью $1 - \alpha$ остается работать во втором режиме. Величина α есть вероятность того, что начавшееся время первого режима больше времени переключения, и, таким образом, с этой вероятностью система может переключиться на первый режим работы.

Используя введенные выше вспомогательные вероятности, составим уравнения равновесия для стационарных вероятностей $\pi(i, m, m')$ состояний системы

$$\pi(i, 1, 1) = \sum_{k=1}^{i+1} (\pi(k, 1, 1) + \pi(k, 2', 1) + \pi(k, 1', 1)) f_{i-k+1}^{(1)} +$$

$$+ (\pi(0, 1, 1) + \pi(0, 2', 1) + \pi(0, 1', 1)) s_1 f_i^{(1)}; \quad (1)$$

$$\pi(i, 1, 1') = \sum_{k=1}^i (\pi(k, 1, 1) + \pi(k, 2', 1) + \pi(k, 1', 1)) g_{i-k}^{(1)} +$$

$$+ (\pi(0, 1, 1) + \pi(0, 2', 1) + \pi(0, 1', 1)) v_i^{(1)}; \quad (2)$$

$$\pi(i, 1', r) = \sum_{k=0}^i \pi(k, 1, 1') h_{i-k}^{(r)}, \quad r = 1, 2; \quad (3)$$

$$\pi(i, 2, 2) = \sum_{k=1}^{i+1} (\pi(k, 2, 2) + \pi(k, 2', 2) + \pi(k, 1', 2)) f_{i-k+1}^{(2)} +$$

$$+ (\pi(0, 2, 2) + \pi(0, 2', 2) + \pi(0, 1', 2)) s_2 f_i^{(2)}; \quad (4)$$

$$\pi(i, 2, 2') = \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2, 2) + \pi(k, 2', 2) + \pi(k, 1', 2)) g_{i-k}^{(2)} +$$

$$+ (\pi(0, 2, 2) + \pi(0, 2', 2) + \pi(0, 1', 2)) v_i^{(2)}; \quad (5)$$

$$\pi(i, 2', 2') = \sum_{k=1}^{i+1} (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) r_{i-k+1} +$$

$$+ (\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \frac{\lambda}{\lambda + Q_1} r_i; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \pi(i, 2', 1) = & \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) m_{i-k} \alpha + \\ & + (\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \left(\frac{\lambda \alpha}{\lambda + Q_1} m_{i-1} + \frac{Q_1 \alpha}{\lambda + Q_1} I_{\{i=0\}} \right); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \pi(i, 2', 2) = & \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) m_{i-k} (1 - \alpha) + \\ & + (\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \left(\frac{\lambda(1 - \alpha)}{\lambda + Q_1} m_{i-1} + \frac{Q_1(1 - \alpha)}{\lambda + Q_1} I_{\{i=0\}} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где $I_{\{A\}}$ – функция-индикатор события A ,

$$s_m = p_m \frac{\lambda}{\lambda + \gamma_m^{(1)}} + (1 - p_m) \frac{\lambda}{\lambda + \gamma_m^{(2)}}, \quad m = 1, 2,$$

$$v_i^{(m)} = s_m g_{i-1}^{(m)} I_{\{i>0\}} + (1 - s_m) I_{\{i=0\}}, \quad i \geq 0.$$

Заметим, что из системы (1)–(7) можно непосредственно исключить равенства (3). В результате получим

$$\begin{aligned} \pi(i, 1, 1) = & \sum_{k=1}^{i+1} (\pi(k, 1, 1) + \pi(k, 2', 1)) f_{i-k+1}^{(1)} + \sum_{k=1}^{i+1} \pi(k, 1, 1') \hat{f}_{i-k+1}^{(1)} + \\ & + (\pi(0, 1, 1) + \pi(0, 2', 1)) s_1 f_i^{(1)} + \pi(0, 1, 1') \left((s_1 f_i^{(1)} - f_{i+1}^{(1)}) h_0^{(1)} + \hat{f}_{i+1}^{(1)} \right); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \pi(i, 1, 1') = & \sum_{k=1}^i (\pi(k, 1, 1) + \pi(k, 2', 1)) g_{i-k}^{(1)} + \sum_{k=1}^i \pi(k, 1, 1') \hat{g}_{i-k}^{(1)} + \\ & + (\pi(0, 1, 1) + \pi(0, 2', 1)) v_i^{(1)} + \pi(0, 1, 1') \left(\hat{g}_i^{(1)} - h_0^{(1)} g_i^{(1)} + v_i^{(1)} h_0^{(1)} \right); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \pi(i, 2, 2) = & \sum_{k=1}^{i+1} (\pi(k, 2, 2) + \pi(k, 2', 2)) f_{i-k+1}^{(2)} + \sum_{k=1}^{i+1} \pi(k, 1, 1') \hat{f}_{i-k+1}^{(2)} + \\ & + (\pi(0, 2, 2) + \pi(0, 2', 2)) s_2 f_i^{(2)} + \pi(0, 1, 1') \left((s_2 f_i^{(2)} - f_{i+1}^{(2)}) h_0^{(2)} + \hat{f}_{i+1}^{(2)} \right); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \pi(i, 2, 1') = & \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2, 2) + \pi(k, 2', 2)) g_{i-k}^{(2)} + \sum_{k=1}^i \pi(k, 1, 1') \hat{g}_{i-k}^{(2)} + \\ & + (\pi(0, 2, 2) + \pi(0, 2', 2)) v_i^{(2)} + \pi(0, 1, 1') \left(\hat{g}_i^{(2)} - h_0^{(2)} g_i^{(2)} + v_i^{(2)} h_0^{(2)} \right); \end{aligned} \quad (12)$$

$$\pi(i, 2', 2') = \sum_{k=1}^{i+1} (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) r_{i-k+1} + (\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \frac{\lambda}{\lambda + Q_1} r_i; \quad (13)$$

$$\pi(i, 2', 1) = \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) m_{i-k} \alpha +$$

$$+ (\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \left(\frac{\lambda\alpha}{\lambda + Q_1} m_{i-1} + \frac{Q_1\alpha}{\lambda + Q_1} I_{\{i=0\}} \right); \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \pi(i, 2', 1) = & \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) m_{i-k} (1 - \alpha) + \\ & + (\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \left(\frac{\lambda(1 - \alpha)}{\lambda + Q_1} m_{i-1} + \frac{Q_1(1 - \alpha)}{\lambda + Q_1} I_{\{i=0\}} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\hat{f}_i^{(m)} = \sum_{k=0}^i h_k^{(m)} f_{i-k}^{(m)}, \quad \hat{g}_i^{(m)} = \sum_{k=0}^i h_k^{(m)} g_{i-k}^{(m)}, \quad i \geq 0, \quad m = \overline{1, 2}.$$

4. Матрично-аналитический метод вычисления стационарных вероятностей.

Для вычисления стационарных вероятностей $\pi(i, m, m')$, $i \geq 0$, $m, m' \in \{1, 1', 2, 2'\}$ (за исключением $\pi(i, 1', r)$, которые могут быть вычислены по формулам (3)) используем матрично-аналитический подход, основанный на идее сенсорных цепей Маркова (см., например, [10-11]). Близкие алгоритмы изложены в работах [12-15].

Введем в рассмотрение векторы стационарных вероятностей

$$\boldsymbol{\pi}_i = (\pi(i, 1, 1), \pi(i, 1, 1'), \pi(i, 2, 2), \pi(i, 2, 2'), \pi(i, 2', 2'), \pi(i, 2', 1), \pi(i, 2', 2)).$$

Тогда систему уравнений (9)–(15) можно записать в векторно-матричной форме

$$\boldsymbol{\pi}_i = \sum_{k=0}^{i+1} \boldsymbol{\pi}_k P_{k,i}, \quad i \geq 0,$$

где матрицы $P_{i,l}$ ($i \geq 0$, $l \geq \min\{i - 1, 0\}$) имеют вид

$$P_{0,l} = \begin{bmatrix} A_l & O_{3 \times 3} \\ O_{2 \times 4} & B_l \\ C_l & O_{2 \times 3} \end{bmatrix},$$

$P_{i,l} = Y_{l-i+1}$ для $l \geq i - 1$,

$$Y_l = \begin{bmatrix} f_l^{(1)} & g_{l-1}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{f}_l^{(1)} & \hat{g}_{l-1}^{(1)} & \hat{f}_l^{(2)} & \hat{g}_{l-1}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_l^{(2)} & g_{l-1}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_l & \alpha m_{l-1} & (1 - \alpha) m_{l-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_l & \alpha m_{l-1} & (1 - \alpha) m_{l-1} \\ f_l^{(1)} & g_{l-1}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_l^{(2)} & g_{l-1}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad l \geq 0, \quad (16)$$

$$A_l = \begin{bmatrix} s_1 f_l^{(1)} & v_l^{(1)} & 0 & 0 \\ y_l^{(1)} & \hat{g}_l^{(1)} + h_0^{(1)}(v_l^{(1)} - g_l^{(1)}) & y_l^{(2)} & \hat{g}_l^{(2)} + h_0^{(2)}(v_l^{(2)} - g_l^{(2)}) \\ 0 & 0 & s_2 f_l^{(2)} & v_l^{(2)} \end{bmatrix},$$

$$B_l = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{\lambda+Q_1} r_l & \frac{\lambda\alpha}{\lambda+Q_1} m_{l-1} + \frac{Q_1\alpha}{\lambda+Q_1} I_{\{l=0\}} & \frac{\lambda(1-\alpha)}{\lambda+Q_1} m_{l-1} + \frac{Q_1(1-\alpha)}{\lambda+Q_1} I_{\{l=0\}} \\ \frac{\lambda}{\lambda+Q_1} r_l & \frac{\lambda\alpha}{\lambda+Q_1} m_{l-1} + \frac{Q_1\alpha}{\lambda+Q_1} I_{\{l=0\}} & \frac{\lambda(1-\alpha)}{\lambda+Q_1} m_{l-1} + \frac{Q_1(1-\alpha)}{\lambda+Q_1} I_{\{l=0\}} \end{bmatrix},$$

$$C_l = \begin{bmatrix} s_1 f_l^{(1)} & v_l^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_1 f_l^{(2)} & v_l^{(2)} \end{bmatrix}, \quad l \geq 0,$$

$$y_i^{(m)} = (s_m f_i^{(m)} - f_{i+1}^{(m)}) h_0^{(m)} + \hat{f}_{i+1}^{(m)}, \quad m = 1, 2, \quad i \geq 0.$$

$$\text{В (16) } g_{-1}^{(1)} = g_{-1}^{(2)} = \hat{g}_{-1}^{(1)} = \hat{g}_{-1}^{(2)} = m_{-1} = 0.$$

В известных алгоритмах, основанных на идее сенсорных цепей Маркова, предполагается, что счетная компонента цепи Маркова, описывающей поведение системы (в данном случае компонента i_n цепи X_n , $n \geq 1$), за один шаг совершает переход не более чем на единицу влево.

Пусть $G^{(k)}$ – матрица вероятностей переходов конечных компонент цепи Маркова X_k , $k \geq 1$ за время, в течение которого значение счетной компоненты уменьшится с $k+1$ до k ($k \geq 0$). Матрицы $G^{(k)}$ ($k \geq 0$) удовлетворяют соотношениям

$$G^{(k)} = P_{k+1,k} + \sum_{i=k+1}^{\infty} P_{k+1,i} G^{(i-1)} G^{(i-2)} \dots G^{(k)}, \quad k \geq 0. \quad (17)$$

В силу того что матрицы $P_{i,l}$ зависят лишь от разности $l-i$, матрицы $G^{(k)}$ в (17) не зависят от k (будем полагать, что все $G^{(k)} = G$) и определяются как решение матричного уравнения

$$G = \sum_{l=i-1}^{\infty} P_{i,l} G^{l-i+1}. \quad (18)$$

Уравнение (18) решается итерационно, например с помощью итерационной схемы

$$G_0 = I, \quad G_n = \left(I - \sum_{l=i}^{\infty} P_{i,l} G_{n-1}^{l-i} \right)^{-1} P_{i,i-1}, \quad n \geq 1, \quad (19)$$

а матрица G определяется как $G = \lim_{n \rightarrow \infty} G_n$.

Согласно рассуждениям, приведенным в [10, 11], векторы стационарных вероятностей π_i ($i \geq 0$) вычисляются следующим образом:

$$\pi_k = \pi_0 \Phi_k, \quad k \geq 1. \quad (20)$$

Здесь $\Phi_0 = I$,

$$\Phi_k = \sum_{i=0}^{k-1} \Phi_i \tilde{P}_{i,k} (I - \tilde{P}_{k,k})^{-1}, \quad k \geq 1,$$

матрицы $\tilde{P}_{i,k}$ ($k \geq 0$, $i = \overline{0, k}$) определяются равенствами

$$\tilde{P}_{i,k} = \sum_{l=k}^{\infty} P_{i,l} G^{l-k}, \quad i = \overline{0, k}, \quad k \geq 0,$$

вектор π_0 есть решение системы уравнений

$$\pi_0(I - \tilde{P}_{0,0}) = \mathbf{0}; \quad (21)$$

$$\pi_0 \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i \mathbf{1}_2 = \mathbf{1}, \quad (22)$$

$$\mathbf{1}_2 = (1, 2, 1, 1, 1, 1, 1)^t.$$

Заметим, что уравнение (22) получено из условия нормировки

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left[\pi(i, 1, 1') + \pi(i, 2, 2') + \pi(i, 2', 2') + \sum_{r=1}^2 (\pi(i, r, r) + \pi(i, 2', r) + \pi(i, 1', r)) \right] = 1$$

с учетом равенств (3), (20).

5. Стационарное распределение вероятностей состояний системы в произвольный момент времени. Под состоянием системы в произвольный момент времени $t \geq 0$ будем понимать состояние процесса $\tilde{X}_t = \{i_t, m_t\}, t \geq 0$ (i_t – число заявок в системе в момент времени t ; m_t – состояние обслуживающего прибора, $m \in \{1, 1', 2, 2'\}$).

Стационарное распределение вероятностей состояний системы в произвольный момент времени определяется как предельное распределение процесса \tilde{X}_t ($t \geq 0$). Процесс \tilde{X}_t ($t \geq 0$) является полурегенерирующим процессом с вложенным процессом марковского восстановления $\{i_n, t_n\}, n \geq 1$ (см. [16]). Из анализа результатов работы [16] следует, что достаточным условием существования стационарных вероятностей

$$p(i, m) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{i_t = i, m_t = m\}, \quad i \geq 0, \quad m \in \{1, 1', 2, 2'\}$$

является существование стационарного распределения вложенной цепи Маркова X_n ($n \geq 1$), а стационарные вероятности $p(i, m)$ ($i \geq 0$) состояний системы в произвольный момент времени определяются равенствами

$$\begin{aligned} p(i, r) &= \lambda(\pi(0, r, r) + \pi(0, 1', r) + \pi(0, 2', r)) \times \left(s_r \tilde{f}_{i-1} + \frac{p_r I_{\{i=0\}}}{\lambda + \gamma_r^{(1)}} + \frac{(1-p_r) I_{\{i=0\}}}{\lambda + \gamma_r^{(2)}} \right) + \\ &+ \lambda \sum_{k=1}^i (\pi(k, r, r) + \pi(k, 1', r) + \pi(k, 2', r)) \tilde{f}_{i-k}, \quad i \geq 0, \quad r = 1, 2, \\ p(i, 1') &= \lambda \sum_{k=0}^i \pi(k, 1, 1') \tilde{h}_{i-k}, \quad i \geq 0, \\ p(i, 2') &= \lambda(\pi(0, 2', 2') + \pi(0, 2, 2')) \left(\frac{\lambda}{\lambda + Q_1} \tilde{g}_{i-1} + \frac{I_{\{i=0\}}}{\lambda + Q_1} \right) + \\ &+ \lambda \sum_{k=1}^i (\pi(k, 2', 2') + \pi(k, 2, 2')) \tilde{g}_{i-k}, \quad i \geq 0, \end{aligned}$$

где

$$\tilde{f}_i^{(r)} = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} e^{-\mu_r t} \left(p_r e^{-\gamma_r^{(1)} t} + (1 - p_r) e^{-\gamma_r^{(2)} t} \right) dt = \frac{p_r \lambda^i}{(\lambda + \mu_r + \gamma_r^{(1)})^{i+1}} + \frac{(1 - p_r) \lambda^i}{(\lambda + \mu_r + \gamma_r^{(2)})^{i+1}},$$

$$\begin{aligned} \tilde{h}_i &= \int_0^{Q_2} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \left(p_2 e^{-\gamma_2^{(1)} t} + (1 - p_2) e^{-\gamma_2^{(2)} t} \right) dt = \\ &= \frac{p_2 \lambda^i}{(\lambda + \gamma_2^{(1)})^{i+1}} - p_2 \lambda^i \sum_{m=0}^i \frac{Q_2^m}{m! (\lambda + \gamma_2^{(1)})^{i-m+1}} e^{-\lambda Q_2} e^{-\gamma_2^{(1)} Q_2} + \\ &\quad + \frac{(1 - p_2) \lambda^i}{(\lambda + \gamma_2^{(2)})^{i+1}} - (1 - p_2) \lambda^i \sum_{m=0}^i \frac{Q_2^m}{m! (\lambda + \gamma_2^{(2)})^{i-m+1}} e^{-\lambda Q_2} e^{-\gamma_2^{(2)} Q_2}, \\ \tilde{g}_i &= \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} e^{-\mu_2 t} e^{-Q_1 t} dt = \frac{\lambda^i}{(\lambda + \mu_2 + Q_1)^{i+1}}, \quad i \geq 0. \end{aligned}$$

6. Условия существования стационарного режима. Для определения условий существования стационарного режима рассматриваемую систему представим как систему с отдыхами обслуживающего прибора (под отдыхом прибора понимается время между моментом, когда завершился первый режим работы, и моментом, когда система переключилась на первый режим). Заметим, что дисциплина обслуживания заявок в системе является ограниченной (время обслуживания очереди ограничено значением случайной величины ξ_1).

Для систем с отдыхами обслуживающего прибора необходимое и достаточное условие существования стационарного режима получено в работе [17] и имеет вид

$$\rho_1 + \lambda V / M < 1, \quad (23)$$

где $\rho_1 = \lambda / \mu_1$; V – средняя длительность отдыха; M – среднее максимальное число заявок, которые могут быть обслужены в очереди между соседними отдыхами. Заметим, что, поскольку для системы в [17] обслуживание заявок во время отдыха прибора не проводится (а в данном случае – наоборот), условие (23) является достаточным для существования стационарного режима рассматриваемой системы.

Величина M определяется по формуле

$$M = \mu_1 \left(\frac{p_1}{\gamma_1^{(1)}} + \frac{1 - p_1}{\gamma_1^{(2)}} \right).$$

Найдем среднюю длительность отдыха V :

$$V = w_1 V_{1',1} + (1 - w_1)(V_{1',2} + V_2 + V_{2'}).$$

Здесь

$$w_1 = 1 - p_2 e^{-\gamma_2^{(1)} Q_2} - (1 - p_2) e^{-\gamma_2^{(2)} Q_2} -$$

вероятность того, что переключение с первого режима на второй завершилось переходом на второй режим;

$$V_{1',1} = \frac{p_2}{\gamma_2^{(1)}} + \frac{1-p_2}{\gamma_2^{(2)}} -$$

средняя длительность переключения с первого режима на второй, которое завершилось переходом на первый режим; $V_{1',2} = Q_2$ – средняя длительность переключения с первого режима на второй, которое завершилось переходом на второй режим;

$$V_2 = \frac{p_2}{\gamma_2^{(1)}} + \frac{1-p_2}{\gamma_2^{(2)}} -$$

средняя длительность второго режима; $V_{2'}$ – средняя длительность переключения со второго режима на первый (с учетом возможных “возвратов” на второй режим), которое завершилось переходом на первый режим.

Найдем величину $V_{2'}$. С вероятностью α имеем $V_{2'} = 1/Q_1$ (α – вероятность того, что переключение со второго режима на первый завершается переходом на первый режим). С вероятностью $(1-\alpha)^{m-1}\alpha$ за время с момента завершения второго режима до момента перехода на первый последует $m-1$ “возвратов” на второй режим, и на m -м переключении произойдет переход на первый режим ($m \geq 2$). Средняя длительность такого периода равна

$$\sum_{m=2}^{\infty} \left(\frac{m}{Q_1} + (m-1)V_2 \right) (1-\alpha)^{m-1}\alpha,$$

и, таким образом,

$$V_{2'} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{Q_1} + V_2(1-\alpha) \right).$$

Средняя длительность отдыха V определяется равенством

$$V = w_1 \left(\frac{p_2}{\gamma_2^{(1)}} + \frac{1-p_2}{\gamma_2^{(2)}} \right) + (1-w_1) \left(Q_2 + \frac{1}{\alpha Q_1} + \frac{V_2}{\alpha} \right).$$

Таким образом, получаем следующий результат.

Утверждение. Для существования стационарного режима в рассматриваемой системе достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$\rho_1 + \rho_1 V \left(\frac{p_1}{\gamma_1^{(1)}} + \frac{1-p_1}{\gamma_1^{(2)}} \right)^{-1} < 1.$$

7. Характеристики производительности системы. Вычислив стационарное распределение вероятностей состояний системы в произвольный момент времени, находим характеристики производительности:

1) время, в течение которого система работает в r -м режиме:

$$q_r = \sum_{i=0}^{\infty} p(i, r), \quad r = 1, 2;$$

2) среднее число заявок в системе при ее работе в r -м режиме:

$$L_r = \sum_{i=0}^{\infty} ip(i, r), \quad r \in \{1, 1', 2, 2'\};$$

3) среднее число заявок в системе в произвольный момент времени:

$$L = L_1 + L_{1'} + L_2 + L_{2'};$$

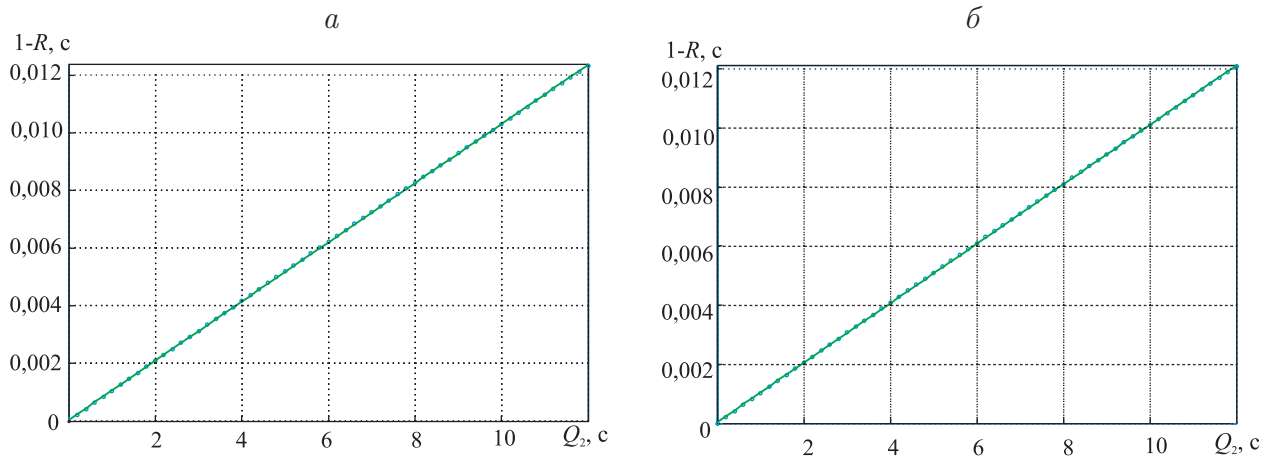


Рис. 2. Зависимость недоступности гибридного канала от времени переключения из оптического в радиорежим: *a* – при мгновенном обратном переключении; *б* – при пятиминутном обратном переключении

4) среднее время пребывания заявки в системе (вычисляется по формуле Литтла)

$$T = L/\lambda.$$

8. Численные примеры. Рассмотрим систему $\lambda = 2000$, $\mu_1 = 15\,258$, $\mu_2 = 2441$. Параметры распределений, аппроксимирующих периоды доступности (недоступности) ОАК, получены в п. 1 и имеют следующие значения: $\gamma_1^{(1)} = 9,57 \cdot 10^{-5}$, $\gamma_1^{(2)} = 4,019 \cdot 10^{-6}$, $\gamma_2^{(1)} = 3,72 \cdot 10^{-3}$, $\gamma_2^{(2)} = 1,684 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, $p_1 = 0,65$, $p_2 = 0,8$.

Основной характеристикой производительности гибридного канала является его доступность (среднее время, в течение которого канал доступен для передачи пакетов). Доступность гибридного канала может быть вычислена по формуле

$$R = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} p(i, 1').$$

На рис. 2 показана зависимость недоступности канала связи (величины $1 - R$) от времени Q_2 переключения на резервный радиоканал. Из рис. 2 следует, что доступность канала 99,99 % обеспечивается при значении Q_2 , не превышающем 9,5 с, а при времени переключения до 1 с может быть обеспечена доступность 99,999 %. Заметим, что среднее время переключения с радиоканала на ОАК практически не оказывает влияния на недоступность канала, поэтому может принимать различные значения в широком диапазоне.

На рис. 3 представлены результаты для среднего числа переключений с ОАК на радиоканал в единицу времени при различных значениях Q_2 . Среднее число переключений определяется формулой

$$N_{OR} = \left(\lambda + \frac{2}{m_O + m_R} \right) \left[\sum_{i=0}^{\infty} \pi(i, 1, 1') \left(p_2 e^{-\gamma_2^{(1)} Q_2} + (1 - p_2) e^{-\gamma_2^{(2)} Q_2} \right) + \sum_{i=0}^{\infty} \pi(i, 2', 1) \right],$$

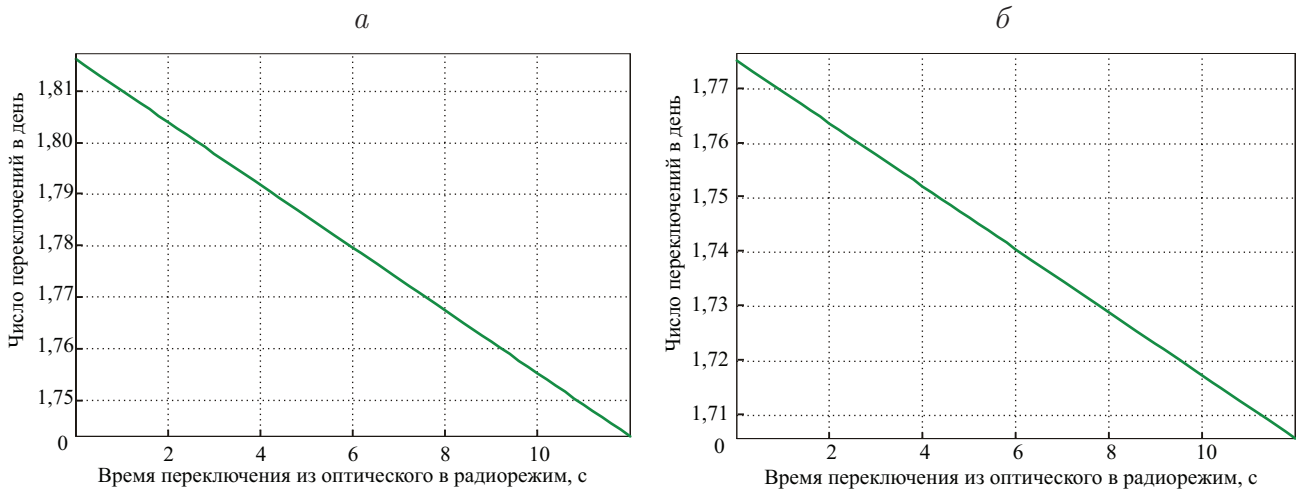


Рис. 3. Зависимость числа переключений между режимами от времени переключения из оптического в радиорежим: а – при мгновенном обратном переключении; б – при пятиминутном обратном переключении

где $m_O = p_1/\gamma_1^{(1)} + (1 - p_1)/\gamma_1^{(2)}$,
 $m_R = p_2/\gamma_2^{(1)} + (1 - p_2)/\gamma_2^{(2)}$ – средние длительности доступности (недоступности) ОАК.

На рис. 4 приведена зависимость среднего числа заявок в системе от интенсивности входного потока.

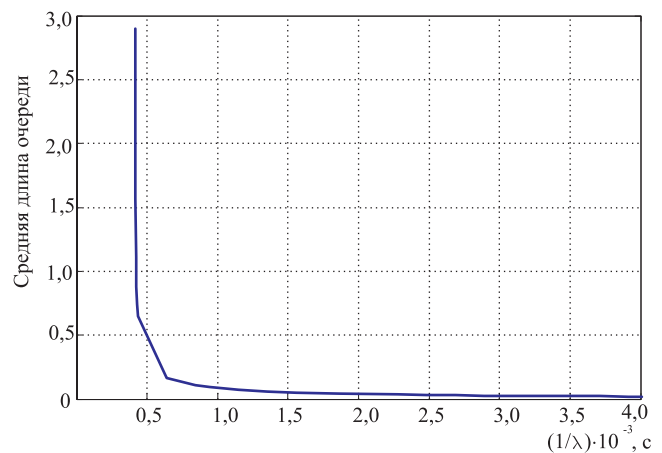


Рис. 4. Зависимость среднего числа заявок в системе от интенсивности входного потока

Список литературы

1. ВИШНЕВСКИЙ В., ПОРТНОЙ С., ШАХНОВИЧ И. Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G. М.: Техносфера, 2009. 470 с.
2. PART 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications Amendment: Enhancements for Higher Throughput // IEEE 802.11n-2009. 2009. Oct. 502 p.
3. AKBULUT A., GOKHAN H., ARI F. Design, availability and reliability analysis on an experimental outdoor FSO/RF communication system // Proc. of the 7th Intern. conf. on transparent optical networks. S. 1., 2005. P. 403–406.
4. DERENICK J., THORNE C., SPLETZER J. On the deployment of a hybrid free-space optic/radio frequency (FSO/RF) mobile ad-hoc networks // IEEE/RSJ Intern. conf. on intelligent robots and syst., comp. sci. and engng. Bethlehem (USA): Lehigh Univ., 2005. P. 3990–3996.
5. WANG D., ABOUZEID A. A. Throughput of hybrid radio-frequency and free-spaceoptical (RF/FSO) multi-hop networks // Inform. theory and applications workshop. USA, 2007. P. 1–8.
6. NADEEM F., LEITGEB E., KVICERA V., ET AL. Simulation and analysis of FSO/RF switch over for different atmospheric effects // Proc. of the Intern. conf. on telecomm. (ConTEL 2009). Graz (Austria): Inst. of Broadband comm., 2009. P. 39–43.

7. LETZEPIS N., NGUYEN K. D., GUILLEN I FABREGAS A., COWLEY W. G. Outage analysis of the hybrid free-space optical and radio-frequency channel // IEEE J. Select. Areas Comm. 2009. V. 27. P. 1709–1719.
8. КАЗИМИРСКИЙ А. В. Методика аппроксимации MAP-потоков при помощи MAP-потоков второго порядка // Информационные системы и технологии (IST'2002): Материалы 1-й Междунар. конф. Дополнение. Минск: БГУ, 2002. С. 27-31.
9. ЗЕЛЕНИУК Ю. И., ОГНЕВ И. В., ПОЛЯКОВ С. Ю., ШИРОБАКИН С. Е. Влияние погодных условий на надежность атмосферной оптической связи // Вестн. связи. 2002. № 4. С. 136-138.
10. GRASSMANN W., HEYMAN D. Equilibrium distribution of block-structured Markov chains with repeated rows // J. Appl. Probability. 1990. V. 27. P. 557-576.
11. KEMENI J., SNELL J., KNAPP A. Denumerable Markov chains. N. Y.: Van Nostrand, 1966. 348 p.
12. BREUER L., DUDIN A. N., KLIMENOK V. I. A retrial $BMAP/PH/1$ system // Queueing Systems. 2002. V. 40. P. 433-457.
13. RAMASWAMI V. A. A stable recursion for the steady state vector in Markov chains of $M/G/1$ type // Comm. Statist.-Stochastic Models. 1988. V. 4. P. 183-188.
14. DUDIN A., SEMENOVA O. Stable algorithm for stationary distribution calculation for a $BMAP/SM/1$ queueing system with Markovian arrival input of disasters // J. Appl. Probability. 2004. V. 42, N 2. P. 547-556.
15. СЕМЕНОВА О. В. Устойчивый алгоритм расчета стационарного распределения системы обслуживания $BMAP|SM|1$ с марковским потоком сбоев и двумя режимами работы // Автоматика и вычисл. техника. 2004. № 1. С. 75-84.
16. CINLAR E. Introduction to stochastic processes. New Jersey: Prentice-Hall, 1975. 400 p.
17. FRICKER C., JAIBI R. Monotonicity and stability of periodic polling models // Queueing Systems. 1994. V. 15. P. 211-238.

*Вишнеvский Владимир Миронович – д-р техн. наук, проф.,
ген. директор ЗАО НПФ “Информационные и сетевые технологии”;
тел. (495) 643-57-72, e-mail: vishn@inbox.ru*

*Семенова Ольга Валерьевна – канд. физ.-мат. наук,
ст. науч. сотр. ЗАО НПФ “Информационные и сетевые технологии”;
тел. (499) 789-96-91, e-mail: olgasmv@gmail.com*

Дата поступления – 20.03.10