

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И ОЦЕНИВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ РЕШЕНИЯ

И. А. Александров, В. И. Гончаров*, Ф. Д. Нгуен*

Томский государственный университет, 634034, Томск, Россия

* Институт кибернетики Национального исследовательского
Томского политехнического университета, 634034, Томск, Россия

УДК 681.51

Рассматривается задача синтеза регуляторов систем автоматического управления объектами с распределенными параметрами. Решение ищется численным способом на основе вещественного интерполяционного метода, который распространяется на передаточные функции с иррациональными и трансцендентными составляющими. Итерационное приближение синтезируемой системы к эталонной осуществляется путем оценки их близости в области изображений.

Ключевые слова: объекты с распределенными параметрами, синтез регуляторов, критерий близости в области изображений.

The synthesis problem of regulators of automatic control systems of objects with distributed parameters is considered. The decision is sought numerically based on the real interpolation method, which applies to transfer functions with irrational and transcendental components. Iterative approximation of the synthesized system to the reference model is performed by means of proximity estimation in image domain.

Key words: objects with distributed parameters, the synthesis of regulators, the proximity criterion in image domain.

Введение. Практически все объекты материального мира имеют распределенные в пространстве параметры. Математические описания этих объектов значительно сложнее описаний объектов с сосредоточенными параметрами, поэтому при создании систем автоматического управления (САУ) такими объектами их модели обычно упрощаются. Для этого используются два основных способа [1]. Первый способ основан на аппроксимации исходных математических описаний приближенными моделями, которые являются традиционными формами описания объектов с сосредоточенными параметрами. Погрешности приближения могут оказаться недопустимо большими, в том числе может быть искажена качественная картина процессов, происходящих в объекте. Второй способ используется для максимального сохранения свойств и особенностей исходного объекта в процессе расчета включая этап синтеза регулятора. В этом случае следует решать задачи на основе моделей с распределенными параметрами (РП), переходя к приближенным представлениям, если в этом возникла необходимость, лишь на заключительном этапе. Этот вариант определен как метод завершающей дискретизации [2].

Существуют другие способы, упрощающие поиск решения, как правило, за счет понижения точности результата. Один из таких способов позволяет получать модели в виде пе-

редаточных функций, описывающих процессы между заданными парами точек вход-выход. В этих описаниях распределенность параметров проявляется в виде иррациональных и (или) трансцендентных составляющих, входящих в передаточные функции наряду с возможными дробно-рациональными выражениями. В общем случае объект управления с РП представляется передаточной функцией вида $W_{p.п}(p) = W(p, e^{-B(p)/A(p)}, \sqrt{p}, \operatorname{ch} p, \operatorname{sh} \sqrt{ap^2 + bp + c}, \dots)$. Очевидны трудности решения практически любых задач, в которых используются такие формы математических описаний.

Указанные модели объектов с РП используются при выполнении различных исследований и расчетов, в том числе при синтезе регуляторов САУ путем решения уравнения вида

$$W_{ж}^3(p) \simeq F [W_p(p), W_{н.ч}(p), k_{о.с}], \quad (1)$$

в которое входят следующие передаточные функции: желаемая $W_{ж}^3(p)$, функции регулятора $W_p(p)$ и неизменяемой части $W_{н.ч}(p)$, коэффициент обратной связи $k_{о.с}$. Обычно известна функция $W_{ж}^3(p)$, описывающая желаемые свойства синтезируемой системы, а также функция $W_{н.ч}(p)$ и коэффициент $k_{о.с}$. Если в неизменяемую часть входит только объект управления с РП, то можно обозначить $W_{н.ч}(p) = W_{p.п}(p)$. В этих условиях неизвестной остается одна функция $W_p(p)$.

Часто считается, что для упрощения задачи целесообразно перейти от уравнения синтеза в форме (1) к эквивалентному представлению

$$W_{ж}^p(p) \simeq W_p(p)W_{p.п}(p), \quad (2)$$

которое описывает систему в разомкнутом состоянии [3, 4]. Несмотря на определенное упрощение, уравнение синтеза продолжает оставаться сложным вследствие наличия в функции $W_{p.п}(p)$ иррациональных и трансцендентных составляющих, что не позволяет применять традиционные методы решения и обуславливает поиск специальных подходов. Рассмотрим возможные варианты.

1. Способы решения уравнения синтеза. Особенность уравнений (1) и (2) состоит не только в наличии иррациональных и трансцендентных выражений, но и в отсутствии точного решения. Очевидный путь решения уравнения синтеза, основанный на аппроксимации функции $W_{p.п}(p)$, неприемлем в условиях, когда необходимо сохранить в модели особенности распределенности параметров и использовать преимущества метода завершающей дискретизации. В такой ситуации практически единственным направлением поиска остаются численные методы, реализация которых в интерполяционных условиях возможна в нескольких вариантах [5].

В первом варианте, основанном на преобразовании Лапласа, узлы интерполяции располагаются на всей комплексной плоскости. Затруднения вызваны тем, что функция $W(p)$, $p = \delta + j\omega$ содержит вещественную и мнимую переменные, поэтому требуется рассматривать значения переменных δ_i , ω_i ($i = 1, 2, \dots$), а также самой функции. Объем вычислений возрастает, становясь фактически неприемлемым для практики.

Второй вариант, в основе которого лежит преобразование Фурье, определяет расположение всех узлов на мнимой оси, т. е. рассматриваются совокупности значений каких-либо частотных характеристик. Подход понятен и очевиден, но трудности, возникающие при выполнении действий с функциями мнимого аргумента, значительны и могут оказаться непреодолимыми [6]. Кроме того, наличие экстремумов и возможных разрывов непрерывности функций $W_{p.п}(j\omega)$, $|W_{p.п}(j\omega)|$ и т. д. создает дополнительные препятствия при использовании численных методов.

Третий вариант, когда все узлы расположены на вещественной оси, — сравнительно новое направление численных расчетов динамических систем, предложенное И. А. Оурком [7]. Подход связан с введением характеристик мнимых частот, для которых принято соотношение $\omega = -j\delta$. Это представление близко к частному случаю преобразования Лапласа, в котором комплексная переменная $p = \delta + j\omega$ вырождается в вещественную δ . При этом передаточные функции приобретают вещественный аргумент δ и становятся вещественными функциями вещественного аргумента: $W(p)|_{p \rightarrow \delta} = W(\delta)$ [4]. Для дискретизации этих функций можно использовать численные методы и хорошо разработанные алгоритмы решения прикладных задач. Сказанное в полной мере относится к ключевым моделям уравнений синтеза — передаточным функциям объектов с РП $W_{p.п}(p)$. Созданный на этой основе подход получил название вещественного интерполяционного метода (ВИМ) [4].

В последнем, четвертом варианте используется узел кратности n в начале координат. Этот вариант соответствует аппроксимации Паде и степенным рядам, имеющим характерные особенности, прежде всего невысокую точность получаемого решения.

Приведенные сведения позволяют выделить как наиболее перспективный третий вариант, удовлетворяющий требованиям поиска приближенных решений и соответствующий применению встроеной в САУ микропроцессорной техники, реализующей алгоритмы реального времени. Однако при этом остаются нерешенными вопросы дискретизации функций с учетом особенностей объектов с РП и оценки точности решения. Ниже эти вопросы рассматриваются более подробно с целью развития алгоритма синтеза регуляторов САУ с РП с учетом их особенностей.

2. Решение уравнения синтеза. Основной алгоритм. Общий подход к решению уравнений синтеза (1) и (2) сводится к некоторой последовательности задач и преобразованию функций, входящих в эти уравнения [8]. Рассмотрим наиболее существенные шаги этой последовательности, являющейся основой алгоритма решения задачи.

На первом этапе используется практически стандартная процедура получения математических моделей, входящих в уравнение (1). Исходные данные обычно представлены моделью объекта управления, которая в рассматриваемом варианте задачи имеет вид $W_{p.п}(p)$. Минимальные требования, предъявляемые к синтезируемой системе, сводятся к заданию показателей перерегулирования, устойчивости, робастности и быстродействия. На основе этих данных можно сформировать желаемую передаточную функцию САУ $W_{ж}^3(p)$, а затем найти модель системы в разомкнутом состоянии $W_{ж}^p(p)$. Полученные математические описания позволяют составить уравнение (2), в котором неизвестной является передаточная функция регулятора $W_p(p)$. Для детализации уравнения примем параметрическую постановку задачи, когда известен вид передаточной функции регулятора

$$W_p(p) = \frac{b_m p^n + b_{m-1} p^{n-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1}$$

и его структурные параметры m , n .

На втором этапе расчета осуществляется переход к вещественной форме уравнения (2). Для этого существует несколько возможностей, среди которых наиболее очевидной является использование формулы прямого преобразования [4]

$$F(\delta) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-\delta t} dt, \quad \delta \in [C, \infty), \quad C \geq 0, \quad (3)$$

в которой параметр C определяет сходимость интеграла. Однако более удобный вариант решения практических задач — формальная замена комплексной переменной $p = \delta + j\omega$ на вещественную δ . Если в (3) под функцией $f(t)$ понимать импульсную переходную характеристику САУ, то функцию-изображение $F(p)$ можно рассматривать как передаточную функцию системы $W(p)$. Отсюда следует физическое содержание ограничений в (3): если система устойчива, то можно положить $C = 0$; если условие устойчивости нарушено, то параметр C должен удовлетворять условию $C > 0$, обеспечивая сходимость интеграла. Это ограничение является ограничением снизу на переменную δ .

Сказанное распространяется на все функции, входящие в уравнение (1): желаемую, функцию неизменяемой части и регулятора. Очевидно, что желаемая, эталонная система должна быть устойчивой по определению, так же как и регулятор. Следовательно, на два соответствующих элемента уравнения можно распространить формальный способ перехода к вещественным моделям, полагая $C = 0$. Третий элемент уравнения — управляемый объект — будем считать устойчивым, что позволяет, во-первых, распространить на него формальный способ перехода к вещественному представлению и, во-вторых, охватить практически весь класс объектов управления с РП. Таким образом, переход от уравнения (1) к виду

$$W_{\text{ж}}^p(\delta) \simeq W_p(\delta)W_{\text{р.п}}(\delta) \quad (4)$$

в практических задачах можно осуществить достаточно простым способом — формальной заменой комплексной переменной p на вещественную δ при $C = 0$.

На третьем этапе выполняются перевод уравнения (4) в дискретную форму и поиск решения. При этом возникает ряд ограничений.

Во-первых, число узлов η должно быть не меньше числа искомым коэффициентов: $\eta \geq m + n + 1$. В случае равенства можно сформировать систему линейных алгебраических уравнений [4]. В случае, когда реализуется неравенство, число уравнений будет больше числа неизвестных, а решение можно искать методом наименьших квадратов с целью получения более точного решения.

Во-вторых, узел δ_1 должен удовлетворять условию $\delta_1 > C > 0$. Это достаточно общее условие в реальных задачах управления устойчивыми объектами упрощается до равенства $\delta_1 = 0$, что снимает неоднозначность в выборе ограничения.

В-третьих, нужно определить верхнюю границу размещения узлов δ_η . При этом можно использовать рекомендации [4], в соответствии с которыми интервал должен охватывать существенные значения функции. Имеются математические представления этой рекомендации.

В-четвертых, необходимо выбрать закон распределения узлов. Этот вопрос является наиболее важным, так как в основном он определяет точность решения задачи. Наиболее простым распределением узлов является равномерное распределение. В то же время известно, что иррациональные и трансцендентные составляющие обуславливают специфическое поведение передаточных функций объектов с РП по сравнению с такими же функциями объектов с сосредоточенными параметрами. Это проявляется как в области изображений, так и в области времени. В последнем случае четко видны “сжатые” начальные и “растянутые” конечные участки функций-оригиналов. Подобная картина наблюдается на графиках вещественных передаточных функций объектов с РП. Это свидетельствует о целесообразности использования неравномерного шага дискретизации, что обеспечивает уменьшение погрешности решения. Такая возможность в данной работе не рассматривается, так как

имеет самостоятельное значение. Поэтому далее используется наиболее простое, равномерное распределение.

Выбранные каким-либо образом узлы δ_i , $i = \overline{1, \eta}$ позволяют найти соответствующие значения функций, входящих в уравнение (4), и получить систему уравнений

$$W_{\text{ж}}^{\text{P}}(\delta_i) \simeq W_{\text{p}}(\delta_i)W_{\text{p.п}}(\delta_i), \quad i = \overline{1, \eta}, \quad \eta = m + n + 1, \quad (5)$$

имеющую единственное решение [4]. На практике целесообразно сначала найти форму $W_{\text{p}}(\delta_i)$, $i = 1, 2, \dots, m + n + 1$, а затем вычислить коэффициенты передаточной функции регулятора $W_{\text{p}}(p)$ путем решения системы линейных алгебраических уравнений

$$W_{\text{p}}(\delta_i) = \frac{b_m \delta_i^m + b_{m-1} \delta_i^{m-1} + \dots + b_0}{a_n \delta_i^n + a_{n-1} \delta_i^{n-1} + \dots + a_1 \delta_i + 1}, \quad i = 1, 2, \dots, m + n + 1.$$

Найденные коэффициенты b_k ($k = \overline{0, m}$), a_d ($d = \overline{1, n}$) и сформированная функция $W_{\text{p}}(p)$ позволяют получить передаточные функции синтезированной системы в разомкнутом и замкнутом состояниях соответственно:

$$W_{\text{c}}^{\text{P}}(p) = W_{\text{p}}(p)W_{\text{p.п}}(p), \quad W_{\text{c}}^{\text{З}}(p) = W_{\text{p}}(p)W_{\text{p.п}}(p) / [1 + W_{\text{p}}(p)W_{\text{p.п}}(p)k_{\text{о.с}}].$$

Следует отметить, что полученное решение относится к определенному варианту задачи, который соответствует принятым ранее значениям узлов δ_i , $i = 1, 2, \dots, \eta$. Однако таких систем узлов может быть сколь угодно много, поэтому и решений будет множество. Поэтому возникает еще одна важная задача: из множества возможных решений нужно выбрать одно решение, которое по какому-либо критерию в наибольшей степени соответствует требованиям близости левой и правой частей уравнений (1), (4) либо заданным показателям качества. В связи с этим рассмотрим вопросы оценки близости эталонной и синтезируемой систем и использования оценок точности в процедурах приближения к наилучшему по выбранному критерию решению.

3. Оценка точности решения уравнения синтеза. Основными методами, используемыми при формировании оценок точности, являются методы решения уравнений синтеза, указанные в п. 1.

В общем случае сравнение желаемой и синтезированной систем наиболее наглядно отражают временные динамические характеристики этих систем. Для этого необходимо по передаточной функции $W_{\text{c}}^{\text{З}}(p)$ полученной САУ найти, например, переходную характеристику $h_{\text{c}}(t)$ и сравнить ее с аналогичной характеристикой $h_{\text{ж}}(t) = W_{\text{ж}}^{\text{З}}(p)1/p$ желаемой САУ или с ее показателями качества. В случае систем с РП этот метод практически неприемлем, так как описание синтезированной системы $W_{\text{c}}^{\text{З}}(p)$ содержит иррациональные и трансцендентные выражения, которые не позволяют стандартным способом выполнить обратное преобразование Лапласа. Можно использовать приближенные методы обращения, но этот способ требует специального программного обеспечения, соответствующих вычислительных средств и, что более важно, увеличивает время вычислений. Последнее неприемлемо для САУ, содержащих встроенные вычислительные средства, которые должны работать в реальном времени, так как при таком подходе снижается быстродействие системы, что во многих случаях является существенным недостатком.

Вторая форма критерия близости может быть получена, как и в случае систем с сосредоточенными параметрами, на основе близости каких-либо частотных характеристик. Уравнение (1) можно представить в виде

$$W_{\text{ж}}^{\text{P}}(j\omega) \simeq W_{\text{р}}(j\omega)W_{\text{н.ч}}(j\omega),$$

что позволяет найти погрешность, например в форме $\Delta W = \max_{\omega} |W_{\text{ж}}^{\text{P}}(j\omega) - W_{\text{р}}(j\omega)W_{\text{н.ч}}(j\omega)|$. В этом случае также возникают принципиальные и технические трудности. Одна из таких трудностей заключается в том, что в случае объектов с распределенными параметрами функция $|W_{\text{н.ч}}(j\omega)|$ имеет разрывы непрерывности и поэтому прямой перенос оценок из класса систем с сосредоточенными параметрами в класс систем с РП невозможен. Кроме того, сам процесс получения частотных характеристик достаточно сложен.

Имеется третий вариант введения оценок близости, основанный на использовании интегрального вещественного преобразования, формула прямого преобразования которого имеет вид (3), и метода ВИМ на его основе [4]. Исходным является уравнение синтеза в форме (4). Судить о точности решения этого уравнения можно, исследуя вещественные передаточные функции разомкнутой или замкнутой системы и получая соответственно $\Delta W^{\text{P}}(\delta) = W_{\text{ж}}^{\text{P}}(\delta) - W_{\text{р}}(\delta)W_{\text{н.ч}}(\delta)$ или $\Delta W^{\text{З}}(\delta) = W_{\text{ж}}^{\text{З}}(\delta) - W_{\text{р}}(\delta)W_{\text{н.ч}}(\delta)$. В рамках автоматизированного проектирования целесообразно использовать оценки

$$\Delta W^{\text{P}} = \max_{\delta} |W_{\text{ж}}^{\text{P}}(\delta) - W_{\text{р}}(\delta)W_{\text{н.ч}}(\delta)|, \quad \Delta W^{\text{З}} = \max_{\delta} |W_{\text{ж}}^{\text{З}}(\delta) - W_{\text{р}}(\delta)W_{\text{н.ч}}(\delta)|. \quad (6)$$

Заметим, что приведенные функции погрешности и оценки на их основе распространяются на бесконечномерные объекты и системы управления ими, поддерживая метод заключительной дискретизации, реализация которого выбрана в качестве основы решения уравнений синтеза. В дальнейшем будем использовать этот способ сравнения эталонной и синтезируемой систем.

4. Следующий шаг решения уравнения синтеза. Значимость выбранной формы оценки близости двух систем состоит не только в формировании критерия близости, но и, что более важно, в возможности итерационного повышения точности решения. Следует отметить, что два указанных выше способа для этих целей практически непригодны.

Сама итерационная процедура на основе одной из оценок (6) определяется циклом, началом которого является выбор узлов интерполирования δ_i , $i = 1, 2, \dots, \eta$. Узлы позволяют найти вещественную передаточную функцию регулятора $W_{\text{р},1}(\delta)$, перейти к традиционному представлению модели регулятора $W_{\text{с},1}^{\text{P}}(p)$, получить описания системы в разомкнутом $W_{\text{с},1}^{\text{P}}(p)$ и замкнутом $W_{\text{с},1}^{\text{З}}(p)$ состояниях. Эти функции дают возможность представить погрешность решения в виде ряда функций $\Delta W_1^{\text{P}}(\delta)$ и $\Delta W_1^{\text{З}}(\delta)$, которые в свою очередь позволяют принять обоснованное решение о необходимости корректировки узлов и задать их новые значения $\delta_{i,2}$, $i = 1, 2, \dots, \eta$. Наряду с этим имеется возможность вычисления максимальных отклонений ΔW_1^{P} и $\Delta W_1^{\text{З}}$, полезных в определенных вычислительных тактиках.

В рамках второй итерации (на основе новых узлов) можно вычислить функции $W_{\text{р},2}(p)$, $W_{\text{с},2}^{\text{P}}(p)$, $W_{\text{с},2}^{\text{З}}(p)$, а также получить оценки ΔW_2^{P} , $\Delta W_2^{\text{З}}$. В результате появляется возможность сопоставить максимальные отклонения ΔW_1^{P} , ΔW_2^{P} и значения аргумента δ , при которых достигаются эти отклонения. Такая информация позволяет принять однозначное решение о направлении изменения верхней границы интервала размещения узлов δ_{η} в соответствии с так называемым перекрестным свойством вещественного интегрального преобразования [4]. Затем можно найти приращение $\Delta \delta_{\eta}$ и вычислить новую верхнюю границу. В обозначениях второй итерации получаем $\delta_{\eta}^2 = \delta_{\eta}^1 + \Delta \delta_{\eta}$.

Аналогично выполняются последующие итерации, в результате которых должно быть выполнено с заданной точностью условие $\max_{\delta} \Delta W^{\text{P}}(\delta) \rightarrow \min$ или $\max_{\delta} \Delta W^{\text{З}}(\delta) \rightarrow \min$.

Для иллюстрации работы предложенного алгоритма и пояснения его наиболее существенных этапов рассмотрим конкретную задачу.

5. Численный пример. Объектом управления является система буксирный трос — буксируемый подводный объект [9], описываемая передаточной функцией

$$W_{н.ч}(p) = \left[\operatorname{ch} \left(1,2483 \sqrt{\frac{p^2 + 0,03p}{1 + 0,01p}} \right) + \frac{0,89p^2 + 0,27p}{\sqrt{(p^2 + 0,03p)(1 + 0,01p)}} \operatorname{sh} \left(1,2483 \sqrt{\frac{p^2 + 0,03p}{1 + 0,01p}} \right) \right]^{-1}.$$

По исходным показателям качества $\sigma_3 = 5\%$, $\Delta\sigma = 1\%$, $t_y^3 = 3$ с найдена желаемая передаточная функция замкнутой САУ

$$W_{ж}^3 = \frac{5,58p + 10}{0,558p^2 + 1,116p + 1},$$

коэффициент обратной связи $k_{o.c} = 0,02$ и передаточная функция разомкнутой САУ

$$W_{ж}^p = \frac{6,976p + 12,5}{0,6976p^2 + 1,256p + 1}.$$

Структурные параметры регулятора также заданы: $m = n = 1$. Нужно найти коэффициенты передаточной функции $W_p(p)$, обеспечивающие близость желаемой и синтезированной систем на основе оценки (6) при выполнении требований по перерегулированию. На основе этих данных получены в явном виде вещественные передаточные функции $W_{ж}^p(\delta)$, $W_{н.ч}(\delta)$ путем замены $p \rightarrow \delta$, а также функция $W_p(\delta)$ с точностью до коэффициентов, составлены уравнения вида (4), (5). Для определенности приведем систему трех уравнений с тремя неизвестными коэффициентами b_1, b_0, a_1 :

$$\frac{6,976\delta_i + 12,5}{0,6976\delta_i^2 + 1,256\delta_i + 1} = \frac{b_1\delta_i + b_0}{a_1\delta_i + 1} \times \left[\operatorname{ch} \left(1,2483 \sqrt{\frac{\delta_i^2 + 0,03\delta_i}{1 + 0,01\delta_i}} \right) + \frac{0,89\delta_i^2 + 0,27\delta_i}{\sqrt{(\delta_i^2 + 0,03\delta_i)(1 + 0,01\delta_i)}} \operatorname{sh} \left(1,2483 \sqrt{\frac{\delta_i^2 + 0,03\delta_i}{1 + 0,01\delta_i}} \right) \right]^{-1},$$

$$i = 1, 2, 3.$$

Размерность данной системы можно понизить на единицу за счет вычисления коэффициента b_0 из уравнения статики $W_{ж}^p(0) \simeq W_p(0)W_{р.п}(0)$, полученного из (4) или (5) при $\delta = 0$. В результате получаем $b_0 = 12,5$. В этих условиях необходимо иметь лишь два узла, которые обозначим δ_1 и δ_2 . Узел δ_2 совпадает с верхней границей интервала расположения узлов и может быть найден в соответствии с рекомендациями [4] из уравнения $W_{ж}^p(\delta_2) = (0,1 \div 0,2)W_{ж}^p(0)$. Значение узла δ_1 определяется из условия наиболее простого, равномерного распределения узлов $\delta_1 = \delta_2/2$. Далее выполняются итерационное изменение узлов и минимизация погрешности на примере оценки ΔW^p . По результатам вычислений, представленным в таблице, можно выбрать верхнюю границу расположения узлов δ_2 , соответствующую критерию $\max_{\delta} \Delta W^p(\delta) \rightarrow \min$.

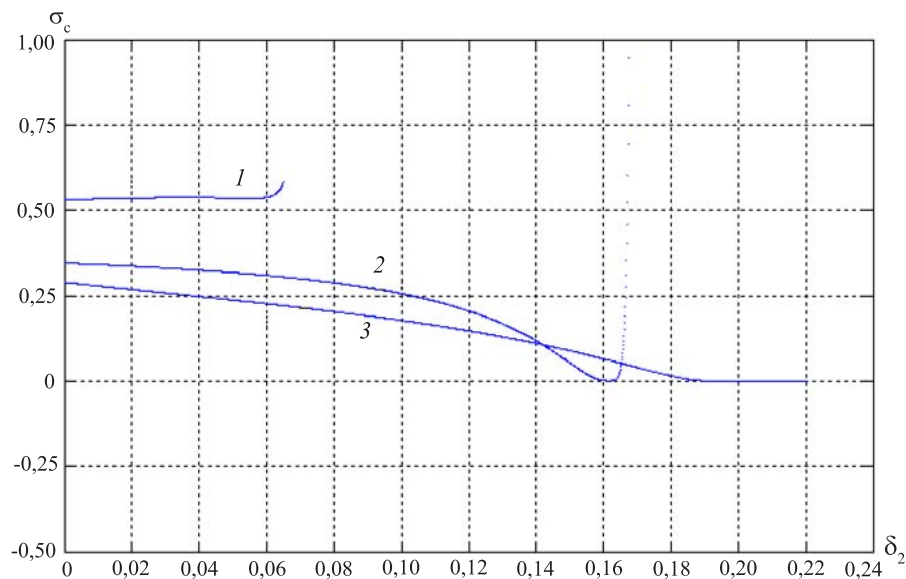
Выберем значение $\delta_2 = 0,05$, при котором погрешность из числа рассмотренных ΔW^p минимальна. В реальных ситуациях задача должна быть продолжена с целью уменьшения

Результаты вычислений для различных значений δ_2

| δ_2 | 0,001 | 0,010 | 0,050 | 0,100 |
|--------------|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| $W_p(p)$ | $\frac{64,12p + 12,5}{5,467p + 1}$ | $\frac{74,7p + 12,5}{6,316p + 1}$ | $\frac{257,2p + 12,5}{21,09p + 1}$ | $\frac{130,9 - 12,5}{10,48p - 1}$ |
| ΔW^p | 3,75 | 3,74 | 3,70 | ∞ |

погрешности и исследования свойств синтезированной САУ в частотной и временной областях для достижения требуемых значений других показателей качества. В данном случае поставленную цель — иллюстрацию работы алгоритма синтеза регулятора — можно считать достигнутой, а задачу — завершённой.

Используя рассмотренный пример, отметим особенности задачи, которые имеют непосредственное отношение к обсуждаемому синтезу регуляторов объектов с РП, но выходят за рамки настоящей работы. В то же время рассмотрение этих особенностей необходимо при расчете реальных САУ. Во-первых, имеются основания полагать, что слабая зависимость величины погрешности ΔW^p от переменной δ_2 обусловлена некорректностью рассматриваемой задачи, вследствие чего ошибка в области времени может оказаться недопустимо большой при сравнительно малой погрешности ΔW^p . Эти предположения требуют специальных исследований. Во-вторых, для рассмотренного примера выполнена проверка решений в области времени при различных значениях t_y^* . Анализ представленных на рисунке результатов показывает, что величина производной $d\sigma_c/d\delta_2$ зависит от переменной δ_2 . Участок, в пределах которого величина производной изменяется незначительно, характеризует робастность САУ по перерегулированию [4, 8]. Это обстоятельство позволяет выбирать значение δ_2 , учитывая требование робастности по перерегулированию, предъявляемое к синтезируемой САУ. Эта особенность также важна и требует отдельного исследования.



Зависимость $\sigma_c = f(\delta_2)$ при различных значениях t_y :

$$1 - t_y = 3 \text{ с}; 2 - t_y = 5 \text{ с}; 3 - t_y = 7 \text{ с}$$

Заключение. Рассмотрен численный вариант синтеза регуляторов систем автоматического управления объектами с РП. Показана возможность реализации метода завершающей дискретизации, позволяющего сохранять особенности объекта управления при получении модели регулятора. Вариант в значительной мере повторяет классический метод передаточных функций, сочетая его с численным выполнением отдельных процедур. На этапе оптимизации решения имеется возможность представления результатов в виде функций $\Delta W_1^p(\delta)$, $\Delta W_1^z(\delta)$, позволяющих анализировать решения по принятому критерию точности и находить рациональные пути снижения погрешности. Можно также ввести численную оценку погрешности решения, удобную для автоматизированного синтеза регуляторов.

Список литературы

1. РАПОПОРТ Э. Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами. М.: Высш. шк., 2005.
2. РЕЙ У. Х. Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учеб. В 5 т. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
4. ГОНЧАРОВ В. И. Вещественный интерполяционный метод синтеза систем автоматического управления. Томск: Изд-во ТПУ, 1995.
5. СКВОРЦОВ Л. М. Интерполяционные методы синтеза систем управления // Пробл. управления и информатики. 1998. № 8. С. 25–30.
6. Синтез активных RC-цепей: Состояние и проблемы / Под ред. А. А. Ланнэ. М.: Связь, 1977.
7. ОРУРК И. А. Новые методы синтеза линейных и некоторых нелинейных динамических систем. М.: Наука, 1965.
8. НГУЕН Ф. Д., ГОНЧАРОВ В. И. Синтез робастных регуляторов численным методом // Молодежь и современные информационные технологии: Сб. тр. 7-й Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск, 25–27 февр. 2009 г. Томск: СПБ Графиск, 2009. Т. 2. С. 75–77.
9. КУВШИНОВ Г. Е. Системы управления глубиной погружения буксируемых объектов / Г. Е. Кувшинов, Л. А. Наумов, К. В. Чупина. Владивосток: Дальнаука, 2005.

*Александров Игорь Александрович — д-р физ.-мат. наук,
проф., зав. кафедрой математического анализа ТГУ; тел. (3822) 52-97-05;
Гончаров Валерий Иванович — д-р техн. наук, проф.,
науч. руководитель Международной научно-образовательной
лаборатории мехатроники ТГУ; тел. (3822) 70-18-36; e-mail: gvi@tpu.ru;
Нгуен Фу Данг — асп. ТГУ; тел. (3822) 70-18-36; e-mail: npdangdty@yahoo.com.vn*

Дата поступления — 10.02.11 г.