О ПРОБЛЕМАХ И ПРОТИВОРЕЧИЯХ УПРАВЛЕНИЯ КИБЕРНЕТИЧЕСКИМИ И СИНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Ж. Ш. Шаршеналиев

Институт автоматики и информационных технологий НАН КР,
720071, Бишкек, Кыргызстан

УДК 681.5.01.77

Рассматриваются некоторые проблемы управления кибернетическими и синергетическими динамическими системами.

Ключевые слова: оптимальное управление, стабилизация, самоорганизация, нелинейная динамика, аттрактор.

We consider some problems of control in cybernetic and synergetic dynamic systems.

Key words: optimal control, stabilization, self-organization, nonlinear dynamics, attractor.

Существует два пути развития теории автоматического управления (ТАУ):

— кибернетический на основе формализованного абстрактно-математического подхода с использованием теорий оптимального, адаптивного и стабилизационного управления. Основные структуры языка описания системы: “вход-выход”, передаточные функции, частотные характеристики;

— синергетический на основе изучения физических начал формирования структур с использованием теорий инвариантов (синергий), самоорганизации, нелинейной динамики, аттракторов, теории открытых неравновесных систем, теории порядка из хаоса.

На разных этапах развития управляемых систем с нелинейной динамикой использовались различные физические принципы и понятия, авторами которых были выдающиеся ученые:

— векторные понятия силы и импульса (И. Ньютон);

— вариационный принцип, скалярные понятия кинетической энергии и силовой функции (Ж. Л. Лагранж и В. Р. Гамильтон);

— теория инвариантов, асимптотическая устойчивость, качественная теория дифференциальных уравнений и структуры фазового пространства (А. Пуанкаре, А. Ляпунов);

— теория инвариантов, асимптотическая устойчивость движения, теория аттракторов, общая теория структуры фазового пространства (синергетический подход (Г. Хакен, А. Колесников).

В настоящее время наиболее передовое фундаментальное направление в теории и технике управления включает физическую теорию управления, синергетический подход к проблемам управления, теорию самоорганизующихся регуляторов с экстраполяцией, теорию нечетких и нейросетевых систем управления и др. Уместно привести высказывание выдающегося

Работа рекомендована к публикации Программным комитетом VIII Международной азиатской школы-семинара “Проблемы оптимизации сложных систем”.

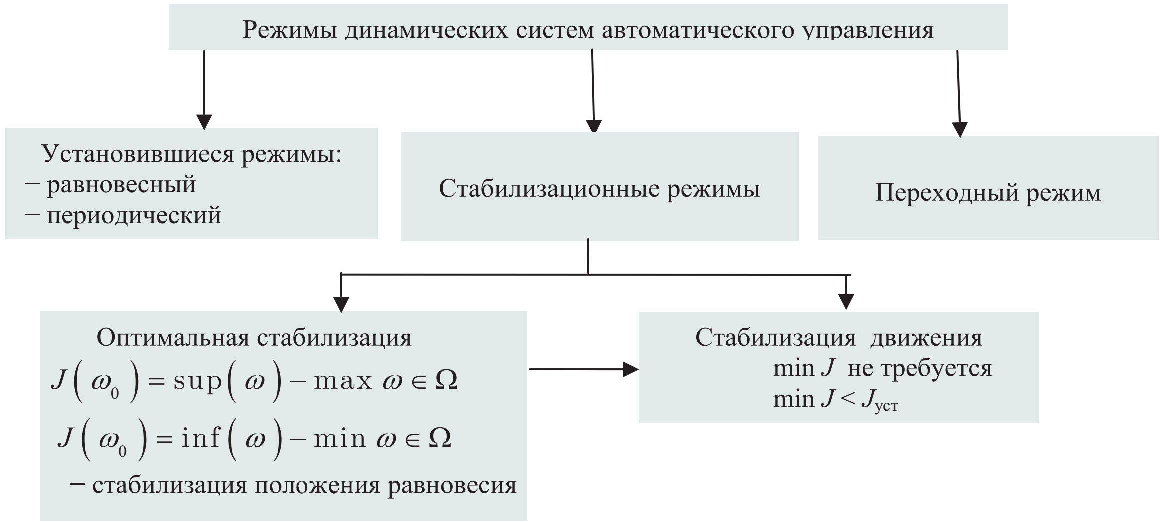

Рис. 1. Структура режимов систем управления

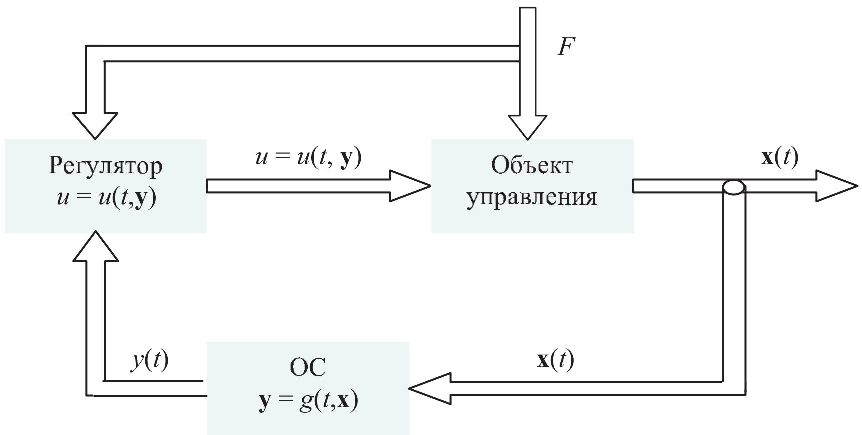

Рис. 2. Позиционная система управления с комбинированной гибкой обратной связью

ученого, академика РАН А. Красовского: "В последние три десятилетия в развитии ТАУ наблюдаются диспропорции и перекосы, болезненно сказывающиеся на практике автоматизации. С одной стороны ... налицо бурное развитие новых математических направлений по проблемам управления, с другой стороны налицо отрыв ряда направлений и закономерностей, замыкание и внутренние потребности собственного развития, отказ от поиска общих объективных законов процессов управления, отсутствие крупных достижений в качественных показателях многих автоматических систем" [1]. В настоящее время необходимо учитывать энергетические, информационные и другие физические ограничения в моделях и критериях.

Прежде чем перейти к обсуждению проблем и противоречий синтеза динамических систем, приведем известные блок-схемы систем с их функциональными режимами (состояниями) как для программных систем, так и для систем с обратной связью (рис. 1), позиционных систем, использующих априорную и текущую информацию (рис. 2), и систем с "паразитной" динамикой (рис. 3).

Проблемы классической ТАУ. Основными причинами возникновения противоречий и ряда проблем как в программной, так и в позиционной системе являются следующие [2]:

Рис. 3. Структура управления системами с "паразитной" динамикой

1. Отсутствие гарантии высокой степени соответствия объекта управления и его математической модели.

2. Неучет динамики перехода от режима приближенной оптимизации к режиму стабилизации.

3. Неучет особенностей "паразитной" динамики сложных объектов и систем.

4. Отсутствие практически реализуемых конструктивных вычислительных алгоритмов.

5. Неучет происходящих динамических режимов состояния (равновесный переходный и периодический).

6. Оценка и стыковка динамических процессов с конечной продолжительностью (теория оптимальных процессов) и неограниченной продолжительностью (теория стабилизации).

Противоречия между теорией оптимального управления и теорией стабилизации. Точный (даже с заданной точностью) оптимальный перевод объекта в окрестность нового состояния равновесия при ограничениях на управление с учетом требований обеспечения заданного критерия оптимизации за конечное фиксированное время является не естественной задачей, практически не осуществимой для реальных сложных динамических систем. Движение этих систем не прекращается и после достижения намеченной цели, причем в условиях постоянно действующих возмущений. В свою очередь для обеспечения режима стабилизации необходимо не фиксированное время, а время с неограниченной продолжительностью. Однако режим стабилизации часто достигается без учета ограничений на управление и без особых требований к качеству переходных процессов.

Для систем с неполной информацией существует два способа стабилизации динамических систем: организация обратной связи с большими коэффициентами усиления и управление по принципу адаптации. При этом эффективность управления по заданной программе и по принципу обратной связи неравнозначна. Малые ошибки, возникающие в программной системе, приводят к большим отклонениям от заданной траектории, тогда как при использовании принципа обратной связи малые ошибки приводят к малым отклонениям от требуемой траектории движения управляемой системы.

Для управления реальными динамическими системами необходимо отказаться от оптимального “точного” перевода системы в новое состояние равновесия за конечное время.

Для решения практических задач управления необходимо гарантировать асимптотическую устойчивость нового состояния равновесия, обеспечивающую устойчивое и стабильное поведение при постоянно действующих возмущениях. Как отмечено в [3], в этом случае задача оптимального управления становится не основной, а вспомогательной. Поэтому разработка регуляторов для динамических систем должна рассматриваться как задача стабилизации с использованием методов теории оптимального управления, к тому же остается неизвестным время перехода от задачи оптимального управления к задаче стабилизации.

Такой подход особенно важен для сложных (больших, многосвязных) динамических систем, которые возникают при управлении электроэнергетическими, механическими системами, а также при управлении технологическими процессами. Методы обеспечения режима стабильности, а следовательно, и анализа устойчивости сложных систем достаточно хорошо разработаны только для линейно взаимодействующих подсистем, т. е. для систем, имеющих экспоненциально устойчивые нулевые решения. Однако даже для линейных систем обычное понятие устойчивости не является конструктивным, поскольку, несмотря на то что устойчивость представляет собой асимптотическое свойство, в начальные моменты времени может появляться “всплеск” (резкий рост траектории). К тому же устойчивость линейных стационарных систем может нарушаться при наличии нестационарных и нелинейных возмущений.

Отметим еще один парадокс. Теория оптимальных управлений имеет дело с ограниченными программными управлениями. Однако такой подход нехарактерен ни для теории стабилизации, ни для классической теории автоматического регулирования [3], в которых задачи решаются с использованием обратных связей без учета ограничений на значения управления. Для обеспечения стабильного режима линейной системы достаточно ее полной управляемости, а в случае стационарных или периодических систем необходима и достаточна управляемость их координат, соответствующих корням характеристического уравнения с неотрицательной действительной частью.

В ТОУ противоречия возникают при использовании как прямых методов решения оптимальных задач (точных и градиентных), так и косвенных (принцип максимума (ПМ), динамическое программирование (ДП)). Проблема “проклятия размерности” и имеющиеся неопределенности параметров практически не позволяют осуществить синтез с помощью ПМ и ДП. К тому же в ТОУ решение ищется в виде функции времени, а для инженеров предпочтительным является выбор управления в виде обратной связи, обеспечивающей асимптотическую устойчивость систем. Для нелинейных нестационарных систем существуют следующие виды режимов устойчивости:

— устойчивость точки равновесия;
— устойчивость движения;
— устойчивость по Ляпунову;
— асимптотическая устойчивость;
— устойчивость “в малом” и “в большом”;
— устойчивость по начальным условиям и по возмущению.

Как для кибернетических, так и для синергетических систем важной является гарантия асимптотической устойчивости с учетом возмущений.

Как правило, строятся математические модели, содержащие только линейные уравнения. Такой подход приводит к необоснованным упрощениям и неучету “малосущественных” факторов. Однако неучтенные "второстепенные" факторы играют важную, а часто даже доминирующую роль в нарушении принципа суперпозиции, что приводит к возникновению режимов неустойчивости и бифуркации. К числу "второстепенных" факторов, определяющих "паразитность" динамики объектов и систем, относятся малые параметры (малые нелинейности, малые постоянные времени, малые массы и моменты инерции), а также проблемы систем с большими коэффициентами усиления.

Следует отметить, что речь идет практически обо всех САУ движением, парциальные движения которых происходят во времени с различной интенсивностью. Например, малая нелинейность почти не зависит от одних значений входного сигнала и существенно зависит от других значений. При исследовании разнотемповых систем с медленными и быстрыми переменными движения пренебрежение малыми параметрами приводит к возникновению принципиальных количественных и качественных ошибок. Поэтому в САУ необходим учет различного рода взаимодействий, обратных связей, тонких и малых эффектов и т. д.

Заметим, что даже при наличии полной информации о состоянии системы вследствие сильной неустойчивости искомой модели к малым возмущениям многие САУ относятся к числу некорректных или сингулярных задач.

К числу динамических систем, содержащих малые параметры, относятся разнотемповые системы управления, используемые в различных областях техники, естествознания и экономики.

Возмущения учитываются путем введения параметров штрафа, регуляризации, аппроксимации импульсов и т. д. При использовании реальных систем возникает необходимость анализировать контур с "паразитной" динамикой, пренебрежение которой приводит к построению упрощенных моделей, не учитывающих фактическое управление со стороны быстрых фазовых переменных. Учет действия этого "паразитного" контура идеализирует вид математической модели и позволяет повысить точность решения и организовать новые алгоритмы управления. Однако при численном решении возникают значительные вычислительные трудности (большое время счета) и происходит накопление вычислительных ошибок, т. е. появляются проблемы "жестких" систем.

Об особенностях самоорганизации в разнотемповых системах. Рассмотрим разнотемповую систему с разномасштабными скоростями изменения фазовых переменных [4]

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A_{11}\mathbf{x} + A_{12}\mathbf{z} + B_1\mathbf{u}, \\ \mu\dot{\mathbf{z}} = A_{21}\mathbf{x} + A_{22}\mathbf{z} + B_2\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} = C_1\mathbf{x} + C_2\mathbf{z}, \end{cases} \tag{1}$$

$$\mathbf{x} \in R^n, \quad \mathbf{z} \in R^m \quad \mathbf{u} \in R' \quad \mu > 0,$$

где n — медленный "доминирующий" вектор состояния; m — быстрые "паразитные" векторы состояния.

Принцип подчинения основан на идее разделения исходной системы на медленные и быстрые подсистемы. При несингулярности матрицы A_{22} и $\mu = 0$ имеем единственный корень

$$\overline{\mathbf{z}} = A_{22}^{-1}(A_{21}\overline{\mathbf{x}} + B_2\mathbf{u}). \tag{2}$$

При отсутствии быстрых движений система (1) с учетом (2) и (1) при $\mu = 0$ редуцируется в медленную систему

$$\overline{x}_{\text{м}} = A_0 x_{\text{м}} + B_0 u_{\text{м}}. \tag{3}$$

В (1)–(3) $A_0 = A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}$; $B_0 = B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2$; $y_{\text{м}} = (C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21})x_{\text{м}} - C_2A_{22}^{-1}B_2u_{\text{м}} = C_0x_{\text{м}} + D_0u_{\text{м}}$; $C_0 = C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21}$; $D_0 = -C_2A_{22}^{-1}B_2$.

Уравнение (1) является динамическим, т. е. его решения однозначно определяются начальными и граничными условиями, а также свойствами и параметрами самого уравнения. Первоначально поведение такой системы представляется предсказуемым. Однако характерная для синергетики непредсказуемость возникает в случае, если динамическая модель имеет такое решение, при котором система теряет устойчивость. Устойчивость (или неустойчивость) — это внутреннее свойство системы, а не результат внешних воздействий. Особенность состоит в том, что это свойство проявляется только при наличии малых воздействий.

При несингулярности матрицы A_{22} импульсные движения отсутствуют и система превращается в регулярную (3) нединамическую. В случае сингулярности матрицы A_{22} даже линеаризованная система вида (1) при определенных начальных условиях допускает наличие собственных импульсных движений. В исходной динамической системе медленная подсистема как бы "управляет" быстрой подсистемой. Медленная переменная $y_{\text{м}}$, под которую подстраивается быстрая переменная $\mathbf{z}$, называется параметром порядка. В многомерных системах может быть несколько параметров порядка. Под эти коллективные переменные — параметры порядка — подстраиваются отдельные переменные.

Синергетические методы управления динамическими системами. Современные сложные системы многомерны, многосвязанны, нелинейны, неопределенны и имеют критические и хаотические режимы движения. Это требует учета совместного действия нескольких факторов. Совместное действие — это самопроизвольное усложнение формы и структуры системы при медленном и плавном изменении ее параметров. Самоорганизация — это неожиданные явления, например автоколебания, возникающие при медленном и плавном изменении параметров в режиме неустойчивости.

Напомним, что "... наступило время пересмотра силовых подходов в задачах управления и перехода на идеи самоорганизации и синергетики... возникла необходимость создания способов формирования и резонансного возбуждения внутренних сил взаимодействия, которые могли бы породить в фазовом пространстве синтезируемых систем желаемые структуры, аттракторы, адекватные физической (химической, биологической) сущности соответствующей системы" [1]. В теории управления появились новые понятия: параметр порядка аттрактор, когерентность, каскадный синтез и бифуркация.

Как отмечено в [5], "синергетика показала, что аналогичные информационные процессы протекают не только в искусственно созданных системах управления, но они могут возникать и в естественных физических системах, находящихся на границе устойчивости. Маломощные сигналы, действующие на такие системы в точках бифуркаций, могут привести к значительным и даже катастрофическим последствиям. Это так называемые сложные открытые системы, которые, попав в область неравновесности, обнаруживают сложное динамическое поведение, в том числе и хаотическое". Особенностью таких систем являются "забывание" начальных условий и формирование неравновесных структур, которые и обусловливают упорядоченность, т. е. самоорганизацию, нелинейной или сингулярной линейной динамической системы.

Асимптотическая устойчивость, стабилизируемость и автономность. Примем некоторые допущения (нестационарный случай).

1. Пусть при фиксированных $t \in [t_0, t_1]$ и несингулярности $A_{22}(t)$ пары $\{A_{22}(t), B_2(t)\}$ управляемы. Тогда существует параметр $\mu > 0$, такой что при $\mu \in (0, \mu_0)$ и $\forall t > t + \mu_0$ переходная функция $\Phi(t, t_0)$ быстрой составляющей разнотемповой системы удовлетворяет соотношению $\Phi(t, t_0)/\mu_0 = 0(\mu)$.

2. $\operatorname{rang}\left\{B_0, A_0 B_0, K, A_0^{n-1} B_0\right\} = n$, и система (3) управляема (управляемость зависит от вида матриц A_0, B_0 и способа включения управлений $u_i(t),\ i = \overline{1, r}$).

Утверждение 1. Система (3) стабилизируема управлением

$$\mathbf{u} = -R^1 B_0^T p\mathbf{x} = K_0 \mathbf{x},$$

и замкнутая система асимптотически устойчива.

Для многосвязных многотемповых САУ необходимо обеспечить статическую автономность.

Приведем регулятор, обеспечивающий статическую автономность, вида

$$\mathbf{u} = K\mathbf{x} + M\boldsymbol{\nu},$$

где K и M — матрицы регулятора размерности $p \times m$ и $p \times r$.

Теорема. *Если $\{A_0, B_0\}$ — стабилизируемая пара, A_{22} — матрица Гурвица* $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} = n + q$, *то существуют матрицы регулятора K, M, такие что для каждого $\mu \in (0, \mu_0)$ разнотемповая система (1)–(3) является статически автономной и для каждого $\mu \in (0, \mu_0)$ система является такой, что* $\lim\limits_{t\to\infty} \dot{\mathbf{x}}(t) = \lim\limits_{t\to\infty} \dot{\mathbf{z}}(t) = 0$:

$$\mathbf{x} = A_{11}(t)\mathbf{x} + A_{12}(t)\mathbf{z} + B_1(t)\mathbf{u},$$

$$\mu\dot{\mathbf{z}} = A_{21}(t)\mathbf{x} + A_{22}(t)\mathbf{z} + B_2(t)\mathbf{u},$$

$$J = \int\limits_0^\infty \left[y^T Q(t)\mathbf{y}(t) + u^T(t) L(t)\mathbf{u}(t)\right] dt,$$

$$y^T Q\mathbf{y} > 0,\ \mathbf{y} \neq 0,\ u^T R\mathbf{u} > 0,\ \mathbf{y} = \begin{vmatrix} \mathbf{x}(t,\mu) \\ \mathbf{z}(t,\mu) \end{vmatrix} \in R^{n+m},$$

где $\mathbf{x} \in R^n$ — вектор переменных состояния медленного движения; $\mathbf{z} \in R^m$ — *вектор переменных состояния быстрого движения.*

Для редуцированной системы ($\mu = 0$) имеем положительно-полуопределенное решение уравнения Риккати

$$\dot{p}(t) = -p(t)A_0(t) - A_0^T p_1(t) + p(t)B_0(t)L^{-1}(t)B_0(t)p(t) - Q(t),$$

где

$$A_0 = A_{11}(t) - A_{12}(t)A_{22}^{-1}(t), \quad B_0(t) = B_1(t) - A_{12}(t)A_{22}(t)B_2(t),$$

$$K_0(t) = -L^{-1}(t)B_0^T(t)p(t), \quad \hat{L}(t) = A_0(t) + B_0(t)K_0(t).$$

Тогда справедливо

Утверждение 2. Если матрицы $A_0(t),\ B_0(t),\ Q(t), L(t)$ ограничены равномерно по t при $t \in [0,\infty]\,, Q(t) > 0,\ L(t) > 0$, пара матриц $\{A_0(t),\ B_0(t)\}$ и все неустойчивые собственные значения матрицы $A_0(t)$ $(\operatorname{Re}\lambda_i > 0)$ управляемы, а матрицы $A_{22}(t)$ и $\hat{L}(t)$ являются гурвицевыми, то существует значение $\mu_0 > 0$, такое что для всех $\mu \in (0, \mu_0)$ положение равновесия $\mathbf{x} = 0,\ \mathbf{z} = 0$ замкнутой системы аналитически устойчиво и эта система стабилизируема, если $\mathbf{u}(t) = L^{-1}(t)B_0^T(t)p(t)\mathbf{x}(t) = K_0(t)\mathbf{x}(t)$.

При искусственном недопущении несингулярности матрицы A_{22} и $\mu = 0$ предполагается, что в (1) существует некоторое инвариантное множество, обусловливающее возникновение режимов самоорганизации в таких системах. Это многообразие должно быть притягивающим, т. е. асимптотически устойчивым и содержащим аттрактор исходной системы (1). Однако определение таких инерциальных (инерционных) многообразий при создании направленной самоорганизации системы зависит от опыта и интуиции исследователя. Формирование параметров порядка основано на учете нелинейного взаимодействия “медленных” и “быстрых” переменных состояния динамической системы.

Современные научные подходы, используемые при синтезе динамических систем, требуют единства процессов управления и самоорганизации.

Пример квазиоптимального управления разнотемповой динамической системой. Рассмотрим проблему качественного проектирования разнотемповых регуляторов, оптимальных по квадратичным функционалам, на примере задачи о регуляторе напряжения [6]. Объект задан следующей системой дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр μ в качестве множителя при производных $\mathbf{x} \in R^2,\ \mathbf{z} \in R^3,\ \mathbf{u} \in R^1$. Уравнения объекта имеют вид

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{T_1} & \dfrac{a_1}{T_1} \\ 0 & -\dfrac{1}{T_2} \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{a_2}{T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{z}, \quad \frac{dz}{dt} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{T_3} & \dfrac{a_3}{T_3} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{T_4} & \dfrac{a_4}{T_4} \end{bmatrix}\mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{a_5}{T_5} \end{bmatrix}\mathbf{u},$$

где $T_1 = 5$; $T_2 = 2$; $T_3 = 0{,}07$; $T_4 = 0{,}04$; $T_5 = 0{,}1$; $a_1 = 2{,}5$; $a_2 = 3{,}2$; $a_3 = 6$; $a_4 = 3$; $a_5 = 3$.

Требуется найти оптимальный закон управления, доставляющий минимум критерию

$$I = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x_1^2 + u^2)\, dt.$$

Решение данной задачи показывает, что пренебрежение малым параметром приводит к неудовлетворительному качеству системы (рис. 4).

Возникает необходимость разработки алгоритмов и методов проектирования, позволяющих создавать устойчивые регуляторы с учетом действия малых параметров. В [6] предложен метод квазиоптимального проектирования, при этом основное внимание уделяется зависимости коэффициента усиления оптимальной отрицательной обратной связи K от малых параметров μ. Коэффициент K можно разложить в ряд Маклорена с учетом μ, где первый член соответствует упрощенному конструированию, а второй и следующие члены используются в качестве квазиоптимальной коррекции.

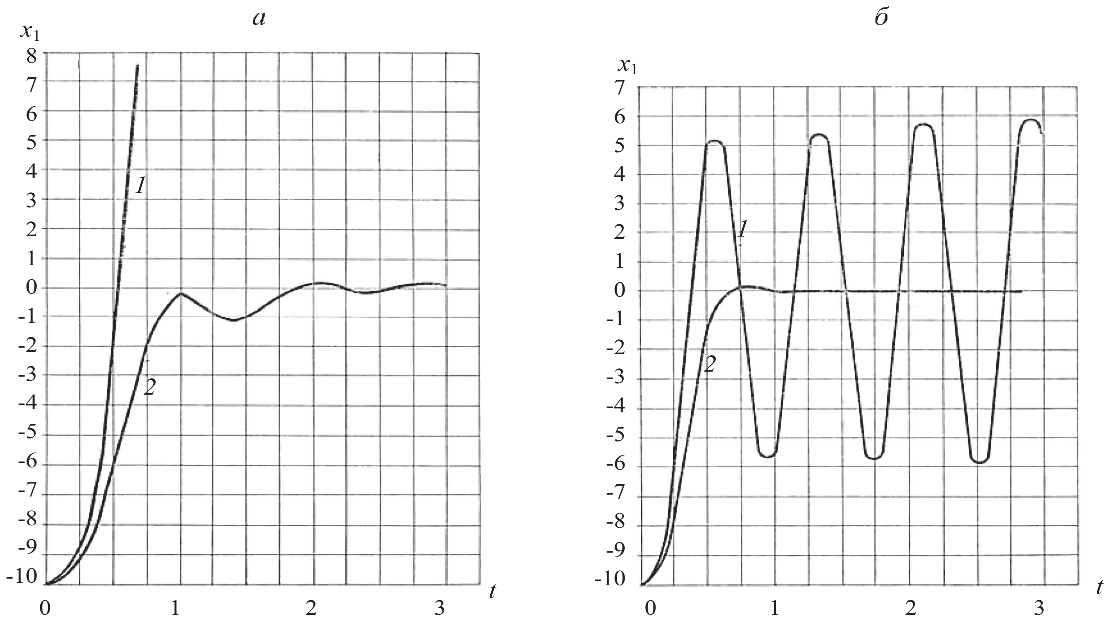

Рис. 4. Зависимости $x_1(t)$, полученные с использованием двух методов проектирования: *а* — $\mu = 0{,}07$, *б* — $\mu = 0{,}02$; *1* — упрощенное проектирование; *2* — квазиоптимальное проектирование

Особенности перехода от аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) к аналитическому конструированию агрегированных регуляторов (АКАР). Для синтеза регуляторов одномерных объектов применяется известный подход — выбор структуры и параметров корректирующих устройств на основе частотных и корневых методов и интегральных оценок. При таком подходе, ориентированном в основном на линейные объекты, используются первичные инженерные показатели качества систем (время и характер затухания переходного процесса, перерегулирование, точность в установившемся состоянии и т. д.).

В отличие от известных методов проектирования регуляторов по заданным первичным показателям качества, осуществляющих оптимизацию параметров корректирующих ценой предложенных В. В. Солодовниковым [7], аналитический метод АКОР, предложенный А. М. Летовым [8–10], сочетает методы вариационного исчисления, теории устойчивости Ляпунова и динамического программирования. Закон изменения управляемой координаты и управляющего воздействия задается аналитически в виде определенного функционала, минимизируемого путем подбора управляющего воздействия.

Из данных, приведенных в таблице, следует, что АКОР и АКАР имеют различные цели и не противопоставляются друг другу. Главными отличиями являются методология, подходы, используемые парадигмы, а также методы познания объектов.

Синергетический подход — это управляемое взаимодействие энергии, вещества и информации в процессах различной природы [5]. В соответствии с этим подходом обоснован принцип расширения-сжатия фазового пространства, на котором базируется метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР).

Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР) представляет собой задачу синтеза закона управления, обеспечивающего минимум заданного критерия. Суть за-

Сравнительные характеристики АКОР и АКАР

АКОР	АКАР
— чрезмерная абстрактно-математическая формализация; — игнорирование физической сущности явлений и процессов; — стремление повсюду линеаризовать процессы; — произвольный выбор функционала оптимизации, трудности определения весовых коэффициентов	— инвариантное многообразие, физические основы формирования структур; — ценность информации; — оптимизация на основе естественно-математических соотношений; — инвариантность, когерентность, нелинейность, каскадный синтез; — редукция степеней свободы, самодвижение, параметр порядка, аттрактор, внутренняя генерация

дачи АКОР состоит в следующем: для стационарной инвариантной по времени линейной САУ

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$$

требуется определить закон управления $\mathbf{u}$, обеспечивающий асимптотическую устойчивость при $\mu \to \infty$ и минимизирующий критерий

$$I(\mathbf{u}) = \int\limits_0^\infty \left(\sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 + u^2 \right) dt$$

либо критерий общего вида

$$I(\mathbf{u}) = \int\limits_0^\infty \left(\sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 + cu^2 + \dot{u}^2 \right) dt.$$

Такая постановка задачи тесно связана с задачей определения аналитического закона управления для стабилизации движения, подавления колебаний в системе, возникающих вследствие возмущений начальных отклонений $x_i(0), \quad i = \overline{1,n}$ и внешних помех.

В работах [8–10] показано, что заданному квадратичному критерию оптимальности соответствует линейный закон управления

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^n k_i x_i,$$

где k_i — постоянные коэффициенты. Методика вычисления коэффициентов k_i разработана в [8–10]. Однако в зависимости от выбора весовых коэффициентов β_{ii} система будет иметь различные варианты управления. Эта неоднозначность остается не решенной до конца даже для линейных систем.

Вследствие произвола выбора функционала оптимизации, трудности определения коэффициентов k_i, наличия неадекватных эквивалентных преобразований, приводящих к параметрической неустойчивости, метод АКОР не имеет широкого инженерного применения.

В нелинейной теории АКОР имеется два основных метода по критерию обобщенной работы, с помощью которых получены существенные научные результаты, — методы Летова —

Калмана и Красовского. При использовании этих методов АКОР возникают вычислительные трудности при получении оптимального решения на основе чисто математического формализма Беллмана — Ляпунова, применение которого для объектов высокой размерности крайне затруднено. При этом указанный формализм слабо учитывает физический смысл происходящих процессов.

В работе [5] предложен новый метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) на основе принципа расширения-сжатия фазового пространства.

Рассмотрим объект управления, описываемый системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$\dot{X}(t) = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad \mathbf{x} \in R^n, \quad \mathbf{u} \in R^m, \quad m \leq n. \tag{4}$$

Требуется найти закон управления

$$\mathbf{u}(\psi) = \mathbf{u}(\mathbf{x}), \tag{5}$$

обеспечивающий сначала перевод изображающей точки (ИТ) системы (5) из произвольного начального состояния $x_0(x_{10}, \Lambda, x_{n0})$ в окрестность агрегированного многообразия

$$\psi(x_1, \Lambda, x_n) = 0 \tag{6}$$

в пространстве координат (x_1, Λ, x_n), а затем дальнейшее асимптотически устойчивое движение ИТ вдоль этого многообразия в начало координат пространства состояний с нулевой размерностью.

В [5] указано, что, например, для объектов второго порядка закон управления (5) удерживает ИТ в указанной окрестности при ее дальнейшем движении вдоль многообразия (6), имеющего фазовую траекторию $\psi(x_1, x_2) = 0$. При этом макропеременные $\psi(x_1, x_2)$ должны удовлетворять функциональному уравнению

$$T\dot{\psi}(t) + \varphi(\psi) = 0.$$

На траекториях движения замкнутой системы к многообразию (6) достигается минимум сопровождающего функционала

$$I = \int\limits_0^\infty \left[m^2 \varphi^2(\psi) \; + \; c^2 \dot{\psi}^2(t) \right] \, dt.$$

В результате управляющего воздействия система переходит из исходного пространства размерности n в подпространство размерности $n-1$, затем $n-2$, $n-3$ и т. д. вплоть до одномерного многообразия $\dim(\psi_S) = 1$, двигаясь вдоль которого попадает в начало координат. Иными словами, происходит постепенное сжатие фазового потока, в котором движется объект.

Итак, синергетический метод АКАР является новым направлением в теории управления, который расширяет понимание сложных процессов управления, так как учитывает общие объективно-энергетические и энтропийно-информационные субстанции в пространстве и времени.

Список литературы

1. Красовский А. А. Проблемы физической теории управления // Автоматика и телемеханика. 1990. № 11. С. 3.

2. Шаршеналиев Ж. Синтез систем оптимального управления и стабилизации: проблемы и противоречия // Пробл. автоматики и управления. 2009. № 1. С. 5–16.

3. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Ружицкая Е. А. Решение классической задачи регулирования методами оптимального управления // Автоматика и телемеханика. 2006. № 6. С. 18–29.

4. Шаршеналиев Ж., Бакасова А. О некоторых основах системного анализа динамических систем методом синергетического управления // Изв. НАН КР. 2011. № 2. С. 50–56.

5. Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. Ч. 2. С. 68.

6. Sannuti P., Kokotovic P. Near optimum design of linear systems by a singular perturbation method // IEEE Trans. Automat. Control. ac-14. 1969. № 1. P. 15–22.

7. Солодовников В. В. Синтез корректирующих устройств систем автоматического регулирования // Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 2. Анализ и синтез непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1967. С. 303–346.

8. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. 1 // Автоматика и телемеханика. 1960. № 4. С. 406–441.

8. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. 2 // Автоматика и телемеханика. 1960. № 5. С. 561–568.

8. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. 3 // Автоматика и телемеханика. 1960. № 6. С. 661–668.

Шаршеналиев Жаныбек — д-р техн. наук, проф., акад. НАН КР,
директор Института автоматики и информационных технологий НАН КР;
тел. +996 (312) 39-20-36; e-mail: avtomaticanankr@mail.ru

Дата поступления — 20.06.12