

ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОФИЛЯ ОПТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. Ю. Демин, С. М. Марчук, В. И. Рейзлин

Институт кибернетики Национального исследовательского
Томского политехнического университета, 634050, Томск, Россия

УДК 535.3+519.61

Предлагается метод аппроксимации профиля асферической оптической поверхности, содержащей ошибки изготовления. Для аппроксимации используются измеренные отклонения реального профиля от расчетного. Результатами аппроксимации являются значения коэффициентов в уравнении профиля асферической поверхности. Аппроксимация выполняется с целью анализа влияния ошибок изготовления на качество изображения оптической системы, элементом которой является контролируемая асферическая поверхность. Разработано автоматизированное программное средство PROFILE, реализующее предложенный метод.

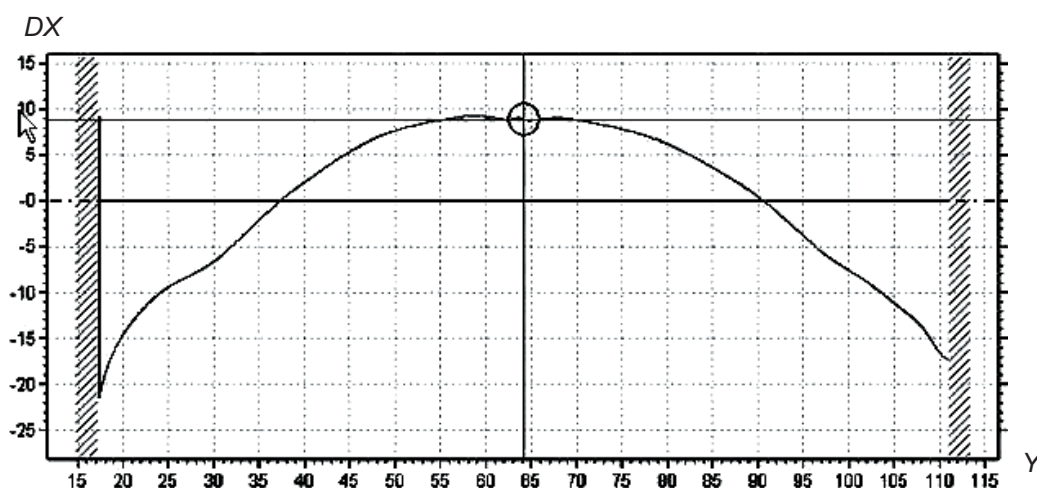
Ключевые слова: метод аппроксимации, асферическая оптическая поверхность, профиль поверхности, уравнение профиля.

The method to approximate a profile of a non-spherical optical surface that has manufacturing defects is offered. To approximate measured deviations between the real non-spherical surface profile and designed one are used. Approximation results are new values of coefficients in a formula that specifies non-spherical surface profile. Approximation is carried out to analyze the effect of manufacturing defects on image quality of an optical system that includes the modified non-spherical surface. The designed method realized in the automated application PROFILE.

Key words: approximation method, aspherical lens surface, the surface profile, the equation of the profile.

Постановка задачи. Технологический процесс производства полимерной оптики для систем отображения информации, в частности для проекционных оптических систем на основе DMD- и LCD-модуляторов изображения [1], предусматривает контроль формы асферической поверхности. Контроль формы поверхности в условиях массового производства, как правило, сводится к измерению в двух взаимно перпендикулярных направлениях величины отклонения $\Delta X(Y) = REALX(Y) - X(Y)$ реального профиля поверхности (стрелки поверхности) $REALX(Y)$ от расчетного профиля $X(Y)$ (Y – расстояние от оси симметрии поверхности). Расчетный профиль асферической поверхности описывается выражением вида [2]

$$X(Y) = \frac{Y^2}{R} \frac{1}{1 + \sqrt{1 - (1 + K)(Y/R)^2}} + AY^4 + BY^6 + CY^8 + DY^{10} + EY^{12}, \quad (1)$$

Рис. 1. График функции $DX(Y)$

где значения величин R , K , A , B , C , D , E определяются в процессе автоматизированного проектирования оптической системы требуемыми фокусным расстоянием и абберационными свойствами асферической поверхности. На рис. 1 представлены результаты измерения величины отклонения $DX(Y)$ асферической поверхности диаметром 92 мм, полученные в графическом виде на контактном профилометре Taylor – Hobson Form Talysurf с использованием программного обеспечения *ultra Software*.

Графическая и табличная формы представления функции $DX(Y)$ малопригодны для непосредственного анализа влияния измеренных отклонений профиля на качество изображения оптической системы, элементом которой является контролируемая асферическая поверхность. В связи с этим представляется целесообразным аппроксимировать функцию $REALX(Y)$ выражением вида (1). В этом случае анализ влияния измеренных отклонений может быть выполнен путем замены расчетной поверхности реальной асферической поверхностью, содержащей ошибки изготовления, непосредственно в математической модели оптической системы, реализованной с помощью одной из программ автоматизированного проектирования оптических систем (*CODE V*, *Zemax*).

Аппроксимация функции $REALX(Y)$ выражением вида (1) и оценка ошибок контролируемой поверхности обычно выполняются с помощью трудоемких неавтоматизированных вычислений. Предлагаемая в настоящей работе технология и разработанное на ее основе программное средство *PROFILE* позволяют автоматизировать этот процесс и существенно уменьшить продолжительность технологического этапа.

Описание метода. Аппроксимация функции $REALX(Y)$ выражением вида (1) может быть выполнена следующим образом.

Известна табличная функция $DX(Y)$, по которой нетрудно восстановить $REALX(Y) = DX(Y) - X(Y)$, т. е. получить таблицу $(Y_i, REALX(Y_i))$, $i = 1, \dots, m$. Восстановим модель вида (1), приближающую реальную кривую $REALX(Y)$. Для этого применим метод наименьших квадратов

$$F(c) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (X(c, Y_i) - REALX(Y_i))^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m f_i(c)^2 \Rightarrow \min. \quad (2)$$

Отсюда можно найти коэффициенты модели (1)

$$c = (R, K, A, B, C, D, E)^T.$$

Здесь m – число точек; $REALX(Y_i)$ – измеренные данные; $X(c, Y_i)$ – теоретическая модель;

$$f(c) = (f_1(c), \dots, f_m(c))^T.$$

Для отыскания минимума функции (2) применим квазиньютоновский метод [3], согласно которому система уравнений для расчета направления поиска минимума на очередной k -й итерации имеет вид

$$(J(c_k)^T J(c_k) + S(c_k)) p_k = -\nabla F(c_k).$$

Здесь $J(c)$ – матрица Якоби функции $f(c)$; $\nabla F(c_k) = J(c_k)^T f(c_k)$; $S(c)$ – аппроксимация по

секущим матрицы $\sum_{i=1}^m f_i(c) \nabla^2 f_i(c)$, вычисляемая по формуле

$$S_{k+1} = \begin{cases} 0, & k=0, \\ S_k - \frac{1}{p_k^T W_k p_k} W_k p_k p_k^T W_k + \frac{1}{y_k^T p_k} y_k y_k^T, & k \neq 0, \end{cases} \quad (3)$$

$$W_k = J(c_{k+1})^T J(c_k) + S(c_k), \quad y_k = J(c_{k+1})^T f(c_{k+1}) - J(c_k)^T f(c_k).$$

Если матрица $H(c_k) = J(c_{k+1})^T f(c_{k+1}) + S(c_k)$ положительно определена, то при вычислении $S(c_{k+1})$ по формуле (3) матрица $J(c_{k+1})^T J(c_{k+1}) + S(c_{k+1})$ также будет положительно определена. Это означает, что на поздних итерациях метода, когда $J(c_{k+1})$ и $J(c_k)$ различаются незначительно, сохранность положительной определенности матрицы системы для расчета направления поиска обеспечена. Однако в начале вычислений матрица $H(c_k)$ может получиться не положительно-определенной и направление p_k не будет являться направлением спуска. Чтобы избежать этого, модифицируем метод следующим образом.

1. На каждой итерации в матрицу $H(c_k)$ вносим возмущение и делаем ее положительно-определенной, т. е. полагаем $H(c_k) = H(c_k) + q_k I$, где $q_k = 0$, если $H(c_k)$ положительно определена и хорошо обусловлена, $q_k > 0$ в противном случае. Значение $q_k > 0$ выбирается таким образом, чтобы оно незначительно превышало наименьшее значение q , при котором матрица $H(c_k) + qI$ будет положительно-определенной и хорошо обусловленной и p_k станет направлением спуска.

2. В результате возмущения матрицы $H(c_k)$ шаг вдоль направления p_k может оказаться очень большим, поэтому уменьшения значения функции может не произойти. В этом случае

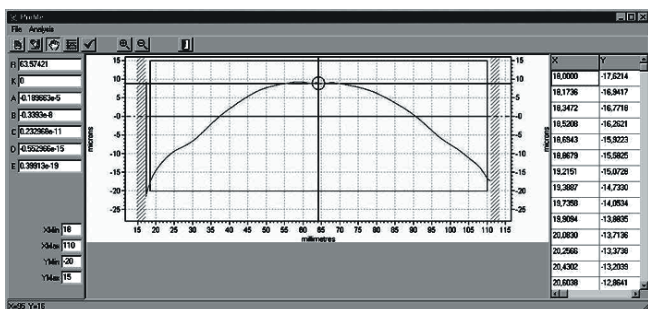


Рис. 2. Исходные данные для аппроксимации

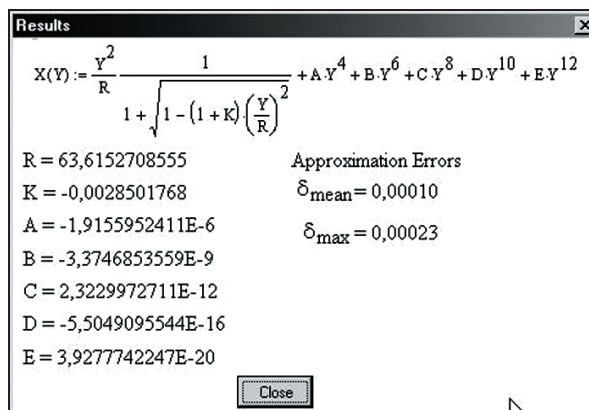


Рис. 3. Результаты работы приложения PROFILE

применяем следующую стратегию линейного поиска с дроблением шага [4]. Зададим $a \in (0, 0,5)$, $0 < l < u < 1$. Выберем коэффициент дробления $g_k = 1$ и будем уменьшать его, если необходимо, следующим образом. При $F(c_k + g_k p_k) > F(c_k) + a g_k \nabla F(c_k)^T p_k$ будем полагать $g_k = b g_k$ для $b \in [l, u]$. После нахождения приемлемого g_k положим окончательно $c_{k+1} = c_k + g_k p_k$.

Квазиньютоновский метод, описанный выше, обладает достаточно хорошей сходимостью и может быть использован для аппроксимации функции $REALX(Y)$ выражением вида (1).

Реализация метода. Предлагаемый метод программно реализован в приложении PROFILE, предназначенном для аппроксимации реального профиля асферической поверхности выражением вида (1). Исходными данными для работы приложения являются результаты измерения величин отклонения $DX(Y) = REALX(Y) - X(Y)$ реального $REALX(Y)$ профиля поверхности от расчетного $X(Y)$. Допускается представление функции $DX(Y)$ в графической или табличной форме. В случае графического представления в приложении предусмотрена возможность выбора значимого для аппроксимации участка кривой $DX(Y)$.

Результатами работы приложения являются значения величин R, K, A, B, C, D, E , которые далее могут быть использованы при анализе допустимости измеренных отклонений с помощью одной из программ автоматизированного проектирования оптических систем (CODE V, Zemax).

Исходные данные для аппроксимации и результаты работы приложения PROFILE показаны на рис. 2, 3 соответственно.

Заключение. Аппроксимация профиля асферической поверхности выражением вида (1) и оценка отклонений контролируемой поверхности обычно выполняются с помощью трудоемких неавтоматизированных вычислений. Предлагаемый в работе метод позволяет автоматизировать этот процесс и существенно уменьшить время обработки технологических данных. При использовании неавтоматизированного подхода время расчета ошибок обработки одного профиля составляет приблизительно пять дней. Полуавтоматизированный расчет с использованием математического пакета MathCAD продолжается примерно 1 ч и требует высокой квалификации инженера. Разработанное приложение PROFILE полностью автоматизировано и позволяет решить поставленную задачу за 1–2 мин. Результаты работы приложения могут быть использова-

ны при анализе допустимости измеренных отклонений с помощью одной из программ автоматизированного проектирования оптических систем (CODE V, Zemax).

Список литературы

1. МАРЧУК С. М. Широкоугольный проекционный объектив для системы отображения информации // Опт. журн. 2006. Т. 73. № 12. С. 27–29.
2. Оптический производственный контроль / Пер. с англ. Е. В. Мазуровой и др. под ред. А. Н. Сонова. М.: Машиностроение, 1985.
3. DENNIS J. E. (JR.), GAY D. M., WELSH R. E. An adaptive nonlinear least-squares algorithm // Trans. Math. Software. 1981. N 7. P. 348–368.
4. DENNIS J. E. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations / J. E. Dennis, R. B. Schnabel. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1983.

*Демин Антон Юрьевич – канд. техн. наук, доц. Института кибернетики
Томского политехнического университета; тел.: (382-2) 42-63-34; e-mail: ad@tpu.ru;*

*Марчук Сергей Михайлович – канд. техн. наук, доц. Института кибернетики
Томского политехнического университета; тел.: (382-2) 42-07-27; e-mail: sergm@ad.cctpu.edu.ru;*

*Рейзлин Валерий Израилевич – канд. физ.-мат. наук, доц. Института кибернетики
Томского политехнического университета; тел.: (382-2) 42-63-34; e-mail: vir@tpu.ru*

Дата поступления – 18.09.12 г.