# ПРОБЛЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ НЕЧЕТКО-КОРРЕКТНЫХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ОЦЕНКЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЮ СОСТОЯНИЯ СЛАБОФОРМАЛИЗУЕМОГО ПРОЦЕССА

Т. Ф. Бекмуратов, Д. Т. Мухамедиева

Ташкентский университет информационных технологий, 100084, Ташкент, Узбекистан

УДК 519.8

Проведен системный анализ проблемы построения нечетких моделей задач оценки и прогнозирования состояния слабо формализуемого процесса. Показано, что в процессе построения таких моделей появляются некорректные задачи. Исследованы компактные и некомпактные классы корректности. Показана возможность получения нечеткого и нечетко устойчивого решений некорректных задач при построении модели оценки риска с использованием различных функций принадлежности.

**Ключевые слова:** нечеткое множество, оценка риска, прогнозирование риска, принятие решений, функция принадлежности, некорректная задача.

Systematically analyzed the problem of constructing fuzzy models of assessment and forecasting tasks of poorly formalized process. It is shown that there are ill-posed problems in the process of constructing such models. The analysis of the compact and non-compact class correctness. The possibility of obtaining a fuzzy and fuzzy stable solution of ill-posed problems in the construction of risk assessment models using different membership functions.

**Keywords:** fuzzy set, risk assessment, risk prediction, decision-making, the membership function, ill-posed problem.

**Введение.** Проблема построения нечетких моделей на основе выводов нечетких правил в условиях неопределенности возникает при оценке состояния слабо формализуемых процессов. Преимущество нечеткой логики заключается в возможности использования экспертных знаний о данном объекте в виде высказываний (предикатных правил): если — "входы", то — "выходы". Вместе с тем, следует отметить, что построение нечетких моделей такого типа зачастую связано с появлением так называемых нечетко-некорректных задач.

Следует особо отметить работы А. Н. Тихонова, В. Я. Арсенина и А. В. Язенина в нахождении приближенных решений некорректных задач при построении формализованных оценочных моделей. Однако вопросы решения нечетко-некорректных задач в настоящее время недостаточно изучены.

**1. Постановка задачи.** Пусть состояние слабо формализуемого процесса описывается заданием выборки нечетких экспериментальных данных $(X_r, y_r)$, $r = \overline{1, M}$. Здесь $X_r = (x_{r1}, x_{r2}, ..., x_{rn})$ — входной $n$-мерный нечеткий вектор, который задается со своими функциями принадлежности, $y_r = (y_1, y_2, ..., y_M)$ — соответствующий ему выходной вектор.

Требуется построить нечетко-корректные модели задач принятия решений по оценке и прогнозированию состояния слабо формализуемого процесса, описываемые в общем виде совокупностью нечетких правил продукций (лингвистических высказываний).

$$\bigcup_{p=1}^{k_i}\left(\bigcap_{j=1}^{n} x_j^i = a_{ij}^p \ - \text{ с весом } w_{ip}\right) \to y_i^f = f(b_{i0}, b_{i1}, b_{i2}, ..., b_{in}), \quad i = \overline{1,m}. \tag{1}$$

Здесь $a_{ij}^p$ — лингвистический терм, которым оценивается переменная $x_j^i$ в строке с номером $p$ в правилах $i$; $w_{ip}$ — весовой коэффициент для строк $p$ в правилах $i$; $y_i^f = f(b_{i0}, b_{i1}, b_{i2}, ..., b_{in})$ — выход модели (1), описываемой правилом $i$.

Требуется найти такие значения неизвестных коэффициентов $b_{ij}(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n})$ в процессе построения нечеткой модели (1), которые обеспечивают минимум невязки:

$$E = \sum_{r=1}^{M}\left(y_r - y_r^f\right) \to \min, \tag{2}$$

где $y_r^f$ — выход модели (1), соответствующий входному вектору $X_r$.

**2. Построение нечетких моделей задач принятия решений по оценке и прогнозированию состояния слабо формализуемого процесса.** Рассмотрим три типа исследуемых нечетких моделей (1), выходы которых могут быть представлены в виде линейной и нелинейной зависимостей, а также в виде нечетких термов.

1. Нечеткая модель, выход которой представляется в виде линейной зависимости, задается нечеткой моделью типа Сугено [1]:

если $(x_1^i = a_{i1}^1 \wedge x_2^i = a_{i2}^1 \wedge ... \wedge x_n^i = a_{in}^1)$(с весом $w_{i1})\vee \ldots$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$\ldots \vee(x_1^i = a_{i1}^{k_i} \wedge x_2^i = a_{i2}^{k_i} \wedge ... \wedge x_n^i = a_{in}^{k_i})$(с весом $w_{ik_i}$),

то $y_i^f = b_{i0} + b_{i1}\dfrac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_1^{ij})x_1^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_1^{ij})} + b_{i2}\dfrac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_2^{ij})x_2^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_2^{ij})} + ... + b_{in}\dfrac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_n^{ij})x_n^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_n^{ij})},\ \ i = \overline{1,m}.$

Здесь $q$ — мощность множества входных переменных $x_j^i$ в данной модели.

2. Нечеткая модель, выход которой представляется в виде нелинейной зависимости, задается в виде [2, 3]:

если $(x_1^i = a_{i1}^1 \wedge x_2^i = a_{i2}^1 \wedge ... \wedge x_n^i = a_{in}^1)$(с весом $w_{i1})\vee \ldots$

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

$\ldots \vee(x_1^i = a_{i1}^{k_i} \wedge x_2^i = a_{i2}^{k_i} \wedge ... \wedge x_n^i = a_{in}^{k_i})$(с весом $w_{ik_i}$), то

$$y_i^f = b_{i0} + b_{i1}\frac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_1^{ij})x_1^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_1^{ij})} + b_{i2}\frac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_2^{ij})x_2^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_2^{ij})} + ... + b_{in}\frac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_n^{ij})x_n^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_n^{ij})} + b_{in+1}\left[\frac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_1^{ij})x_1^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_1^{ij})}\right]^2 +$$

$$+ b_{in+2}\left[\frac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_2^{ij})x_2^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_2^{ij})}\right]^2 + ... + b_{i2n}\left[\frac{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_n^{ij})x_n^{ij}}{\sum_{j=1}^{q}\mu(x_n^{ij})}\right]^2,\ \ i = \overline{1,m}.$$

3. Нечеткая модель, выход которой представляется в виде нечетких термов, задается нечеткой моделью типа Мамдани [1]:

если $(x_1^i = a_{i1}^1 \wedge x_2^i = a_{i2}^1 \wedge ... \wedge x_n^i = a_{in}^1)$(с весом $w_{i1}$)$\vee$ ...
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
$\ldots \vee (x_1^i = a_{i1}^{k_i} \wedge x_2^i = a_{i2}^{k_i} \wedge ... \wedge x_n^i = a_{in}^{k_i})$(с весом $w_{ik_i}$),
то $y_i^f = term_i, \;\; i = \overline{1, m}$.

В приведенных трех типах моделей входному вектору $X_r$ соответствует следующий результат нечеткого вывода:

$$y_r^f = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} \mu_{d_i}(X_r) d_i}{\sum\limits_{i=1}^{m} \mu_{d_i}(X_r)}, \tag{3}$$

где

$$d_i = \begin{cases} b_{i0} + b_{i1}x_1^r + b_{i2}x_2^r + ... + b_{in}x_n^r \quad \text{в случае линейной зависимости,} \\ b_{i0} + b_{i1}x_1^r + b_{i2}x_2^r + ... + b_{in}x_n^r + b_{in+1}\left(x_1^r\right)^2 + b_{in+2}\left(x_2^r\right)^2 + ... + b_{i2n}\left(x_n^r\right)^2 \quad \text{в случае} \\ \hfill \text{нелинейной зависимости,} \\ term_i \quad \text{в случае нечетких термов;} \end{cases} -$$

заключение $i$-го правила; $\mu_{d_i}(X_r) = \bigvee\limits_{p=1,k_i} w_{ip} \bigwedge\limits_{j=1,n} \mu_{ip}(x_{rj})$ — функция принадлежности, соответствующая значениям входного вектора $X_r$, заключению $d_i$ $i$-го правила.

Введем обозначение

$$\beta_{ir} = \frac{\mu_{d_i}(X_r) \cdot d_i}{\sum\limits_{i=}^{m} \mu_{d_i}(X_r)},$$

с учетом которого выражение (3) перепишем в виде:

$$y_r^f = \sum_{i=1}^{m} \beta_{ir} d_i = \left\{ \begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{m} \left(\beta_{ir}b_{i0} + \beta_{ir}b_{i1}x_1^r + ... + \beta_{ir}b_{in}x_n^r\right) \quad \text{в случае линейной зависимости,} \\ \sum\limits_{i=1}^{m} \left(\beta_{ir}b_{i0} + ... + \beta_{ir}b_{in}x_n^r + \beta_{ir}b_{in+1}\left(x_1^r\right)^2 + ... + \beta_{ir}b_{i2n}\left(x_n^r\right)^2\right) \quad \text{в случае} \\ \hfill \text{нелинейной зависимости,} \\ \sum\limits_{i=1}^{m} \left(\beta_{ir} term_i\right) \text{в случае нечетких термов} \end{array} \right\}.$$

Введем следующие обозначения:

$$Y^f = \left(y_1^f, y_2^f, ..., y_M^f\right)^T;$$

$$Y = \left(y_1, y_2, ..., y_M\right)^T;$$

$$A = \begin{bmatrix} \beta_{1,1}, ..., \beta_{1,m}, & x_{1,1} \cdot \beta_{1,1}, ..., x_{1,1}.\beta_{1,m}, & ..., & x_{1,n} \cdot \beta_{1,1}, ..., x_{1,n} \cdot \beta_{1,m} \\ \vdots & & & \\ \beta_{M,1}, ..., \beta_{M,m}, & x_{M,1} \cdot \beta_{1,1}, ..., x_{M,1} \cdot \beta_{1,m}, & ..., & x_{M,n} \cdot \beta_{M,1}, ..., x_{M,n} \cdot \beta_{M,m} \end{bmatrix}.$$

С учетом этих обозначений выражение (2) перепишем в следующем матричном виде:

*Таблица* 1

Подтверждение нечеткой компактности первичной информации при различных функциях принадлежности

| № | Функция принадлежности | Доказательство нечеткой компактности первичной информации |
|---|---|---|
| 1 | $\mu(x) = e^{-k\|x\|}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ k > 1,\ 0 \le x < \infty\ A_\alpha(x) = \{x : \mu(x) \ge \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \{x :\ \exp -k\,\|x\| \ge \alpha\} = \{x :\ -k\,\|x\| \ge \ln\alpha\} =$ $\left\{x : \|x\| \le -\frac{\ln\alpha}{k}\right\} = \{x : \|x\| < \varepsilon(\alpha)\}\,,\quad \varepsilon(\alpha) = -\frac{\ln\alpha}{k}$ |
| 2 | $\mu(x) = e^{-k\|x\|^2}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ \ k > 0,\ \ A_\alpha(x) = \{x : \mu(x) \ge \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \left\{x :\ e^{-k\|x\|^2} \ge \alpha\right\} = \left\{x : -k\,\|x\|^2 \ge \ln\alpha\right\} =$ $\left\{x :\ \|x\|^2 \ge -\frac{\ln\alpha}{k}\right\} = \left\{x :\ \|x\| \le \sqrt{-\frac{\ln\alpha}{k}}\right\} =$ $= \{x : \|x\| < \varepsilon(\alpha)\}\,,\quad \varepsilon(\alpha) = \sqrt{-\frac{\ln\alpha}{k}}$ |
| 3 | $\mu(x) = \frac{1}{1+k\|x\|^2}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ \ k > 1,\ \ A_\alpha(x) = \{x : \mu(x) \ge \alpha\} \Rightarrow$ $A_\alpha(x) = \left\{x :\ \frac{1}{1+k\|x\|^2} \ge \alpha\right\} = \left\{x :\ 1 + k\,\|x\|^2 \le \frac{1}{\alpha}\right\} =$ $\left\{x :\ \|x\|^2 \le \frac{1-\alpha}{k\alpha}\right\} = \left\{x :\ \|x\| \le \sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}}\right\} =$ $\{x : \|x\| < \varepsilon(\alpha)\}\,, \varepsilon(\alpha) = \sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}}$ |

$$E = (Y - Y^f)^T \cdot (Y - Y^f) \to \min\,. \tag{4}$$

Решение задачи такого вида соответствует решению следующего уравнения:

$$Y = A \cdot B. \tag{5}$$

При этом построение искомой нечеткой модели сводится к нахождению такого вектора $B$, при котором выполняется условие (4).

В предложенных моделях каждая входная переменная имеет свои собственные функции принадлежности $\mu(x, c, \sigma)$ нечетким термам (например, Н — низкий, НС — ниже среднего, С — средний, ВС — выше среднего, В — высокий), которые используются в уравнениях.

В процессе разработки нечеткой модели оценки риска на основе выводов нечетких правил часто сталкиваются с проблемой нахождения приближенных решений нечетко-некорректных задач. Следует отметить, что методы, предназначенные для решения некорректных задач систем поддержки принятия решений, разработаны лишь для ряда частных случаев моделей (например, для моделей, основанных на классической логике). Вместе с тем, общего подхода к решению нечетко-некорректных задач рассматриваемого типа в настоящее время не существует.

Для решения этой проблемы можно использовать метод нахождения окрестности решения некорректных задач. С этой целью приведем некоторые определения и докажем утверждения.

**Определение 1.** Первичная информация (об объекте исследования) есть нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu(\mathbf{x})$, где $\mathbf{x}\in\mathbf{X}$.

**Определение 2.** Первичная информация называется нечетко-компактной, если любое множество уровня, кроме нулевого, будет компактно на пространстве $\mathbf{X}$, т. е. $\forall\alpha \in (0,1]\,,$ $\mathrm{A}_\alpha = \{x : \mu(x) \ge \alpha\}$ — компактная область на пространстве.

*Таблица 2*

Подтверждение устойчивости первичной информации
при разных функциях принадлежности

| № | Функция принадлежности | Доказательство устойчивости первичной информации |
|---|---|---|
| 1 | $\mu(B) = e^{-k\Vert AB-Y\Vert}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ k>1\,,\ \varepsilon(\alpha) = -\frac{\ln\alpha}{k}$, $\lim\limits_{\alpha\to 1}\varepsilon(\alpha) = \lim\limits_{\alpha\to 1}\left(-\frac{\ln\alpha}{k}\right) = 0$ |
| 2 | $\mu(B) = e^{-k\Vert AB-Y\Vert^2}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ k>0\,,\ \varepsilon(\alpha) = \sqrt{-\frac{\ln\alpha}{k}}$, $\lim\limits_{\alpha\to 1}\varepsilon(\alpha) = \lim\limits_{\alpha\to 1}\left(\sqrt{-\frac{\ln\alpha}{k}}\right) = 0$ |
| 3 | $\mu(B) = \frac{1}{1+k\Vert AB-Y\Vert^2}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ k>1,\ \varepsilon(\alpha) = \sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}}$, $\lim\limits_{\alpha\to 1}\varepsilon(\alpha) = \lim\limits_{\alpha\to 1}\left(\sqrt{\frac{1-\alpha}{ka}}\right) = 0$ |
| 4 | $\mu(B) = \begin{cases} 0, & -\infty < (AB-Y) \le -\frac{1}{\sqrt[k]{a}}, \\ 1-a\left(-(AB-Y)^k\right), & -\frac{1}{\sqrt[k]{a}} \le (AB-Y) \le 0, \\ 1-a(AB-Y)^k, & 0 \le (AB-Y) \le \frac{1}{\sqrt[k]{a}}, \\ 0, & \frac{1}{\sqrt[k]{a}} \le (AB-Y) < \infty. \end{cases}$ | $\forall\alpha\in(0,1], -\frac{1}{\sqrt[k]{a}} \le (AB-Y) \le \frac{1}{\sqrt[k]{a}}$, $\varepsilon(\alpha) = \sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}$, $\lim\limits_{\alpha\to 1}\varepsilon(\alpha) = \lim\limits_{\alpha\to 1}\left(\sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}\right) = 0$ |
| 5 | $\mu(z) = \begin{cases} 0, & -\infty < (AB-Y) \le -a_2, \\ \frac{a_2+(AB-Y)}{a_2-a_1}, & -a_2 \le (AB-Y) \le -a_1, \\ 1, & -a_1 \le (AB-Y) \le a_1 \\ \frac{a_2-(AB-Y)}{a_2-a_1}, & a_1 \le (AB-Y) \le a_2, \\ 0, & a_2 \le (AB-Y) < \infty. \end{cases}$ | $\forall\alpha \in (0,1]\,,\ -a_2 \le (AB-Y) \le a_2$, $\varepsilon(\alpha) = a_2-(a_2-a_1)\alpha,$ равно к $\lim\limits_{\alpha\to 1}\varepsilon(\alpha) = \lim\limits_{\alpha\to 1}(a_2-(a_2-a_1)\alpha) = 0$ только $a_1 \to 0$ |

**Утверждение 1.** Первичная информация, функция принадлежности которой показана в табл. 1, является нечетко-компактной первичной информацией.

Здесь

$$\Vert x\Vert = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}.$$

Утверждение доказано.

Поиск решений уравнений $AB = Y$ сводится к задаче поиска нечеткого решения этого уравнения.

**Определение 3.** Нечетким решением уравнения $AB = Y$ называется первичная информация, представленная нечетким множеством $\bigcup\limits_{\alpha}\alpha A_\alpha$, обладающая следующими свойствами:

— заданы оператор $A$ и исходные данные $B$;

— $\forall\alpha \in (0,1],\ \mathrm{A}_\alpha = \{B : \mu_A(B) \ge \alpha\}\,;\exists\varepsilon(\alpha) > 0,\ \sup\limits_{B\in \mathrm{A}_\alpha} \rho_{\mathrm{B}}(A(B), A_\alpha) < \varepsilon(\alpha) < \infty.$

Здесь $\rho_B$ — интервал между множествами $A(B)$ и $A_\alpha$.

**Определение 4.** Нечеткое решение будем называть устойчивым, если $\lim\limits_{\alpha\to\sup\limits_{x\in X}\mu(x)} \varepsilon(\alpha) = 0$ и оператор $A : B \to Y$ непрерывен в $B \in Z$.

**Утверждение 2.** Нечеткое решение уравнений (4) с функцией принадлежности входных переменных, приведенных в табл. 2, является устойчивым.

**Утверждение 3.** Пусть оператор $A : B \to Y$ непрерывен в $B \in Z$, тогда можно построить устойчивое нечеткое решение с функцией принадлежности, заданной в табл. 3.

*Таблица 3*

Подтверждение возможности построения нечетко-устойчивого решения первичной информации при разных функциях принадлежности

| № | Функция принадлежности | Доказательство возможности построения нечетко-устойчивого решения первичной информации |
|---|---|---|
| 1 | $\mu\left(B\right)=e^{-k\|AB-Y\|}$ | $\forall\alpha\in(0,1]\,,\ \ k>1,\ \ 0\le B<\infty\,,$ $\varepsilon\left(\alpha\right)=-\frac{\ln\alpha}{k}.$ Можно построить нечетко-устойчивое решение в виде $A_\alpha=O_{\varepsilon(\alpha)}\left(AB\right)$, $\underset{\alpha}{\cup}\alpha A_\alpha,\ \lim\limits_{\alpha\to1}\varepsilon\left(\alpha\right)=0$ |
| 2 | $\mu(B)=e^{-k\|AB-Y\|^2}$ | $\forall\alpha\in(0,1]\,,\ k>1,\ \varepsilon(\alpha)=\sqrt{-\frac{\ln\alpha}{k}}.$ Можно построить нечетко-устойчивое решение в виде $A_\alpha=O_{\varepsilon(\alpha)}\left(AB\right)$, $\underset{\alpha}{\cup}\alpha A_\alpha,\ \lim\limits_{\alpha\to1}\varepsilon\left(\alpha\right)=0$ |
| 3 | $\mu(B)=\frac{1}{1+k\|AB-Y\|^2}$ | $\forall\alpha\in(0,1]\,,\ \ k>1\ ,\ \varepsilon(\alpha)=\sqrt{\frac{1-\alpha}{k\alpha}}.$ Можно построить нечетко-устойчивое решение в виде $A_\alpha=O_{\varepsilon(\alpha)}\left(AB\right)$, $\underset{\alpha}{\cup}\alpha A_\alpha,\ \lim\limits_{\alpha\to1}\varepsilon\left(\alpha\right)=0$ |
| 4 | $\mu\left(z\right)=\begin{cases}0, & -\infty<(AB-Y)\le-\frac{1}{\sqrt[k]{a}},\\ 1-a\left(-(AB-Y)^k\right), & -\frac{1}{\sqrt[k]{a}}\le(AB-Y)\le0,\\ 1-a(AB-Y)^k, & 0\le(AB-Y)\le\frac{1}{\sqrt[k]{a}},\\ 0, & \frac{1}{\sqrt[k]{a}}\le(AB-Y)<\infty.\end{cases}$ | $\forall\alpha\in(0,1]\,,\ -\frac{1}{\sqrt[k]{a}}\le B\le0,$ $0\le B\le\frac{1}{\sqrt[k]{a}},\ \varepsilon\left(\alpha\right)=\sqrt[k]{\frac{1-\alpha}{a}}.$ Можно построить нечетко-устойчивое решение в виде $A_\alpha=O_{\varepsilon(\alpha)}\left(AB\right)$, $\underset{\alpha}{\cup}\alpha A_\alpha,\lim\limits_{\alpha\to1}\varepsilon\left(\alpha\right)=0$ |
| 5 | $\mu(z)=\begin{cases}0, & -\infty<(AB-Y)\le-a_2,\\ \frac{a_2+(AB-Y)}{a_2-a_1}, & -a_2\le(AB-Y)\le-a_1,\\ 1, & -a_1\le(AB-Y)\le a_1\\ \frac{a_2-(AB-Y)}{a_2-a_1}, & a_1\le(AB-Y)\le a_2,\\ 0, & a_2\le(AB-Y)<\infty.\end{cases}$ | $\forall\alpha\in(0,1]\,,\ -a_2\le B<-a_1,$ $a_1\le B<a_2,\ \varepsilon(\alpha)=a_2-(a_2-a_1)\alpha.$ Можно построить нечетко-устойчивое решение в виде $A_\alpha=O_{\varepsilon(\alpha)}\left(AB\right)$, $\underset{\alpha}{\cup}\alpha A_\alpha,\lim\limits_{\alpha\to1}\varepsilon\left(\alpha\right)=0$ |

Приведенный выше механизм построения нечетко-корректных моделей может быть использован при решении задач параметрической идентификации, классификации, кластеризации и прогнозирования [2].

**3. Вычислительный эксперимент.** Предложенный подход был апробирован при решении задачи оценивания и прогнозирования с использованием реальных данных (на примере рисков недополучения урожая).

Модель исследуемого процесса в описываемом алгоритме представляется в виде нечетко-нейронной сети (т. е. аппроксимируется нейронной сетью с нечеткими параметрами).

Для решения задач принятия решений, модели которых описываются нечеткими предикатными правилами (логическими уравнениями) с соответствующими функциями принадлежности нечетких термов, предлагается следующий алгоритм [1–3].

1. Фиксируются значения параметров состояния объекта:

$$X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)\,.$$

2. Определяются значения функций принадлежности $\mu^j(x_i^*)$ при фиксированных значениях параметров $x_i^*,\ i=\overline{1,n}$.

3. Используя логические уравнения, вычисляются значения функций принадлежности $\mu^{y_j}\left(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*\right)$ при векторе состояния $X^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$.

4. Находится решение $y_r^*$, для которого функция принадлежности определяется как:

$$\mu^{y_r^*}\left(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*\right) = \max_{r=\overline{1,M}}\left[\mu^{y_r^f}\left(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*\right)\right].$$

Суть обучения состоит в подборе таких параметров функций принадлежности, которые минимизируют различие между результатами нечетко-нейронной аппроксимации и реальным поведением объекта.

Алгоритм обучения нечетко-нейронной сети состоит из двух фаз. На первой фазе вычисляется модельное значение выхода объекта $(y_r^f)$, соответствующее заданной архитектуре сети. На второй фазе вычисляется значение невязки $(E_t)$ и пересчитываются параметры функций принадлежности.

Задача вычислительного эксперимента заключалась в реализации и анализе корректности предложенного алгоритма решения задачи принятия решения по оценке состояния слабо формализуемых процессов, описываемых нечетко-нейронной сетью. При этом входные данные модели были представлены неуправляемыми параметрами: $x_1$ — погодные условия при севе, $x_2$ — водообеспеченность, $x_3$ — погодные условия при вегетации, $x_4$ — погодные условия при уборке.

Разработаны три вида моделей оценки риска недополучения урожая, основанные на нечетких правилах вывода [4, 5].

1. Модель оценки риска, выход которой выражается линейной зависимостью.

Если $x_1^1 = H$, и $x_2^1 = H$, и $x_3^1 = H$, и $x_4^1 = C$,

то $y_1^f = 0,33 - 0,05\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{1j})x_1^{1j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{1j})} - 0,02\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{1j})x_2^{1j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{1j})} - 0,21\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{1j})x_3^{1j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{1j})} - 0,1\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{1j})x_4^{1j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{1j})}$.

Если $x_1^2 = H$, и $x_2^2 = H$, и $x_3^2 = C$, и $x_4^2 = C$,

то $y_2^f = 0,257 - 0,0393\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{2j})x_1^{2j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{2j})} - 0,112\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{2j})x^{2j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{2j})}$.

Если $x_1^3 = H$, и $x_2^3 = C$, и $x_3^3 = H$, и $x_4^3 = C$,

то $y_3^f = 0,18 - 0,01\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{3j})x_1^{3j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{3j})} - 0,07\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{3j})x_2^{3j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{3j})} - 0,05\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{3j})x_3^{3j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{3j})} - 0,111\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{3j})x_4^{3j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{3j})}$.

Если $x_1^4 = H$, и $x_2^4 = C$, и $x_3^4 = C$, и $x_4^4 = C$,

то $y_4^f = 0,26 - 0,02\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{4j})x_1^{4j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{4j})} - 0,05\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{4j})x_2^{4j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{4j})} - 0,03\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{4j})x_3^{4j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{4j})} - 0,134\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{4j})x_4^{4j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{4j})}$.

Если $x_1^5 = H$, и $x_2^5 = C$, и $x_3^5 = B$, и $x_4^5 = C$,

то $y_5^f = 0,202 - 0,10\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{5j})x_1^{5j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_1^{5j})} - 0,08\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{5j})x_2^{5j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_2^{5j})} - 0,04\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{5j})x_3^{5j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_3^{5j})} - 0,12\dfrac{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{5j})x_4^{5j}}{\sum_{j=1}^n \mu(x_4^{5j})}$.

2. Модель оценки риска, выход которой выражается нелинейной зависимостью.

Если $x_1^1 = H$, и $x_2^1 = H$, и $x_3^1 = B$, и $x_4^1 = C$,

то $y_1^f = 0,33 - 0,05\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_1^{1j})x_1^{1j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_1^{1j})} - 0,02\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_2^{1j})x_2^{1j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_2^{1j})} - 0,21\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_3^{1j})x_3^{1j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_3^{1j})} - 0,1\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_4^{1j})x_4^{1j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_4^{1j})} +$

$$+0,003\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_1^{1j})x_1^{1j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_1^{1j})}\right]^2 - 0,004\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_2^{1j})x_2^{1j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_2^{1j})}\right]^2 + 0,007\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_3^{1j})x_3^{1j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_3^{1j})}\right]^2 + 0,0011\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_4^{1j})x_4^{1j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_4^{1j})}\right]^2$$

Если $x_1^{16} = C$, и $x_2^{16} = B$, и $x_3^{16} = H$, и $x_4^{16} = C$,

то $y_{16}^f = 0,184 - 0,007\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_1^{16j})x_1^{16j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_1^{16j})} - 0,005\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_2^{16j})x_2^{16j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_2^{16j})} - 0,003\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_3^{16j})x_3^{16j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_3^{16j})} - 0,09\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_4^{16j})x_4^{16j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_4^{16j})} +$

$$+\,0,002\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_1^{16j})x_1^{16j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_1^{16j})}\right]^2 - 0,0009\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_2^{16j})x_2^{16j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_2^{16j})}\right]^2 +$$

$$+\,0,0005\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_3^{16j})x_3^{16j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_3^{16j})}\right]^2 + 0,0015\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_4^{16j})x_4^{16j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_4^{16j})}\right]^2.$$

Если $x_1^{27} = B$, и $x_2^{27} = B$, и $x_3^{27} = C$, и $x_4^{27} = C$,

то $y_{27}^f = 0,17 - 0,003\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_1^{27j})x_1^{27j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_1^{27j})} - 0,001\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_2^{27j})x_2^{27j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_2^{27j})} - 0,07\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_3^{27j})x_3^{27j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_3^{27j})} - 0,09\frac{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_4^{27j})x_4^{27j}}{\sum_{j=1}^{n}\mu(x_4^{27j})} +$

$$+\,0,01\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_1^{27j})x_1^{27j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_1^{27j})}\right]^2 - 0,0005\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_2^{27j})x_2^{27j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_2^{27j})}\right]^2 +$$

$$+\,0,0002\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_3^{27j})x_3^{27j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_3^{27j})}\right]^2 + 0,0024\left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_4^{27j})x_4^{27j}}{\sum\limits_{j=1}^{n}\mu(x_4^{27j})}\right]^2.$$

3. Модель оценки риска, выход которой выражается нечетким термом.

Если $x_1^1 = H$, и $x_2^1 = H$, и $x_3^1 = H$, и $x_4^1 = H$ с весом 0,5,
или $x_1^1 = C$, и $x_2^1 = H$, и $x_3^1 = H$, и $x_4^1 = H$ с весом 0,5,
то $y_1^f = B$.
Если $x_1^2 = H$, и $x_2^2 = H$, и $x_3^2 = H$, и $x_4^2 = C$ с весом 0,33,
или $x_1^2 = H$, и $x_2^2 = H$, и $x_3^2 = H$, и $x_4^2 = B$ с весом 0,33,

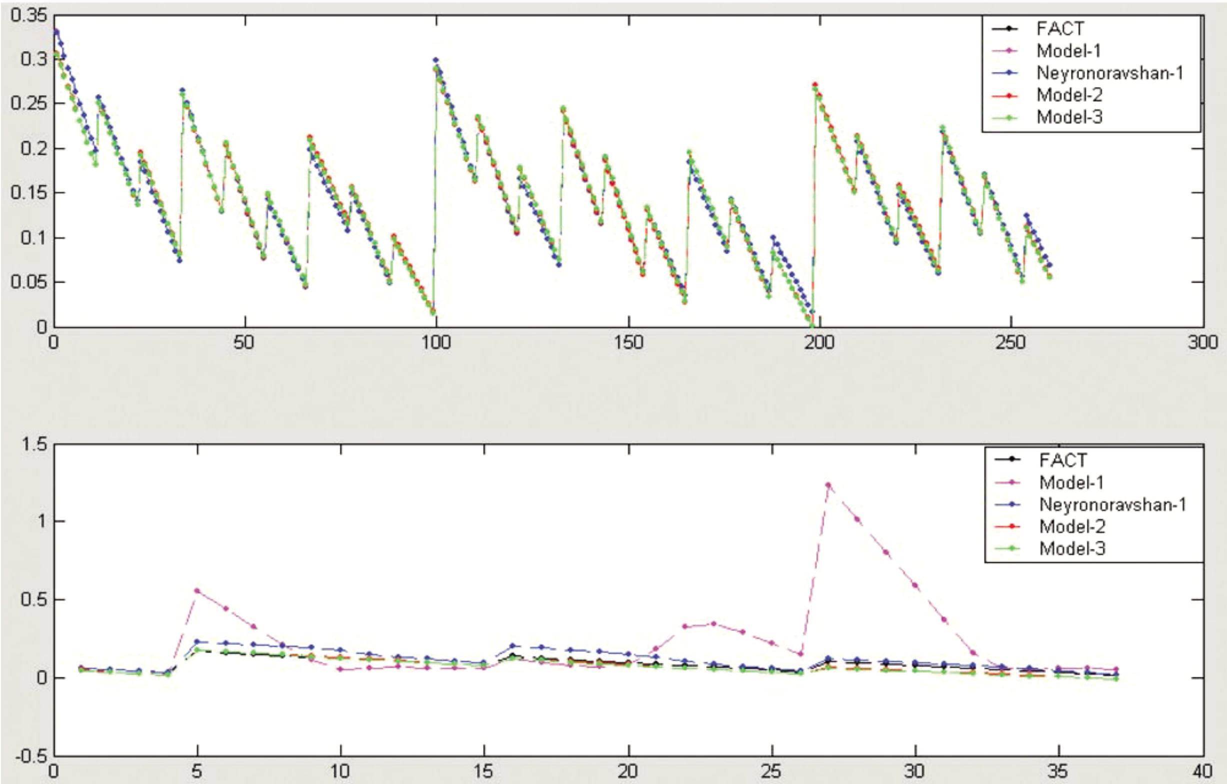


Рис. 1. График оценки риска для обучающих и тестирующих данных: FACT — фактическое значение риска; Model1 — риск, определенный по нечеткой модели 1; Model2 — риск, определенный по нечеткой модели 2; Model3 — риск, определенный по нечеткой модели 3

или $x_1^2 = H$, и $x_2^2 = H$, и $x_3^2 = C$, и $x_4^2 = H$ с весом 0,33,
то $y_2^f = BC$.
Если $x_1^3 = H$, и $x_2^3 = H$, и $x_3^3 = H$, и $x_4^3 = B$ с весом 0,33,
или $x_1^3 = H$, и $x_2^3 = H$, и $x_3^3 = C$, и $x_4^3 = C$ с весом 0,33,
или $x_1^3 = H$, и $x_2^3 = H$, и $x_3^3 = C$, и $x_4^3 = B$ с весом 0,33,
то $y_3^f = C$.
Если $x_1^4 = H$, и $x_2^4 = B$, и $x_3^4 = C$, и $x_4^4 = C$ с весом 0,5,
или $x_1^4 = H$, и $x_2^4 = B$, и $x_3^4 =$ , и $x_4^4 = B$ с весом 0,5,
то $y_4^f = C$.
Если $x_1^5 = C$, и $x_2^5 = B$, и $x_3^5 = C$, и $x_4^5 = B$ с весом 0,33,
или $x_1^5 = B$, и $x_2^5 = B$, и $x_3^5 = C$, и $x_4^5 = B$ с весом 0,33,
или $x_1^5 = B$, и $x_2^5 = B$, и $x_3^5 = B$, и $x_4^5 = B$ с весом 0,33,
то $y_5^f = H$.

При построении рассматриваемых моделей использовались функции принадлежности следующего вида [2]:

$$\mu^k(x_i^j) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_i^j - c_k^j}{\sigma_k^j}\right)^2}.$$

По итогам проведенного исследования получен прогноз оценки рисков недополучения урожая, основанный на построении аппроксимирующих моделей с использованием обучающих и тестирующих данных о риске (рис. 1).

**Заключение.** Полученные результаты показали высокую эффективность предложенного алгоритма решения задачи принятия решений по прогнозированию, классификации и оценке слабо формализуемых процессов, описываемых нечеткими моделями.

## Список литературы

1. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. Винница: УНИВЕРСУМ-Винница, 1999.

2. Бекмуратов Т. Ф., Мухамедиева Д. Т. Методы и алгоритмы синтеза нечетко-нейронных моделей принятия решений. Saarbrucken, Germany: Palmarium Academic Publishing, 2013.

3. Бекмуратов Т. Ф., Мухамедиева Д. Т. Нечеткий подход к решению задачи прогнозирования риска // Докл. Акад. наук РУз. Ташкент. 2013. Вып. 3. С. 14–17.

4. Мухамедиева Д. Т. Решение задач многокритериальной оптимизации при наличии неопределенности нестатического характера // Актуальные проблемы современной науки. М. 2013. № 2. С. 237–239.

5. Мухамедиева Д. Т. Алгоритм кластеризации правил систем нечеткого вывода // Естественные и технические науки. М. 2013. № 2. С. 248–252.

*Бекмуратов Тулкун Файзиевич — акад. АН РУз, главн. науч. сотр. Центра разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при ТУИТ; тел. (+99871) 262-71-536; e-mail: bek.tulkun@yandex.ru;*

*Мухамедиева Дилноз Тулкуновна — д-р техн. наук, ведущ. науч. сотр. Центра разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при ТУИТ, тел. (+99871) 262-71-55; e-mail: dilnoz134@rambler.ru*

Дата поступления — 08.11.13