

ПРИНЯТИЕ СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОГО ИНТЕГРАЛА

Т. Ф. Бекмуратов, Д. Т. Мухамедиева, Х. А. Примова

Ташкентский университет информационных технологий,
100125, Ташкент, Узбекистан

УДК 519.05

Задача селекции, т. е. оценка качества альтернатив анализируемых объектов (информационно-коммуникационных систем, технико-технологических объектов, сортов сельскохозяйственных культур и т. д.) и выбор наилучшей альтернативы, во многих случаях решается в условиях информационных, процедурно-функциональных, параметрических и критериальных неопределенностей различного типа. В статье рассматривается нечетко-множественный подход к построению моделей описания и оценки альтернатив, а также решению задач принятия слабоструктурированных решений на основе нечетких мер и нечеткого интеграла.

Ключевые слова: принятие слабоструктурированных решений, селекция, нечеткие множества, альтернатива, оценочный функционал, модель, критерий эффективности, нечеткая мера, нечеткий интеграл.

The task selection, i.e. quality assessment of alternatives analyzed objects (information communication systems, technical-technological objects, varieties of agricultural crops, etc.) and a selection of the best alternative in many cases solved in conditions of information, procedural and functional, parametric and criteria uncertainties of various types. The article considers the fuzzy-set approach to the construction of models of description and evaluation of alternatives, as well as problem solving semi-structured decision making based on fuzzy measures and fuzzy integral.

Key words: semi-structured decisions making, selection, fuzzy set, alternative, evaluative functional, efficiency criterion, fuzzy measure, fuzzy integral.

Введение. Большой класс сложных систем и процессов характеризуется интегрированностью, многоуровневостью, распределенностью и многообразием показателей эффективности. Из-за возрастающей сложности решаемых задач в слабоструктурированных системах усложняются также и сами задачи управления и принятия решения. Следует отметить, что современные системы управления и принятия решения являются человекомашинными системами, а с возрастающей сложностью объектов управления при оценке состояний объекта возникает так называемый „человеческий фактор“. Это обуславливает необходимость учета субъективных факторов при решении сложных задач управления. Известные классические методы не обеспечивают решения задач принятия решения и управления слабоструктурированными системами в таких условиях с требуемой эффективностью.

Решение задач указанного типа осуществляется в условиях информационных, процедурно-функциональных, параметрических и критериальных неопределенностей различного типа [1]. В частности, к таким неопределенностям относится нечеткая (расплывчатая) неопределенность, характеризующаяся неполнотой, неточностью и лингвистической

расплывчатостью (нечеткостью), присутствующей в исходной информации, критериях и оценках заказчиков и разработчиков, а также в используемых моделях и процедурах описания и оценки альтернатив анализируемых вариантов объектов и их состояний.

Необходимость учета в процессе выбора оптимальных вариантов нескольких критериев, в том числе предпочтений лиц, принимающих решения (ЛПР), также характеризует одно из условий неопределенности. Этим обусловлена целесообразность разработки и использования моделей и методов описания и оценки вариантов (альтернатив) анализируемых объектов, а также принятия слабоструктурированных решений (ПССР) по выбору наилучшего варианта в условиях нечеткой неопределенности, которые представляют собой специальный класс задач принятия решений [2, 3]. В таких задачах альтернативы принимаемых решений оцениваются на основе анализа мягких оценок эффективности их реализации (исходов) и значений рисков потерь, соответствующих тем или иным исходам. Теоретико-методологическим аппаратом решения таких задач являются средства интеллектуальной информационной технологии „Soft Computing“ („мягких вычислений“) [4–8].

Предложенные в [2] нечеткие аналоги классических критериев Байеса, Вальда, Гурвица и дисперсии позволяют эффективно решать определенный класс задач ПССР статического и динамического типов. В [3] рассмотрены задачи ПССР в задачах селекции — оценки и выбора наилучшей альтернативы по совокупности всех заданных признаков в нечеткой среде в условиях многокритериальности и нечеткой недоминируемости альтернатив и критериев [8].

Основной целью настоящей работы является рассмотрение еще одного нечетко-множественного подхода к решению указанной задачи, основанного на использовании нечетких мер и нечеткого интеграла.

1. Вычисление нечеткой меры. Известно, что мера в классическом математическом понимании обладает фундаментальным свойством аддитивности, характеризующимся тем, что число, которое служит мерой нескольких объединенных характеристик, должно равняться сумме чисел, являющихся мерами соответствующих характеристик. Однако очевидно, что использование лингвистических переменных непосредственно в нечетко-множественных математических моделях исследуемых объектов нарушает предположение об аддитивности нечетких мер, что приводит к возникновению необходимости исследования и формирования нечетких мер, свободных от требований свойства аддитивности. Меры такого типа могут быть использованы при построении нечетких моделей с использованием нечетких интегралов.

Введем определения основных элементов рассматриваемой задачи, нечеткой меры и нечеткого интеграла.

Пусть $\Gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — множество элементов x_1, x_2, \dots, x_n . Конструкция множества Γ зависит от конкретной задачи. Например, в рассматриваемой задаче элементы этого множества могут отображать тип сорта хлопчатника или их урожайность при различных условиях сева. На множестве Γ построим все возможные подмножества $\beta(\Gamma)$. Например, для множества $\Gamma = \{x_1, x_2, x_3\}$ элементами $\beta(\Gamma)$ являются: $A_1 = \{x_1\}; A_2 = \{x_2\}; A_3 = \{x_3\}; A_4 = \{x_1, x_2\}; A_5 = \{x_1, x_3\}; A_6 = \{x_2, x_3\}; A_7 = \Gamma = \{x_1, x_2, x_3\}; A_8 = \{\emptyset\}$.

Основное свойство множества $\beta(\Gamma)$ состоит в том, что оно замкнуто относительно операций объединения, дополнения и пересечения: $A_i \cup A_j \in \beta(\Gamma), \bar{A}_i \in \beta(\Gamma), A_i \cap A_j \in \beta(\Gamma)$. Например, $A_1 \cup A_2 = A_4 = \{25; 30\} \in \beta(\Gamma)$.

На множестве $\beta(\Gamma)$ вводится нечеткая мера, определяемая следующим образом.

Определение 1. Нечеткой мерой называется функция множества g , заданная на множестве $\beta(\Gamma)$ и удовлетворяющая следующим условиям [9]:

1. Ограничность: $g(\emptyset) = 0$, $g(\Gamma) = 1$, $\Gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

2. Монотонность: если $A, B \in \beta(\Gamma)$, $A \subseteq B$, то $g(A) \leq g(B)$.

3. Непрерывность: если последовательность $\{A_i\} \in \beta(\Gamma)$, $1 \leq i \leq \infty$, тогда если $A_i \supseteq A_z \supseteq \dots \supseteq A_n \supseteq \dots$, то $g\left(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \lim_{i \rightarrow \infty} g(A_i)$.

Тройка $(\Gamma, \beta(\Gamma), g)$ называется пространством с нечеткой мерой.

В [9, 10] нечеткую меру объединения $g(A \cup B)$ предлагается строить следующим образом:

$$g(A \cup B) = g(A) + g(B) + \lambda g(A)g(B).$$

Здесь параметр λ принимает значения в интервале $-1 < \lambda < \infty$, при этом $A \cap B = \emptyset$. Приведенное выражение называется λ -правилом, а нечеткая мера g_λ — λ -мерой Sugeno соответственно.

Рассмотрим подробнее специальный случай, когда в качестве Γ используется конечное множество $\Gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Нечеткая мера g_λ в этом случае будет строиться с использованием λ -меры нечеткой плотности, обозначаемой как $g(x_i) = g_\lambda(\{x_i\})$, $i = 1, 2, \dots, n$. Далее для нечеткой плотности будем использовать обозначение $g_i = g(x_i)$.

При условии, что заданы нечеткие плотности $0 \leq g_i \leq 1$, мера g_λ будет строиться согласно λ -правилу: $g_\lambda(\{x_1, x_j\}) = g_i + g_j + \lambda g_i g_j$. Обобщая, можно записать, что: $g_\lambda(\{x_1 \dots x_k\}) = \sum_j^k g_i + \lambda \sum_{i_1=1}^{k-1} \sum_{i_2=i_1+1}^k g_{i_1} g_{i_2} + \dots + \lambda^{k-1} g_1 g_2 \dots g_k$. Или в эквивалентной форме:

$$g_\lambda(\{x_1, \dots, x_k\}) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^k (1 + \lambda g_i) - 1 \right), & \lambda \neq 0, \\ \sum_{i=1}^k g_i, & \lambda = 0. \end{cases}$$

Если $-1 < \lambda < 0$, то имеет место $\sum_{i=1}^n g_i > 1$, а в случае $0 < \lambda < \infty$ всегда имеет место

$$\sum_{i=1}^n g_i < 1.$$

Кроме того, если значение какой-нибудь одной из нечетких плотностей равно единице, то значения остальных нечетких плотностей всегда равны нулю, т. е. если существует такое x_j , что $g_j = 1$, то для каждого $x_i \neq x_j$ обязательно $g_i = 0$.

С учетом вышеизложенного, опишем алгоритм построения нечеткой меры:

Шаг 1. Из условия нормировки $\frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^n (1 + \lambda g_i) - 1 \right) = 1$ вычисляем параметр λ ;

Шаг 2. Меру любого множества $A \in \beta(\Gamma)$ определяем из соотношения $g_\lambda(A) = \frac{1}{\lambda} \left(\prod_{x_i \in A} (1 + \lambda g_i) - 1 \right)$, которое удовлетворяет λ -правилу Sugeno.

Определение 2. С использованием понятий и алгоритма построения нечеткой меры дадим определение нечеткого интеграла Sugeno.

Нечеткий интеграл Sugeno от функции h на множестве U по нечеткой мере g определяется по выражению [9]

$$\int h \circ g = \sup_{\alpha} (\alpha \wedge g(F_{\alpha})), F_{\alpha} = \{x \in U : h(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in (0,1].$$

Здесь символ \int означает нечеткий интеграл, маленький кружок \circ — знак композиции.

Отметим, что если интегрирование производится на множестве $A \subseteq U$, тогда нечеткий интеграл определяется по выражению

$$\int_A h(E) \circ g = \sup_{\alpha} (\alpha \wedge g(A \cap F_{\alpha})), \quad \alpha \in (0,1].$$

Введем определение нечеткого интеграла для случая $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Если $h(x_1) \leq \dots \leq h(x_n)$, тогда нечеткий интеграл определяется по выражению

$$\int_h (E) \circ g = \bigcup_{i=1}^n (h(x_i) \wedge g(E_i)), \quad E_i = \{x_i, \dots, x_n\}, \quad \bigcup_{i=1}^n a_i = \max_i \{a_i\}.$$

Если $h(x_1) \geq \dots \geq h(x_n)$, тогда нечеткий интеграл определяется по выражению

$$\int_h (E) \circ g = \bigcup_{i=1}^n h(x_i) \wedge g(E_i), \quad E_i = \{x_1, \dots, x_i\}.$$

Таким образом, нечеткий интеграл от функции h по нечеткой мере g представляет собой общую оценку в виде нелинейной свертки частных оценок информационных элементов, и при этом не исключается возможность взаимосвязи информационных элементов [10].

2. Вычисление нечеткого интеграла. Вычисление нечеткого интеграла состоит из двух частей: определения параметра λ и вычисления собственно самого интеграла по заданной нечеткой плотности.

1. Вычисление параметра λ . Параметр λ по определению [9] принадлежит области $(-1, \infty)$. Равенство $\lambda = 0$ означает, что выполняется условие аддитивности — вероятностной меры $\sum_j g(d_j) = 1$.

В случае, когда арифметическая сумма нечетких плотностей $\sum_j g(d_j) \in (0,1)$, либо > 1 , то $\lambda \neq 0$.

Числовое значение параметра λ находится из решения уравнения

$$\frac{1}{\lambda} \left[\prod_{i=1}^m (1 + \lambda \cdot (\omega_i)) - 1 \right] = 1, \quad m = 2^N.$$

2. Вычисление самого интеграла по заданной нечеткой плотности

$$\int_h (E) \circ g = \bigcup_{i=1}^n (h(x_i) \wedge g(E_i)), \quad E_i = \{x_i, x_{i+1}, \dots, x_n\}, \quad E_1 \supset E_2 \supset \dots \supset E_n, \quad E_1 = U.$$

3. Вычислительный эксперимент. Рассмотрим предложенный подход на примере ПССР в задачах выбора селекционных сортов хлопчатника с наилучшими биологическими и технологическими показателями в нечетко заданных исходных условиях: условиях сева и выращивания (агротехнологических режимов, компонентов дозы внесения удобрений, полива, пограничных условий для данных сортов и типов почвы).

Задача ПССР формулируется следующим образом.

Заданы:

- множество альтернатив $\Gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — селекционных сортов хлопчатника;
- наборы признаков: биологические и технологические характеристики, по которым производится выбор приемлемого сорта $H = \{h_1, h_2, \dots, h_k\}$;
- важность каждого признака в альтернативе $x_i \in \Gamma$;
- исходные условия: типы почв, режимы полива и внесения удобрений, погодные условия (солнечная активность: ясность, пасмурность).

Требуется:

— выбрать наиболее приемлемую альтернативу — сорт, обеспечивающий для заданных исходных условий сева и выращивания (агротехнологических режимов, компонентов дозы внесения удобрений, полива, пограничных условий для данных сортов и типов почвы) получение максимального урожая с наилучшими агротехнологическими характеристиками.

Эксперимент проведен для задачи выбора из четырех селекционных сортов ($\Gamma = \{x_1, x_2, \dots, x_4\}$) хлопчатника: С-4727 (x_1), Ташкент 1 (x_2), 159-Ф (x_3), 108-Ф (x_4) лучшего по заданным характеристикам $H = \{h_1, h_2, \dots, h_4\}$: урожайности (h_1), длине волокна (h_2) прочности волокна (h_3), масличности семян (h_4) [2, 3].

Значения важности каждого признака задаются экспертами и выражаются через нечеткие плотности

$$g_1 = 0,66, \quad g_2 = 0,89, \quad g_3 = 0,96, \quad g_4 = 0,93;$$

$$h_1 = 0,19, \quad h_2 = 0,21, \quad h_3 = 0,22, \quad h_4 = 0,24.$$

При условии, что заданы нечеткие плотности в интервале $0 \leq g_i \leq 1$, мера g_λ строится согласно λ -правилу:

$$g_\lambda(\{x_1, \dots, x_k\}) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^k (1 + \lambda g_i) - 1 \right), & \lambda \neq 0 \\ \sum_{i=1}^k g_i, & \lambda = 0 \end{cases}$$

$$g_\lambda(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1.$$

Из условия нормировки $\frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^k (1 + \lambda g_i) - 1 \right) = 1$ вычисляем параметр λ

$$g_1 g_2 g_3 g_4 \lambda^3 + (g_1 g_2 g_3 + g_1 g_2 g_4 + g_1 g_3 g_4 + g_2 g_3 g_4) \lambda^2 + \\ (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_1 g_4 + g_2 g_3 + g_2 g_4 + g_3 g_4) \lambda + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 = 1.$$

$$0,524\lambda^3 + 2,49\lambda^2 + 4,409\lambda + 2,44 = 0.$$

$$\lambda^3 + 4,75\lambda^2 + 8,41\lambda + 4,66 = 0.$$

$$\lambda = -0,96.$$

Исходя из λ -правила Sugeno и учитывая заданные плотности, вычисляются меры всех подмножеств $\beta(\Gamma)$, и этим завершается построение меры Sugeno:

$$g_\lambda(x_1, x_2, x_3) = g_1 g_2 g_3 \lambda^2 + (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) \lambda + g_1 + g_2 + g_3 = \\ -0,96^2 \times 0,66 \times 0,89 \times 0,96 - (0,66 \times 0,89 + 0,66 \times 0,96 + 0,89 \times 0,96) \times 0,96 \\ + 0,66 + 0,89 + 0,96 = 1,03$$

$$g_\lambda(x_1, x_2, x_4) = g_1 g_2 g_4 \lambda^2 + (g_1 g_2 + g_1 g_4 + g_2 g_4) \lambda + g_1 + g_2 + g_4 = \\ -0,96^2 \times 0,66 \times 0,89 \times 0,93 - (0,66 \times 0,89 + 0,66 \times 0,93 + 0,89 \times 0,93) \times 0,96 \\ + 0,66 + 0,89 + 0,93 = 1,04$$

$$g_\lambda(x_1, x_3, x_4) = g_1 g_3 g_4 \lambda^2 + (g_1 g_3 + g_1 g_4 + g_3 g_4) \lambda + g_1 + g_3 + g_4 = \\ -0,96^2 \times 0,66 \times 0,96 \times 0,93 - (0,66 \times 0,96 + 0,66 \times 0,93 + 0,96 \times 0,93) \times 0,96 \\ + 0,66 + 0,96 + 0,93 = 1,05$$

$$g_\lambda(x_2, x_3, x_4) = g_2 g_3 g_4 \lambda^2 + (g_2 g_3 + g_2 g_4 + g_3 g_4) \lambda + g_2 + g_3 + g_4 = \\ -0,96^2 \times 0,89 \times 0,96 \times 0,93 - (0,89 \times 0,96 + 0,89 \times 0,93 + 0,96 \times 0,93) \times 0,96 \\ + 0,89 + 0,96 + 0,93 = 1,042$$

$$g_\lambda(x_1, x_2) = g_1 g_2 \lambda + g_1 + g_2 = -0,96 \times 0,66 \times 0,89 + 0,66 + 0,89 = 0,99,$$

$$g_\lambda(x_1, x_3) = g_1 g_3 \lambda + g_1 + g_3 = -0,96 \times 0,66 \times 0,96 + 0,66 + 0,96 = 1,02,$$

$$g_\lambda(x_1, x_4) = g_1 g_4 \lambda + g_1 + g_4 = -0,96 \times 0,66 \times 0,93 + 0,66 + 0,93 = 1,01,$$

$$g_\lambda(x_2, x_3) = g_2 g_3 \lambda + g_2 + g_3 = -0,96 \times 0,89 \times 0,96 + 0,89 + 0,96 = 1,03,$$

$$g_\lambda(x_2, x_4) = g_2 g_4 \lambda + g_2 + g_4 = -0,96 \times 0,89 \times 0,93 + 0,89 + 0,93 = 1,02,$$

$$g_\lambda(x_3, x_4) = g_3 g_4 \lambda + g_3 + g_4 = -0,96 \times 0,96 \times 0,93 + 0,96 + 0,93 = 1,05,$$

Используя вычисленные значения λ -мер Sugeno, получим интегральную оценку стратегии выбора наилучшего сорта с помощью нечеткого интеграла $\int_h \circ g$.

Здесь:

$$h_1 = 0,19, \quad h_2 = 0,21, \quad h_3 = 0,22, \quad h_4 = 0,24;$$

$$i=1: h(x_1) \wedge g(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0,19 \wedge 1,0 = 0,19;$$

$$i=2: h(x_2) \wedge g(x_2, x_3, x_4) = 0,21 \wedge 1,042 = 0,21;$$

$$i=3: h(x_3) \wedge g(x_3, x_4) = 0,22 \wedge 1,05 = 0,22;$$

$$i=4: h(x_4) \wedge g(x_4) = 0,24 \wedge 0,93 = 0,24;$$

$$\int h \circ g = \bigcup_{i=1}^4 (h(x_i) \wedge g(E_i)) = \max(0,19; 0,21; 0,22; 0,24) = 0,24;$$

$$x_4 = 0,24.$$

Результаты ранжирования всех селекционных сортов показали, что сорт x_4 — 108-Ф является наилучшим среди предложенных селекционных сортов хлопчатника, поскольку результирующее значение степени принадлежности этого сорта нечеткому множеству является наибольшим (0,24).

Заключение. Рассмотрен алгоритм решения задачи селекции с использованием нечеткой меры и нечеткого интеграла на примере выбора наилучшего сорта хлопчатника, обеспечивающего оптимальные значения агротехнологических параметров в различных условиях: посева, выращивания, вегетации и уборки. Предложенный алгоритм является дополнением к рассмотренным в [2, 3] нечетко-множественным алгоритмам ПССР в нечеткой среде.

Перспективным направлением исследований по рассматриваемой проблематике является разработка методов решения задач ПССР с использованием комбинации средств

„Soft Computing“-технологии: нечетких множеств, нейронных сетей, генетических алгоритмов, эволюционного моделирования и программирования.

Список литературы

1. БЕКМУРАТОВ Т. Ф. Систематизация задач интеллектуальных систем поддержки принятия решений // Проблемы информатики и энергетики. 2003. № 4. С. 24–35.
2. БЕКМУРАТОВ Т. Ф., ДАДАВАЕВА Р. А., МУХАМЕДИЕВА Д. Т. Принятие решений в нечеткой среде // Проблемы информатики. 2010. № 1. С. 52–61.
3. БЕКМУРАТОВ Т. Ф., ДАДАВАЕВА Р. А., МУХАМЕДИЕВА Д. Т. Принятие слабоструктурированных решений в задачах селекции в нечеткой среде // Проблемы информатики. 2015. № 1.
4. ЗАДЕ Л. А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня. М.: Знание, 1974. С. 5–49.
5. БЕЛЛМАН Р., ЗАДЕ Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976. С. 172–215.
6. YAGER R. R., ZADEH L. A. (Eds.) Fuzzy sets, neural networks and Soft Computing. VAN Nostrand Reinhold. New York. 1994. P. 440.
7. АЛИЕВ Р. А., АЛИЕВ Р. А. Теория интеллектуальных систем и ее применение. Баку: Чашыоглы, 2001.
8. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М: Наука. 1981.
9. SUGENO M. Fuzzy measures and fuzzy integrals: a survey // Fuzzy automata and decision processes / Ed. M. M. Gupta, G. N. Saridis. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1977. P. 89–102.
10. TAKAGI T., SUGENO M. Fuzzy identification of systems and application to modeling and control / IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics. 1985. V. 15, N 1. P.116–132.

Бекмуратов Тулкун Файзиевич – д-р техн. наук, проф., акад. АН РУз,
гл. науч. сотр. Центра разработки программных продуктов и аппаратно-программных
комплексов при Ташкентском университете информационных технологий;
тел. (+99871) 262-71-53; e-mail: bek.tulkun@yandex.ru

Мухамедиева Дилноз Тулкуновна – д-р техн. наук, вед. науч. сотр. Центра разработки
программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при Ташкентском
университете информационных технологий;
тел. (+99871) 262-71-55; e-mail: dilnoz134@rambler.ru

Примова Холида Анарбаевна – канд. техн. наук, старш. науч. сотр. Центра разработки
программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при Ташкентском
университете информационных технологий;
тел. (+99871) 262-71-55; e-mail: xolida_primova@mail.ru

Дата поступления – 28.01.2015