

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПАВ НА ОСНОВЕ НОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФОРМУЛИРОВКИ ХИМИЧЕСКОЙ КОМПОЗИЦИОННОЙ МОДЕЛИ

А. С. Бердышев, Б. Е. Бекбауов*, А. Т. Рахымова

Казахский национальный педагогический университет имени Абая,
050010, Алма-Ата, Казахстан

Институт информационных и вычислительных технологий,
050010, Алма-Ата, Казахстан

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
050010, Алма-Ата, Казахстан

УДК 553.9

В этой статье представлены результаты, полученные с помощью новой математической формулировки для химического композиционного моделирования пласта. Приведены сравнения результатов задачи заводнения поверхностно-активных веществ (ПАВ), полученных с применением новой математической формулировки, с аналогичными результатами симулятора UTCHEM.

Ключевые слова: химическая композиционная модель, поверхностно-активные вещества, пористость, адсорбция.

In this paper we study a new mathematical formulation for chemical compositional reservoir simulation, and provide a comparison of its results on surfactant flooding with those of UTCHEM simulator.

Key words: chemical compositional model, surfactant, porosity, adsorption.

Введение. Химическое заводнение является одним из самых многообещающих и широко используемых методов в повышении нефтеотдачи пластов. Коммерческая реализация данного вида заводнения оказывалась перед несколькими техническими, эксплуатационными и экономическими проблемами. Химическое заводнение далее подразделяется на нагнетание полимера, поверхностно-активных веществ (ПАВ), щелочи, мицеллы и „Щелочь–ПАВ–Полимер“ (ASP). В процессе применения технологий „Щелочь–ПАВ–Полимер“ ПАВ-химикаты, которые используются для уменьшения поверхностного натяжения между закачиваемыми жидкостями, увеличивают мобильность (подвижность) нефти. Щелочь уменьшает адсорбцию ПАВ на поверхностях породы и образует ПАВ непосредственно в нефтяном пласте при взаимодействии щелочей с органическими кислотами нефти. Полимер повышает эффективность вытеснения (коэффициент охвата).

У многих композиционных моделей, исследованных в открытой литературе [1–9], имеются определенные ограничения применимости, такие как однокомпонентность, отсутствие смешиваемости, которая происходит во время нагнетания ПАВ. Математическая

формулировка, разработанная в рамках этой работы, расширена путем усовершенствования существующей формулировки модели UTCHEM для использования в исследованиях химического заводнения, которая не имеет этих ограничений.

Основные уравнения, используемые в модели UTCHEM, которые описывают многофазный многокомпонентный поток в проницаемых средах, — это уравнения сохранения массы компоненты, уравнение давления (уравнение неразрывности) и уравнение сохранения энергии. Нестационарные члены в уравнениях сохранения компонентов, используемых в модели UTCHEM, учитывают сокращение объема пор, вызванного адсорбцией.

В процессе данного исследования было обнаружено, что этот обычно используемый подход оценивает влияние адсорбции на перенос компонента достаточно хорошо, но он не удовлетворяет уравнению сохранения массы или неразрывности. Поскольку уравнение сохранения полной массы получается в результате суммирования уравнений сохранения компонентов по всем компонентам, полученное уравнение тоже нарушает принцип сохранения массы. С использованием этих основных уравнений в течение последних лет были разработаны несколько симуляторов для моделирования химических композиционных явлений в нефтяных резервуарах.

В настоящей работе мы представляем новый подход для моделирования сокращения объема пор за счет адсорбции, которая удовлетворяет уравнению непрерывности. В определенных ситуациях, таких как, например, существенное изменение эффективного размера пор, введенные нами улучшения в модели важны, чтобы точнее моделировать физические явления, происходящие в нефтяных пластах. Кроме того, этот новый подход моделирования влияния адсорбции на перенос компонента позволяет разработать новую математическую формулировку для последовательного неявного химического композиционного моделирования пласта.

Последовательные схемы очень подходят для задач химических композиционных течений, которые включают большое количество химических компонентов. Только формулировка IMPES использовалась до настоящего времени для химического композиционного моделирования пласта, но нет никакой очевидной причины, почему последовательная формулировка также не может быть использована. Из-за явности для решения композиций размер временных шагов должен быть ограничен, чтобы стабилизировать общую процедуру. Напротив, предлагаемый нами последовательный метод решает как давление, так и композиции неявно и расслабляет ограничение на шаг по времени.

Чен и др. [10] представили численный подход на основе математической формулировки, которая решает и давление, и компоненты последовательно неявно. Система уравнений сохранения компонентов была решена неявно для полной концентрации каждого компонента. Хотя этот подход, как утверждают авторы, был последовательно неявным и расширен от метода IMPES (неявный по давлению и явный по компоненту), используемые в модели [11] UTCHEM математические формулировки для основных уравнений не претерпели никаких изменений в их модели.

Хотя существующие последовательные формулировки для композиционных моделей могут быть применены к модели химического заводнения, они требуют существенного изменения в текущем алгоритме, используемом в симуляторе UTCHEM. Новая математическая постановка, предложенная в этой работе, не требует полного изменения в алгоритме и позволяет применить последовательный подход решения для химического композиционного моделирования пласта.

Появление сложных методов повышения нефтеотдачи в области добычи нефти подчеркнуло потребность в сложных математических и вычислительных аппаратах, способных моделировать запутанные физические явления и резко изменяющиеся интерфейсы жидкости.

В настоящее время, даже если химические композиционные симуляторы нефтяных резервуаров существуют, обычно они являются слишком дорогими для высших учебных заведений и научно-исследовательских учреждений в таких странах как Казахстан. Покупка программного обеспечения, лицензирование и обслуживание могут стоить десятки тысяч долларов в год. Созданное в рамках данной работы программное обеспечение с открытым исходным кодом позволит пользователям изучать, изменять и улучшать программное обеспечение при необходимости.

Несомненно, разработанная в рамках данной работы компьютерная модель положительно влияет на развитие информационных технологий в нефтегазовой индустрии в национальном и международном масштабе.

Новое программное обеспечение моделирования течения многофазной многокомпонентной жидкости в пористых средах со сложными фазовыми поведением, физико-химическими превращениями действительно для полного спектра условий, возникающих как при очистке подземных вод, так и при добыче углеводородов.

Новизна данной работы заключается в разработке новой математической формулировки уравнений сохранения массы и уравнения давления для последовательного химического композиционного моделирования. Простота последовательного алгоритма решения также является новым вкладом.

Используя разработанную модель, мы проводили численное исследование задачи нагнетания ПАВ, а также проводили сравнительный анализ полученных результатов с аналогичными результатами, полученными с помощью симулятора UTCHEM.

Математическая модель. Существующие композиционные модели отличаются друг от друга выбором основных переменных. Химическая композиционная модель (ХКМ) является сложной задачей, которая требует решения нескольких уравнений одновременно для всех блоков сетки для всех компонентов в нефтяном резервуаре. Последовательные неявные схемы хорошо подходят для задач химических композиционных течений, которые включают множество химических компонентов. В модели UTCHEM основные уравнения (уравнения сохранения массы, уравнение давления и уравнение сохранения энергии) описывают неизотермический поток многофазной многокомпонентной жидкости. В процессе исследования выявлено, что хотя уравнения сохранения массы, используемые в модели UTCHEM, учитывают сокращения объема пор, вызванного адсорбцией, достаточно хорошо, они не удовлетворяют закону сохранения массы.

Общее уравнение сохранения композиционного баланса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \rho_i \left(\sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} c_{i\alpha} + \hat{c}_i \right) \right] + \nabla \cdot \phi \rho_i \sum_{\alpha=1}^{n_p} (S_{\alpha} c_{i\alpha} \vec{u}_{\alpha}) \sum_{\alpha=1}^{n_p} [\bar{K}_{i\alpha} \cdot \nabla (\phi \rho_i S_{\alpha} c_{i\alpha})] = \\ = -k_i \phi \rho_i \left(\sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} c_{i\alpha} + \hat{c}_i \right) + Q_i, \quad i = 1, \dots, n_c, \quad \alpha = 1, \dots, n_p, \end{aligned} \quad (1)$$

где n_c — количество компоненты, n_p — количество фаз, ϕ — пористость, ρ_i — плотность i -го компонента, $\bar{K}_{i\alpha}$ — абсолютная проницаемость, S_{α} — насыщенность α фазы,

\tilde{c}_i — общая концентрация, $c_{i\alpha}$ — концентрация i -го компонента в α фазе, \vec{u}_α — скорость фаз, Q_i — источник i -го компонента, k_i — коэффициент радиоактивного распада, $k_i\phi\rho_i(\sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} + \hat{c}_i)$ представляет радиоактивный распад.

Согласно математической формулировке, предлагаемой нами, пористость ϕ связана с начальной пористостью ϕ_R следующим соотношением:

$$\phi = \phi_R \left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cv}} \hat{c}_i \right) [1 + c_r (p_1 - p_S)].$$

Для слабо сжимаемых жидкостей плотность компоненты ρ_i можно выразить в следующем виде:

$$\rho_i = \rho_{iR} [1 + c_i^0 (p_1 - p_R)], \quad i = 1, \dots, n_c,$$

где ρ_{iR} — опорная плотность.

Общую концентрацию компоненты i определяем в виде

$$\tilde{c}_i = \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} + \hat{c}_i, \quad i = 1, \dots, n_c.$$

Так как опорная плотность ρ_{iR} постоянна для каждой компоненты, мы можем разделить обе части уравнения (1) на ρ_{iR} . Используя безразмерную величину $\bar{\rho}_i = \rho_i/\rho_{iR}$, уравнение (1) запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial(\phi\bar{\rho}_i\tilde{c}_i)}{\partial t} + \nabla \cdot \phi\bar{\rho}_i \sum_{\alpha=1}^{n_p} (S_\alpha c_{i\alpha} \vec{u}_\alpha) - \nabla \cdot \sum_{\alpha=1}^{n_p} [\bar{K}_{i\alpha} \cdot \nabla(\phi\bar{\rho}_i S_\alpha c_{i\alpha})] = -k_i\phi\bar{\rho}_i\tilde{c}_i + \frac{Q_i}{\rho_{iR}},$$

$$i = 1, \dots, n_c. \quad (2)$$

Для скорости фильтрации используем обобщенный закон Дарси для каждой фазы

$$\vec{u}_\alpha = - \frac{\bar{k}k_{r\alpha}}{\phi S_\alpha \mu_\alpha} (\nabla p_\alpha - \gamma_\alpha \nabla z),$$

$$\alpha = 1, \dots, n_p, \quad (3)$$

где p_α — давление, $\gamma_\alpha \nabla z$ — гравитационный напор, $k_{r\alpha}$ — относительная проницаемость, μ_α — вязкость α фаз.

$$\phi_R [1 + c_f (p_1 - p_S)] F_t(\tilde{c}_i, \hat{c}_i) + \phi_R c_t \frac{\partial p_1}{\partial t} +$$

$$+ \nabla \cdot \left\{ \phi \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(S_\alpha \vec{u}_\alpha \sum_{i=1}^{n_c} [1 + c_i^0 (p_1 - p_R)] c_{i\alpha} \right) \right\} = \sum_{i=1}^{n_c} \frac{Q_i}{\rho_{iR}}, \quad (4)$$

где ϕ_R — начальная пористость, c_f — сжимаемость породы, c_i^0 — сжимаемость i -го компонента, S_α — насыщенность α фазы, \tilde{c}_i — общая концентрация, $c_{i\alpha}$ — концентрация i -го компонента α фазы, \vec{u}_α — скорость фазы, Q_i — источник/сток, $p_{c\alpha 1} = p_\alpha - p_1$ — капиллярное давление, p_R — начальное давление, p_1 — давление воды, p_S — давления породы, c_t — общая сжимаемость, F_t — известная функция (тип источника), которая определяется с помощью значения из предыдущего шага по времени.

Уравнение для давления получаем, подставляя уравнение Дарси в уравнение сохранения массы (с учетом капиллярных эффектов):

$$\phi_R c_t \frac{\partial p_1}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\bar{k} \lambda_{rTc} \nabla p_1 \right) = \nabla \cdot \left[\bar{k} \sum_{\alpha=2}^{n_p} (\lambda_{rac} \nabla p_{c\alpha 1}) \right] - \nabla \cdot \left[\bar{k} \sum_{\alpha=1}^{n_p} (\lambda_{rac} \gamma_\alpha) \nabla z \right] + \tilde{Q}, \quad (5)$$

где $\lambda_{rac} = \lambda_{r\alpha} \sum_{i=1}^{n_c} \bar{\rho}_i c_{i\alpha}$ — относительная мобильность, $\lambda_{rTc} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \lambda_{rac}$ — общая относительная мобильность и

$$\tilde{Q} = -\phi_R [1 + c_f (p_1 - p_S)] F_t(\tilde{c}_i, \hat{c}_i) + \sum_{i=1}^{n_c} \frac{Q_i}{\rho_{iR}}.$$

Ниже приведены сравнения соответствующих членов (а) существующей и (б) разработанной математических формулировок.

1. Диффузионный поток компонентов i в фазе α записан относительно скорости, усредненной по массе: (а) $\vec{J}_{Di\alpha} = -\phi S_\alpha \rho_\alpha \bar{K}_{i\alpha} \cdot \nabla (\omega_{i\alpha})$; (б) $\vec{J}_{Di\alpha} = -\bar{K}_{i\alpha} \cdot \nabla (\phi S_\alpha \rho_\alpha \omega_{i\alpha})$.

2. Пористость: (а) $\phi = \phi_R [1 + c_r (p_1 - p_S)]$; (б) $\phi = \phi_R \left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cv}} \hat{c}_i \right) [1 + c_r (p_1 - p_S)]$.

3. Общая концентрация: (а) $\tilde{c}_i = \left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cv}} \hat{c}_i \right) \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} + \hat{c}_i$; (б) $\tilde{c}_i = \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} + \hat{c}_i$.

4. Для нахождения уравнения давления используется: (а) $\sum_{i=1}^{n_c} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} = 1$; (б) в предлагаемой нами модели

$\sum_{i=1}^{n_c} \left(\sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} + \hat{c}_i \right) = 1$, но $\sum_{i=1}^{n_c} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_\alpha c_{i\alpha} \phi = 1$ в отличие от существующей модели.

5. Полная сжимаемость: (а) $c_t = c_r + [1 + c_r (2p_1 - p_S - p_R)] \sum_{i=1}^{n_c} (c_i^0 \tilde{c}_i)$; (б) $c_t = \left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cv}} \hat{c}_i \right) \left\{ c_r + [1 + c_r (2p_1 - p_S - p_R)] \sum_{i=1}^{n_c} (c_i^0 \tilde{c}_i) \right\}$.

6. Источниковый член может быть выражен как известная функция с предыдущего слоя по времени: (а) отсутствует; (б) $F_t(\tilde{c}_i, \hat{c}_i) = (p_1 - p_R) \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cv}} \hat{c}_i \right) \sum_{i=1}^{n_c} c_i^0 \tilde{c}_i \right] - \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{i=1}^{n_{cv}} \hat{c}_i \right)$.

Далее численно решаем математическую формулировку с использованием программного пакета S3GRAF.

Постановка задачи. Мы исследуем нагнетание ASP в пласт с размером $564 \times 1323 \times 470$ футов для x , y и z соответственно (число сеток — $7 \times 18 \times 89$). Флюид состоит из следующих компонентов: вода, нефть, ПАВ, полимер, кальций, сода, хлор, алкоголь; пористость — 30 %, давление — 2000 фунтов на квадратный дюйм, проницаемость — 1648 мД, глубина — 3650 футов и начальная водонасыщенность — 0,3.

Дискретизация уравнений. Схема дискретизации, основанная на блочно-центрированном методе конечных разностей, используется для численного решения математической модели. Интегрируя уравнение (5) по контрольному объему $V_{bi,j,k}$, получим

$$\begin{aligned} \int_{V_{bi,j,k}} \phi_R c_t \frac{\partial p_1}{\partial t} dV - \int_{V_{bi,j,k}} \nabla \cdot \bar{k} \lambda_{rTc} \nabla p_1 dV = \\ = \int_{V_{bi,j,k}} \nabla \cdot \bar{k} \sum_{\alpha=2}^{n_p} \lambda_{rac} \nabla p_{c\alpha 1} dV - \int_{V_{bi,j,k}} \nabla \cdot \bar{k} \sum_{\alpha=1}^{n_p} \lambda_{rac} \gamma_\alpha \nabla z dV + \int_{V_{bi,j,k}} \tilde{Q} dV. \end{aligned}$$

Предположим, что сеточные величины нестационарного члена и члена-источника, определенные в центре контрольного объема $V_{bi,j,k}$ с границей $\partial V_{bi,j,k}$, представляют собой средние интегральные значения соответствующих непрерывно распределенных величин. Применяя теорему Гаусса–Остроградского для остальных членов, получим

$$\begin{aligned} \left(V_b \phi_{RCt} \frac{\partial p_1}{\partial t} \right)_{i,j,k} - \oint_{\partial V_{bi,j,k}} \vec{n} \cdot \bar{k} \lambda_{rTc} \nabla p_1 dS = \\ = \oint_{\partial V_{bi,j,k}} \vec{n} \cdot \bar{k} \sum_{\alpha=2}^{np} \lambda_{rac} \nabla p_{c\alpha 1} dS - \oint_{\partial V_{bi,j,k}} \vec{n} \cdot \bar{k} \sum_{\alpha=1}^{np} \lambda_{rac} \gamma_\alpha \nabla z dS + (V_b \tilde{Q})_{i,j,k}. \end{aligned}$$

Далее, последнее уравнение может быть аппроксимировано в точке (i,j,k) в виде

$$\begin{aligned} & (V_b \phi_{RCt})_{i,j,k} \frac{p_{1i,j,k}^{n+1} - p_{1i,j,k}^n}{\Delta t} - \\ & - \left[\left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rTc} \right)_{i+1/2,j,k} (p_{1i+1,j,k}^{n+1} - p_{1i,j,k}^{n+1}) - \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rTc} \right)_{i-1/2,j,k} (p_{1i,j,k}^{n+1} - p_{1i-1,j,k}^{n+1}) \right] - \\ & - \left[\left(\frac{A_{xz} \bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rTc} \right)_{i,j+1/2,k} (p_{1i,j+1,k}^{n+1} - p_{1i,j,k}^{n+1}) - \left(\frac{A_{xz} \bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rTc} \right)_{i,j-1/2,k} (p_{1i,j,k}^{n+1} - p_{1i,j-1,k}^{n+1}) \right] - \\ & - \left[\left(\frac{A_{xy} \bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rTc} \right)_{i,j,k+1/2} (p_{1i,j,k+1}^{n+1} - p_{1i,j,k}^{n+1}) - \left(\frac{A_{xy} \bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rTc} \right)_{i,j,k-1/2} (p_{1i,j,k}^{n+1} - p_{1i,j,k-1}^{n+1}) \right] = \\ & = \sum_{\alpha=2}^{np} \left\{ \left[\left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rac} \right)_{i+1/2,j,k} (p_{c\alpha 1i+1,j,k}^n - p_{c\alpha 1i,j,k}^n) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rac} \right)_{i-1/2,j,k} (p_{c\alpha 1i,j,k}^n - p_{c\alpha 1i-1,j,k}^n) \right] + \right. \\ & \quad \left. + \left[\left(\frac{A_{xz} \bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rac} \right)_{i,j+1/2,k} (p_{c\alpha 1i,j+1,k}^n - p_{c\alpha 1i,j,k}^n) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \left(\frac{A_{xz} \bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rac} \right)_{i,j-1/2,k} (p_{c\alpha 1i,j,k}^n - p_{c\alpha 1i,j-1,k}^n) \right] + \right. \\ & \quad \left. + \left[\left(\frac{A_{xy} \bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rac} \right)_{i,j,k+1/2} (p_{c\alpha 1i,j,k+1}^n - p_{c\alpha 1i,j,k}^n) - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left(\frac{A_{xy} \bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rac} \right)_{i,j,k-1/2} (p_{c\alpha 1i,j,k}^n - p_{c\alpha 1i,j,k-1}^n) \right] \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left\{ \left[\left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rac} \gamma_{\alpha} \right)_{i+1/2,j,k} (z_{i+1,j,k}^n - z_{i,j,k}^n) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rac} \gamma_{\alpha} \right)_{i-1/2,j,k} (z_{i,j,k}^n - z_{i-1,j,k}^n) \right] + \right. \\
& \quad \left. + \left[\left(\frac{A_{xz} \bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rac} \gamma_{\alpha} \right)_{i,j+1/2,k} (z_{i,j+1,k}^n - z_{i,j,k}^n) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(\frac{A_{xz} \bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rac} \gamma_{\alpha} \right)_{i,j-1/2,k} (z_{i,j,k}^n - z_{i,j-1,k}^n) \right] \right. \\
& \quad \left. + \left[\left(\frac{A_{xy} \bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rac} \gamma_{\alpha} \right)_{i,j,k+1/2} (z_{i,j,k+1}^n - z_{i,j,k}^n) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(\frac{A_{xy} \bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rac} \gamma_{\alpha} \right)_{i,j,k-1/2} (z_{i,j,k}^n - z_{i,j,k-1}^n) \right] \right\} \\
& \quad + (V_b \tilde{Q})_{i,j,k},
\end{aligned}$$

где A — площадь поперечного сечения. Коэффициенты проводимости определяются как

$$\begin{aligned}
T_{xi+1/2,j,k} &= \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rTc} \right)_{i+1/2,j,k} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rac} \right)_{i+1/2,j,k} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2}{\frac{\Delta x_{i+1,j,k}}{(A_{yz} \bar{k})_{i+1,j,k}} + \frac{\Delta x_{i,j,k}}{(A_{yz} \bar{k})_{i,j,k}}} \lambda_{rac i+1/2,j,k} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2 (A_{yz} \bar{k})_{i+1,j,k} (A_{yz} \bar{k})_{i,j,k}}{(A_{yz} \bar{k})_{i,j,k} \Delta x_{i+1,j,k} + (A_{yz} \bar{k})_{i+1,j,k} \Delta x_{i,j,k}} \lambda_{rac i+1/2,j,k} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} a_6,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{xi-1/2,j,k} &= \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rTc} \right)_{i-1/2,j,k} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\frac{A_{yz} \bar{k}}{\Delta x} \lambda_{rac} \right)_{i-1/2,j,k} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2 (A_{yz} \bar{k})_{i-1,j,k} (A_{yz} \bar{k})_{i,j,k}}{(A_{yz} \bar{k})_{i,j,k} \Delta x_{i-1,j,k} + (A_{yz} \bar{k})_{i-1,j,k} \Delta x_{i,j,k}} \lambda_{rac i-1/2,j,k} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} b_6,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{y_{i,j+1/2,k}} &= \left(\frac{A_{xz}\bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rTc} \right)_{i,j+1/2,k} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\frac{A_{xz}\bar{k}}{\Delta y} \lambda_{r\alpha c} \right)_{i,j+1/2,k} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2(A_{xz}\bar{k})_{i,j+1,k} (A_{xz}\bar{k})_{i,j,k}}{(A_{xz}\bar{k})_{i,j,k} \Delta y_{i,j+1,k} + (A_{xz}\bar{k})_{i,j+1,k} \Delta y_{i,j,k}} \lambda_{r\alpha c_{i,j+1/2,k}} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} c_6,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{y_{i,j-1/2,k}} &= \left(\frac{A_{xz}\bar{k}}{\Delta y} \lambda_{rTc} \right)_{i,j-1/2,k} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\frac{A_{xz}\bar{k}}{\Delta y} \lambda_{r\alpha c} \right)_{i,j-1/2,k} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2(A_{xz}\bar{k})_{i,j-1,k} (A_{xz}\bar{k})_{i,j,k}}{(A_{xz}\bar{k})_{i,j,k} \Delta y_{i,j-1,k} + (A_{xz}\bar{k})_{i,j-1,k} \Delta y_{i,j,k}} \lambda_{r\alpha c_{i,j-1/2,k}} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} d_6,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{z_{i,j,k+1/2}} &= \left(\frac{A_{xy}\bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rTc} \right)_{i,j,k+1/2} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\frac{A_{xy}\bar{k}}{\Delta z} \lambda_{r\alpha c} \right)_{i,j,k+1/2} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2(A_{xy}\bar{k})_{i,j,k+1} (A_{xy}\bar{k})_{i,j,k}}{(A_{xy}\bar{k})_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k+1} + (A_{xy}\bar{k})_{i,j,k+1} \Delta z_{i,j,k}} \lambda_{r\alpha c_{i,j,k+1/2}} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} e_6,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{z_{i,j,k-1/2}} &= \left(\frac{A_{xy}\bar{k}}{\Delta z} \lambda_{rTc} \right)_{i,j,k-1/2} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left(\frac{A_{xy}\bar{k}}{\Delta z} \lambda_{r\alpha c} \right)_{i,j,k-1/2} = \\
&= \sum_{\alpha=1}^{n_p} \frac{2(A_{xy}\bar{k})_{i,j,k-1} (A_{xy}\bar{k})_{i,j,k}}{(A_{xy}\bar{k})_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k-1} + (A_{xy}\bar{k})_{i,j,k-1} \Delta z_{i,j,k}} \lambda_{r\alpha c_{i,j,k-1/2}} = \sum_{\alpha=1}^{n_p} f_6,
\end{aligned}$$

и обозначим

$$T_{i,j,k} = \frac{(V_b \phi_{RCt})_{i,j,k}}{\Delta t}.$$

С учетом введенных обозначений, полученное дискретное уравнение для давления пишется в виде

$$\begin{aligned}
&-T_{xi+1/2,j,k} p_{i+1,j,k}^{n+1} - T_{y_{i,j+1/2,k}} p_{i,j+1,k}^{n+1} - T_{z_{i,j,k+1/2}} p_{i,j,k+1}^{n+1} + \\
&+ \left[T_{xi+1/2,j,k} + T_{xi-1/2,j,k} + T_{y_{i,j+1/2,k}} + T_{y_{i,j-1/2,k}} + T_{z_{i,j,k+1/2}} + T_{z_{i,j,k-1/2}} + T_{i,j,k} \right] p_{i,j,k}^{n+1} - \\
&-T_{xi-1/2,j,k} p_{i-1,j,k}^{n+1} - T_{y_{i,j-1/2,k}} p_{i,j-1,k}^{n+1} - T_{z_{i,j,k-1/2}} p_{i,j,k-1}^{n+1} = \\
&= T_{i,j,k} p_{i,j,k}^n + \sum_{\alpha=2}^{n_p} \left\{ [a_6 (p_{c\alpha 1_{i+1,j,k}}^n - p_{c\alpha 1_{i,j,k}}^n) - b_6 (p_{c\alpha 1_{i,j,k}}^n - p_{c\alpha 1_{i-1,j,k}}^n)] + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [c_6 (p_{c\alpha 1_{i,j+1,k}}^n - p_{c\alpha 1_{i,j,k}}^n) - d_6 (p_{c\alpha 1_{i,j,k}}^n - p_{c\alpha 1_{i,j-1,k}}^n)] + \\
& + [e_6 (p_{c\alpha 1_{i,j,k+1}}^n - p_{c\alpha 1_{i,j,k}}^n) - f_6 (p_{c\alpha 1_{i,j,k}}^n - p_{c\alpha 1_{i,j,k-1}}^n)] \} - \\
& - \sum_{\alpha=1}^{n_p} \{ [a'_6 (z_{i+1,j,k}^n - z_{i,j,k}^n) - b'_6 (z_{i,j,k}^n - z_{i-1,j,k}^n)] + \\
& + [c'_6 (z_{i,j+1,k}^n - z_{i,j,k}^n) - d'_6 (z_{i,j,k}^n - z_{i,j-1,k}^n)] + \\
& + [e'_6 (z_{i,j,k+1}^n - z_{i,j,k}^n) - f'_6 (z_{i,j,k}^n - z_{i,j,k-1}^n)] \} + (V_b \tilde{Q})_{i,j,k},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
a'_\alpha &= a_\alpha \gamma_{\alpha i+1/2,j,k} = a_\alpha \frac{\gamma_{\alpha i+1,j,k} + \gamma_{\alpha i,j,k}}{2}, & b'_\alpha &= b_\alpha \gamma_{\alpha i-1/2,j,k} = b_\alpha \frac{\gamma_{\alpha i-1,j,k} + \gamma_{\alpha i,j,k}}{2}, \\
c'_\alpha &= c_\alpha \gamma_{\alpha i,j+1/2,k} = c_\alpha \frac{\gamma_{\alpha i,j+1,k} + \gamma_{\alpha i,j,k}}{2}, & d'_\alpha &= d_\alpha \gamma_{\alpha i,j-1/2,k} = d_\alpha \frac{\gamma_{\alpha i,j-1,k} + \gamma_{\alpha i,j,k}}{2}, \\
e'_\alpha &= e_\alpha \gamma_{\alpha i,j,k+1/2} = e_\alpha \frac{\gamma_{\alpha i,j,k+1} + \gamma_{\alpha i,j,k}}{2}, & f'_\alpha &= f_\alpha \gamma_{\alpha i,j,k-1/2} = f_\alpha \frac{\gamma_{\alpha i,j,k-1} + \gamma_{\alpha i,j,k}}{2}.
\end{aligned}$$

Также его можно выразить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
& -T_{xi+1/2,j,k} p_{1_{i+1,j,k}}^{n+1} - T_{yi,j+1/2,k} p_{1_{i,j+1,k}}^{n+1} - T_{zi,j,k+1/2} p_{1_{i,j,k+1}}^{n+1} + \\
& + [T_{xi+1/2,j,k} + T_{xi-1/2,j,k} + T_{yi,j+1/2,k} + T_{yi,j-1/2,k} + T_{zi,j,k+1/2} + T_{zi,j,k-1/2} + T_{i,j,k}] p_{1_{i,j,k}}^{n+1} - \\
& - T_{xi-1/2,j,k} p_{1_{i-1,j,k}}^{n+1} - T_{yi,j-1/2,k} p_{1_{i,j-1,k}}^{n+1} - T_{zi,j,k-1/2} p_{1_{i,j,k-1}}^{n+1} = T_{i,j,k} p_{1_{i,j,k}}^n + \\
& + \left\{ \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} a_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i+1,j,k}}^n + \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} b_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i-1,j,k}}^n + \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} c_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i,j+1,k}}^n + \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} d_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i,j-1,k}}^n + \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} e_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i,j,k+1}}^n + \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} f_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i,j,k-1}}^n - \sum_{\bar{6}=2}^{n_p} g_{\bar{6}} p_{c\bar{6} 1_{i,j,k}}^n \right\} - \\
& - \left\{ \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} a'_{\bar{6}} z_{i+1,j,k}^n + \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} b'_{\bar{6}} z_{i-1,j,k}^n + \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} c'_{\bar{6}} z_{i,j+1,k}^n + \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} d'_{\bar{6}} z_{i,j-1,k}^n + \right. \\
& \quad \left. + \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} e'_{\bar{6}} z_{i,j,k+1}^n + \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} f'_{\bar{6}} z_{i,j,k-1}^n - \sum_{\bar{6}=1}^{n_p} g'_{\bar{6}} z_{i,j,k}^n \right\} + (V_b \tilde{Q})_{i,j,k},
\end{aligned}$$

где $g_{\bar{6}} = a_{\bar{6}} + b_{\bar{6}} + c_{\bar{6}} + d_{\bar{6}} + e_{\bar{6}} + f_{\bar{6}}$, $g'_{\bar{6}} = a'_{\bar{6}} + b'_{\bar{6}} + c'_{\bar{6}} + d'_{\bar{6}} + e'_{\bar{6}} + f'_{\bar{6}}$.

Дискретизация системы уравнения баланса массы для каждого химического компонента получается подобным образом.

Численный метод. В используемом нами численном методе временная дискретизация основана на схеме Эйлера с разностями назад, в то время как пространственная дискретизация осуществляется на основе блочно-центрированных конечных разностей с гармонически усредненными коэффициентами (например, коэффициент проницаемости).

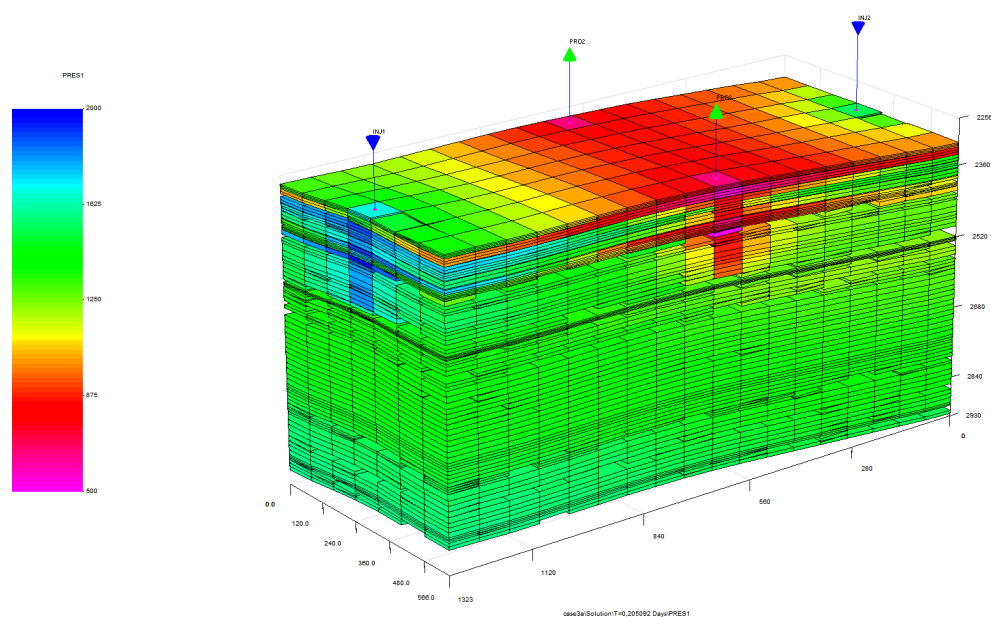


Рис. 1. Область вычисления

Тщательным выбором основных неизвестных последовательный подход решения используется для решения системы связанных уравнений для этой модели. Последовательный подход разбивает связанную систему нелинейных основных уравнений этой модели на отдельные уравнения и решает каждое из этих уравнений по отдельности и неявно. Этот подход расширен от IMPRES (неявного по давлению и явного по составу) подхода решения, используемого в UTCHEM для композиционного моделирования химического заводнения. IMPRES метод решает уравнение для давления неявно и уравнения для компонентов явно. Из-за явности решения уравнений для компонентов размер временных шагов должен быть ограничен, чтобы стабилизировать общую процедуру. В противоположность этому используемый здесь подход представляет собой последовательный подход, который решает и давление, и композиции неявно. Следовательно, этот подход расслабляет ограничение на шаг по времени. Итерации по методу Ньютона–Рафсона для каждого из уравнений давления и состава ограничены максимальными изменениями в этих переменных по итерации, и размер шага по времени определяется автоматически максимальными изменениями по временному шагу. Включены члены межблочного потока (например, для подвижности) и закачки/добычи с разностями против потока. Система линейных алгебраических уравнений решается уменьшенной шириной полосы прямым D4 методом или итерационным методом ORTHOMIN/GMRES. Неявная схема для каждого из уравнений давления и сохранения компонентов и неявное вычисление забойного давления добавляют устойчивость и сохраняют заданные пользователем расходы и ограничения.

Метод последовательного решения выполняется в следующем порядке:

- 1) Решение уравнения давления неявно.
- 2) Решение системы уравнений транспорта неявно для полной концентрации каждого компонента.
- 3) Использование модели химического равновесия для получения эффективной солёности.

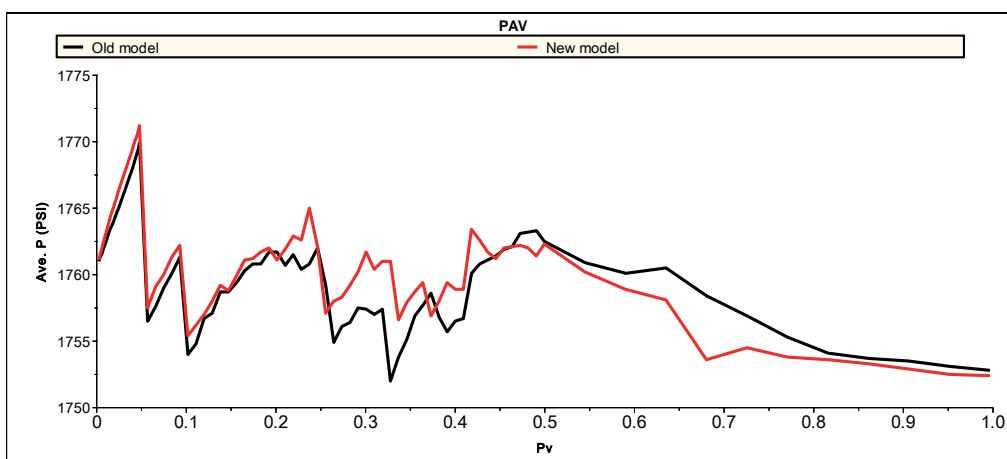


Рис. 2. Зависимость среднего давления от суммарного нагнетенного объема пор

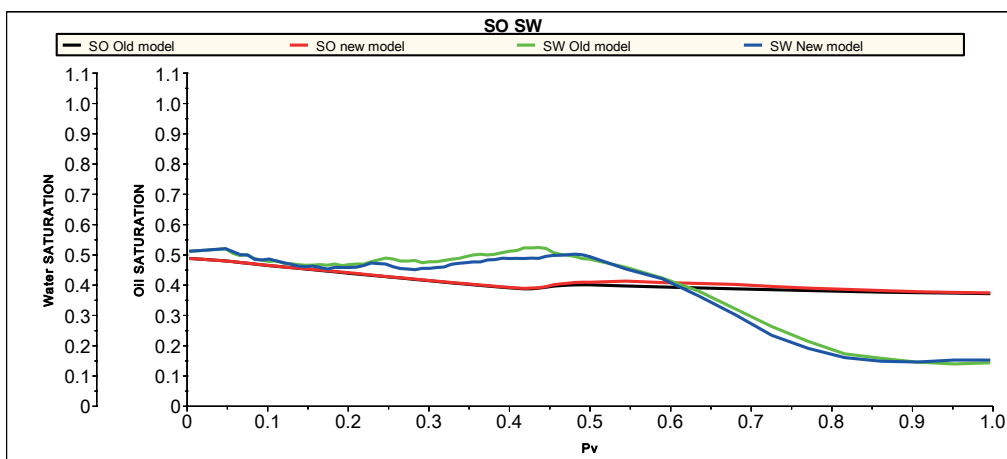


Рис. 3. Зависимость насыщенных нефти и воды от суммарного нагнетенного объема пор

4) Использование расчета испарения для получения насыщенности фазы и концентрации компонентов в каждой фазе.

5) Вычисление межфазных натяжений, чисел заземления, насыщенностей остаточных фаз, относительных фазовых проницаемостей, плотностей фаз, вязкостей, факторов сокращения мобильности и т. д.

6) Возвращение к шагу 1, чтобы повторить данную процедуру до тех пор, пока конечное состояние не будет достигнуто.

Результаты исследования. В общем, система основных уравнений математической модели химического композиционного моделирования пласта не может быть решена с помощью аналитических методов. Вместо этого численная модель разработана в форме, которая поддается решению компьютерами. Так как аналитического решения для рассматриваемой химической композиционной задачи не имеется, верификация полученных результатов достигалась путем сравнения с аналогичными результатами, полученными с применением симулятора UTCHEM. Сравнения показывают, что результаты, полученные из IMPES реализации новой предложенной формулировки, схожи с результатами, полученными с использованием симулятора UTCHEM.

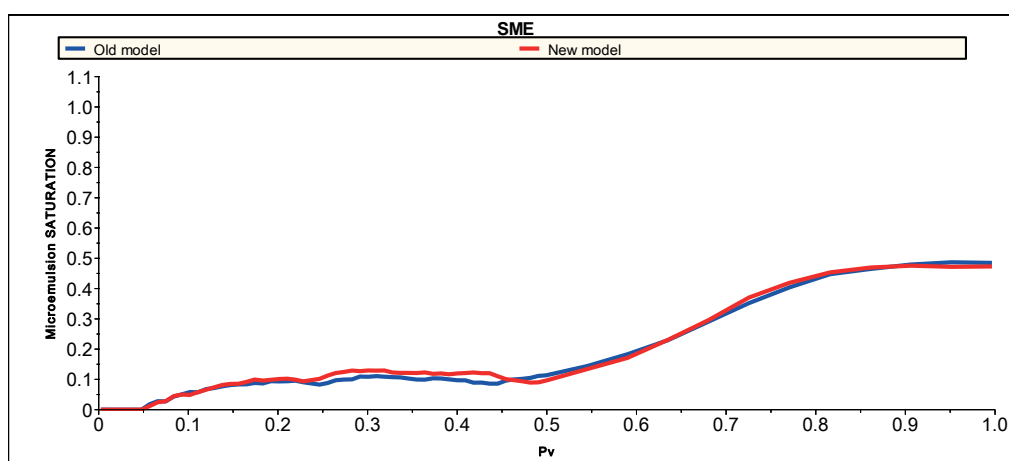


Рис. 4. Зависимость насыщенности микроэмульсии от суммарного нагнетенного объема пор

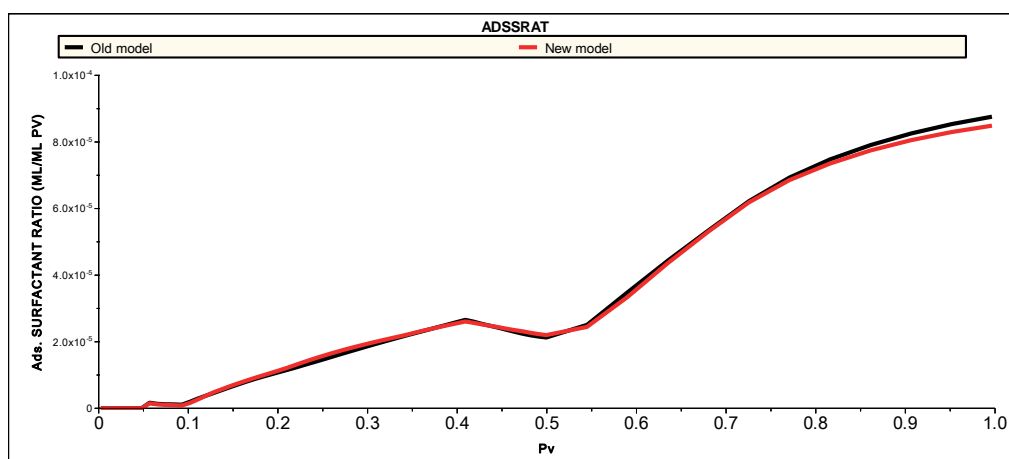


Рис. 5. Зависимость относительного объема адсорбированного ПАВ (мл на мл объема пор) от суммарного нагнетенного объема пор

Сравнение численных результатов, полученных с помощью существующей и новой формулировок, приведено на рис. 2–5 для нагнетенного объема пор в диапазоне 0–1,0 PV для соответствующих переменных.

Отметим, что математическая модель и численный симулятор, разработанные в этой работе, могут быть также использованы для изучения перемещения загрязняющих веществ и ремедиации загрязненных водоносных слоев поверхностно-активными веществами.

Заключение. Математическая формулировка, разработанная в рамках данной работы, расширена от существующей формулировки UTCHEM для использования в исследованиях химического заводнения. Также было выполнено сравнение с симулятором UTCHEM. Сравнительные исследования показывают, что результаты, полученные из реализации IMPRES новой предложенной формулировки, находятся в хорошем согласии с UTCHEM. В рамках данной исследовательской работы через ее приложение к вышеупо-

мянутому численному эксперименту и сравнениям с результатами UTCHEM доказано, что новая разработанная формулировка является применимой и точной.

Сравнение производительности симулятора химического заводнения, основанного на описанной в этой статье формулировке, с симулятором UTCHEM для различных физических задач и конкретных случаев планируется на будущее.

Список литературы

1. BAHR A. L. AND CORAPCIOGLU M. Y. Ground water Contamination by Petroleum Products: 2. Numerical Solution // Water Resour. Res., 1987. N 23(10). P. 201.
2. MAYER A. S. AND MILLER C. T. A Compositional Model for Simulating Multiphase Flow, Transport and Mass Transfer in Groundwater Systems / Paper presented at the Eighth International Conference on Computational Methods in Water Resources. 1990, June 11–15. Venice, Italy.
3. SLEEP B. E. AND SYKES J. F. Compositional Simulation of Groundwater Contamination by Organic Compounds: 1. Model Development and Verification // Water Resour. Res. 1993. N 29(6). P. 1697–1708.
4. ABRIOLA L. M. AND PINDER G. F. Two-Dimensional Numerical Simulation of Subsurface Contamination by Organic Compounds — A Multiphase Approach / Proc. of Specialty Conference on Computer Applications in Water Resources, ASCE, 1985b.
5. ABRIOLA L. M. AND PINDER G. F. A Multiphase Approach to the Modeling of Porous Media Contamination by Organic Compounds: 2. Numerical Simulation // Water Resources Res. 1985a. N 21(1). P. 19.
6. FAUST J. C., GUSWA J. H. AND MERCER J. W. Simulation of Three-Dimensional Flow of Immiscible Fluids within and Below the Saturated Zone // Water Resour. Res. 1989. N 25(12). P. 2449.
7. LETNIEWSKI F. W. AND FORSYTH P. A. A Control Volume Finite Element Approach for Three-Dimensional NAPL Groundwater Contamination / Dept. of Computer Science, May 1990. Report No. CS90-21, University of Waterloo, Ontario, Canada.
8. SLEEP B. E., SYKES J. F. Numerical Simulation of Three-Phase Multi-Dimensional Flow in Porous Media. Computational Methods in Subsurface Hydrology, G. Gambolati et al. (eds.), Springer-Verlag: Berlin, 1990.
9. KALURACHCHI J. J. AND PARKER J. C. Modeling Multicomponent Organic Chemical Transport in Three-Phase Porous Media // J. of Contaminant Transport. 1990. N 5. P. 349.
10. CHEN Z., MA Y. AND CHEN G. A sequential numerical chemical compositional simulator // Transport in Porous Media. 2007. N 68. P. 389–411.
11. DELSHAD M., POPE G. A., SEPEHRNOORI K. UTCHEM Version 9.0 / Technical Documentation, Center for Petroleum and Geosystems Engineering. July 2000. The University of Texas at Austin, Texas.

*Бердышев Абдумавлен Сулейманович — д-р физ.-мат. наук,
проф., главн. науч. сотр. Института информационных
и вычислительных технологий МОН РК, e-mail: berdyshhev@mail.ru*

*Бекбауов Бахберген Ермекбаевич — PhD доктор,
преподаватель Казахского национального
университета им. Аль-Фараби, e-mail: bakhbergen.bekbauiou@kaznu.kz*

*Рахымова Айгерим Турлыбаевна — магистр естественных наук,
младш. науч. сотр. Института информационных
и вычислительных технологий МОН РК, e-mail: rakhymova@gmail.com*

Дата поступления — 07.07.2015