SUFFICIENT CONDITIONS FOR STABILITY OF THE DYNAMIC SYSTEM WITH INACCURATE DATA

N. R. Yunicheva

Institute of Information and Computational Technologies,
050010, Alma-Ata, Kazakhstan

Mathematical description of the phenomena and processes of the nature is often carried out with this or that degree of error. Such errors lead to the fact that the mathematical model not rather fully reflects all qualities of studied processes. Desire to eliminate this deficiency contributed to development of a new scientific direction in the modern control theory, which acquires the increasing relevance and a demand in practice now. Within this direction of an error of modeling caused by the reasons of various type are considered directly in the most mathematical model by introduction of interval parameters with set lower and upper bounds. Such approach to a problem allows to judge existence of these or those qualities of the studied phenomenon or process in conditions, so-called, parametrical uncertainty. The most developed in sense of richness of ideas and methods of property research in conditions of parametrical uncertainty there was a class of linear mathematical models to which the most part of scientific works in this area is devoted. However, in practice there are cases when it is impossible to be limited to consideration only of linear mathematical models. On the other hand, today the arsenal of methods for studying dynamical qualities of processes described by nonlinear mathematical model with unknown parameters are presented extremely sparingly in current scientific work. In this regard special relevance is acquired by problems of development new and existing methods of quality research of nonlinear dynamic models of processes in the conditions of parametrical uncertainty.

Studying the properties of nonlinear dynamic systems with unknown parameters interval type is of great scientific interest. Many of the issues relating to the investigation of the stability of non-linear interval dynamic systems defined in the state space are still open. In this paper we consider the nonlinearity of sector type. Research problems of dynamic systems with nonlinearity of sector type, mathematical models are accurately known goes back to the works A. I. Lure, and Popov's and consists of two interrelated areas of the modern theory of absolute stability. The presence of interval uncertainty has given rise to a new round of the relevance of research tasks A. I. Lure nonlinear systems with unknown parameters. For example, obtained by modifying the frequency robust stability criteria absolute uncertainty in the linear part of the system. In contrast to this work, in which the linear part is given in the form of a family of polynomials, the greatest interest in this area is the study of nonlinear systems defined in the state space. In other work using the Lyapunov–Krasovskii functional, sufficient conditions for the absolute stability of interval nonlinear systems with delay in state and nonlinearity of sector type.

The development of Lyapunov's direct method, successfully proven in solving many problems of control theory, a class of interval-specified objects leads to the necessity of the study of solution sets of interval matrix Lyapunov equations, Sylvester. The complexity of the mathematical description of such sets leads to an exponential growth in computing costs in solving the problems of control theory. However, in most cases in practice it suffices to consider the outer or inner interval estimates of these sets.

In this paper, based on the direct method of Lyapunov, an algebraic criterion for absolute stability of zero equilibrium position interval dynamic system with vector nonlinearity of sector type is proposed.

Key words: inaccurate data, stability of a dynamic system, the tolerance solution set.

References

1. Sokolova S. P., Ivlev R. S. Eksponentcialnaya ustoychivost‘ intervalnoi nelineinoi sistemy // Trudy SPIIRAN, 2006. Vyp. 3. Tom 2. P. 366–376.

2. Lure A. I. Nekotoryie nelineynyie zadachi teorii avtomaticheskogo regulirovaniya. M.: Gostehizdat, 1951.

3. Popov V. M. Giperustoychivost avtomaticheskih sistem. M.: Nauka, 1970.

4. Dzhuri E. I., Premaratne K., Ekanayake M. M. Robastnaya absolyutnaya ustoychivost diskretnyih sistem // Avtomatika i Telemehanika. 1999. N 3. P. 97–118.

5. Ivlev R. S. Absolyutnaya ustoychivost nelineynyih dinamicheskih sistem s parametricheskoy neopredelennostyu intervalnogo tipa i zapazdyivayuschim argumentom // Materialyi Mezhdunarodnoy konferentsii “Vyichislitelnyie tehnologii i matematicheskoe modelirovanie v nauke, tehnike i obrazovanie”. VTMM-2002. Novosibirsk-Alma-Ata, 2002. P. 27–34.

6. Kalmy‘kov S. A., Shokin Iu. I., Iuldashev Z. KH. Metody‘ interval‘nogo analiza. N.: Nauka SO, 1986.

7. Zholen L., Kifer M., Didri O., Val‘ter E‘. Pricladnoi‘ interval‘ny‘i‘ analiz. M.: Institut komp‘iuterny‘kh issledovanii‘. 2007.

8. Gelig A. KH., Leonov G. A., Iakubovich V. A. Ustoi‘chivost‘ nelinei‘ny‘kh sistem s needinstvenny‘m sostoianiem ravnovesiia. M.: Nauka. 1978.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕТОЧНЫМИ ДАННЫМИ

Н. Р. Юничева

Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, 050010, Алма-Ата, Казахстан

УДК 681.5

Развитие прямого метода Ляпунова, успешно зарекомендовавшего себя при решении многих задач теории управления, на класс интервально-заданных объектов приводит к необходимости исследования множеств решений интервальных матричных уравнений Ляпунова, Сильвестра. Сложность математического описания таких множеств приводит к экспоненциальному росту вычислительных затрат при решении поставленных задач теории управления. Однако в большинстве случаев на практике достаточно ограничиться рассмотрением внешних либо внутренних интервальных оценок этих множеств. В статье на основе прямого метода Ляпунова предложен алгебраический критерий абсолютной устойчивости нулевого положения равновесия интервальной динамической системы с векторной нелинейностью секторного типа.

Ключевые слова: неточные данные, устойчивость динамической системы, допустимое множество решений.

Введение. Математическое описание явлений и процессов природы чаще всего осуществляется с той или иной долей погрешности. Такие погрешности приводят к тому, что математическая модель недостаточно полно отражает все свойства исследуемых процессов. Желание устранить этот недостаток способствовало развитию нового научного направления в современной теории управления, которое приобретает в настоящее время все большую актуальность и восстребованность на практике. В рамках данного направления погрешности моделирования, обусловленные причинами различного типа, учитываются непосредственно в самой математической модели путем введения интервальных параметров с заданными нижними и верхними границами. Такой подход к проблеме позволяет судить о наличии тех или иных свойств исследуемого явления или процесса в условиях так называемой параметрической неопределенности. Наиболее развитым в смысле богатства идей и методов исследования свойств в условиях параметрической неопределенности оказался класс линейных математических моделей, которому и посвящена большая часть научных работ в этой области. Однако, на практике часты случаи, когда нельзя ограничиться рассмотрением только линейных математических моделей. Более того, ряд других особенностей природных процессов, таких как наличие конечной памяти, не может быть оставлен без внимания для более адекватного описания этих процессов. К сожалению, на сегодняшний день арсенал методов исследования динамических свойств процессов, описываемых нелинейными математическими моделями в условиях параметрической

Данная работа выполнена при финансовой поддержке научно-исследовательского проекта № 3329 / ГФ4 КН МОН РК. Особую благодарность автор выражает Руслану Сергеевичу Ивлеву за ценные замечания и поправки.

неопределенности, представлен в современных научных работах крайне скупо. В этой связи особую актуальность приобретают задачи разработки новых и развитие существующих методов исследования свойств нелинейных динамических моделей процессов в условиях параметрической неопределенности [1]. Изучение свойств нелинейных динамических систем в условиях параметрической неопределенности интервального типа представляет большой научный интерес. Многие из вопросов, касающиеся исследования устойчивости нелинейных интервальных динамических систем, заданных в пространстве состояний, до сих пор остаются открытыми. В настоящей работе рассматривается нелинейность секторного типа. Задачи исследования динамических систем с нелинейностью секторного типа, математические модели которых точно известны, восходят к работам А. И. Лурье [2] и В. М. Попова [3] и составляют два взаимосвязанных направления современной теории абсолютной устойчивости. Наличие интервальной неопределенности обусловило появление нового витка актуальности задач исследования нелинейных систем А. И. Лурье в условиях параметрической неопределенности. Так, например, в работе [4] получены робастные модификации частотных критериев абсолютной устойчивости при неопределенности в линейной части системы. В отличие от указанной работы, в которой линейная часть задана в виде семейства полиномов, наибольший интерес в этой области представляет исследование нелинейных систем, заданных в пространстве состояний. В работе [5], используя функционалы Ляпунова-Красовского, получены достаточные условия абсолютной устойчивости нелинейной интервальной системы с запаздыванием в состоянии и нелинейностью секторного типа.

1. Постановка задачи. Рассматривается нелинейная динамическая система, математическая модель которой может быть представлена в пространстве состояний в условиях интервальной неопределенности параметров в виде следующего соотношения

$$\dot{\mathbf{x}}\left(t\right) \in Ax\left(t\right) + B\varphi\left(\sigma\right), x\left(t_0\right) = x_0, t \in \left[t_0,\infty\right), \tag{1}$$

где t — независимая переменная (время); $\mathbf{x}\left(t\right) = \left(x_i\left(t\right)\right)$ — вектор состояний, компонентами которого являются непрерывные на $[t_0,\infty)$ функции $x_i\left(t\right)$, т. е. $x_i\left(t\right) \in C\left[t_0,\infty\right)$, $1 \leqslant i \leqslant n$; в начальный момент времени t_0 значение вектора состояний предполагается известным x_0. Пусть $A \in IR^{n\times n}$, $B \in IR^{n\times m}$ — постоянные интервальные матрицы размерности $n \times n$ и $n \times m$ соответственно. Величина $\varphi\left(\cdot\right)$ — непрерывно дифференцируемая вектор-функция $\varphi : R \to R^m$, компоненты φ_i, $1 \leqslant i \leqslant m$ которой удовлетворяют ограничениям секторного типа (график функции $\varphi_i\left(\varsigma\right)$ расположен в секторе между прямыми $\varphi_i = 0$ и $\varphi_i = \mu_{1i}\varsigma$, $\mu_i > 0$, $1 \leqslant i \leqslant m$).

Класс вектор-функций, обладающих указанными свойствами, обозначим через Φ_m, т. е.

$$\varphi \in \Phi_m = \{\phi_1\left(\varsigma\right) \in C^1([t_0,\infty), R, R^m) \ \mid \ 0 \leqslant \phi_i(\varsigma)\varsigma \leqslant \mu_i\varsigma^2, \phi_i(0) = 0, \ \ 1 \leqslant i \leqslant m\} \tag{2}$$

Здесь $C^1\left(\left[t_0,\infty\right),R,R^m\right)$ — пространство непрерывно дифференцируемых на $[t_0,\infty)$ вектор-функций $\varphi : R \to R^m$.

Величина определяется согласно выражению

$$\sigma = r^T x\left(t\right), \tag{3}$$

где $r \in R^n$ — вектор размерности $n \times 1$.

Определение 1. *Под решением* (1)–(2) будем понимать всякую абсолютно непрерывную функцию $x(t,t_0,x_0) = x(t)$, удовлетворяющую при некоторых значениях $A \in \mathbf{A}$ и $B \in \mathbf{B}$ следующей нелинейной системе дифференциальных уравнений.

$$\left\{\begin{array}{c} \dot{x}\left(t\right)=Ax\left(t\right)+B\varphi\left(\sigma\right), \\ \sigma=r^{T}x\left(t\right), \end{array}\right. \qquad x\left(\mathrm{t}_0\right)=x_0, \quad \mathrm{t}\in\left[\mathrm{t}_0,\infty\right). \tag{4}$$

В силу свойств функции φ существует тривиальное решение $x\left(t\right)\equiv 0$ системы (1), которое является ее положением равновесия.

Определение 2. Будем говорить, что нелинейная интервальная динамическая система (1) — (2) *обладает некоторым свойством* P, если этим свойством обладает любая система (3) для $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$.

Задача 1. Определить условия абсолютной устойчивости положения равновесия $x\left(t\right)\equiv 0$ нелинейной интервальной динамической системы (1)–(2) с векторной нелинейностью секторного типа в смысле определения 2.

2. Основной результат. Будем предполагать, что пара интервальных матриц $(\mathbf{A},\mathbf{B})$ стабилизируема, т. е. для любых $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ стабилизируемой является пара (A,B).

Решение поставленной задачи будет осуществлено на основе прямого метода Ляпунова посредством выбора функции Ляпунова в виде квадратичной формы

$$V\left(x\right)=x^{T}Hx,$$

где $H\in R^{n\times n}$, $H=H^{T}$ — симметрическая положительно определенная матрица.

Для того чтобы сформулировать основной результат, введем в рассмотрение некоторые объекты и приведем необходимые определения из интервального анализа [6].

Введем в рассмотрение вектор $\mu\in R^{m}$

$$\mu=\left(\mu_1,\mu_2,\ldots,\mu_m\right)^{T}$$

и диагональную матрицу $\Lambda\in R^{m\times m}$

$$\Lambda=\mathrm{Diag}\left\{\lambda_i,1\leqslant i\leqslant m\right\}.$$

Определение 3. Интервальную квадратную матрицу $\mathbf{G}\in IR^{n\times n}$, где $\mathbf{G}=(g_{ij})$, а $g_{ij}=\left[\underline{g}_{ij},\overline{g}_{ij}\right]$, $1\leqslant i,j\leqslant n$, будем называть *положительно определенной* и записывать $\mathbf{G}\rhd 0$, если положительно определена любая матрица $G\in\mathbf{G}$, т. е. квадратичная форма $x^{T}Gx>0$ для любой матрицы $G\in\mathbf{G}$ и любого $x\in\mathbb{R}^{n}\setminus\{0\}$.

Определение 4. Множество матриц вида

$$\mathbf{G}^{sym}=\left[\underline{G}^{sym},\overline{G}^{sym}\right]=\left\{G\in\mathbb{R}^{n\times n}\ \middle|\ G{=}G^{T},\underline{G}^{sym}\leqslant G\leqslant\overline{G}^{sym}\right\},$$

где знак неравенства понимается в поэлементном смысле, будем называть *симметрической интервальной матрицей* и записывать $\mathbf{G}^{sym}=\left(\mathbf{G}^{sym}\right)^{T}$.

Пусть $\mathbf{G}_{11}^{sym}$ — некоторая интервальная симметрическая положительно определенная матрица размерности $(n\times n)$, $\mathbf{G}_{12}\in IR^{n\times m}$ — некоторая интервальная матрица размерности $(n\times m)$ и $G_{22}=G_{22}^{T}\rhd 0$ — некоторая симметрическая положительно определенная матрица размерности $(m\times m)$, такие что интервальная симметрическая матрица следующего блочного вида

$$\mathbf{G}^{sym}=\begin{pmatrix}\mathbf{G}_{11}^{sym} & \mathbf{G}_{11}\\ \mathbf{G}_{21} & G_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{G}_{11}^{sym} & \mathbf{G}_{11}\\ \mathbf{G}_{12}^{T} & G_{22}\end{pmatrix}$$

положительно определена.

Для точечных значений $A\in\mathbf{A}$, $B\in\mathbf{B}$, $G_{11}\in\mathbf{G}_{11}$, $G_{12}\in\mathbf{G}_{12}$ и G_{22} введем в рассмотрение следующую систему нелинейных матричных алгебраических уравнений

$$\left\{\begin{array}{r} A^T H + HA + SS^T = -G_{11}; \\ HB + 1/2\Lambda r\mu^T + S\Gamma = -G_{12}; \\ -\Lambda + \Gamma\Gamma^T = -G_{22}; \end{array}\right. \tag{5}$$

относительно матриц $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $S \in \mathbb{R}^{n\times m}$ и $\Gamma \in \mathbb{R}^{m\times m}$, которую для краткости обозначим $X\left(H,S,\Gamma\right) = 0$.

Уравнения системы (4) называют также *разрешающими уравнениями Лурье* [2].

Определение 5. Следующее множество троек (H,S,Γ) декартового произведения $\mathbb{R}^{n\times n}\times \mathbb{R}^{n\times m}\times\mathbb{R}^{m\times m}$ вида

$$\Sigma_{tol}\left(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{G}_{11}^{sym},\mathbf{G}_{12}\right) = \{(H,S,\Gamma) \in R^{n\times n}\times R^{n\times m}\times R^{m\times m}\,|(\forall A\in\mathbf{A})\times \tag{6}$$

$$\times\left(\forall B\in\mathbf{B}\right)\left(\exists G_{11}\in\mathbf{G}_{11}^{sym}\right)\left(\exists G_{12}\in\mathbf{G}_{12}\right)\left(X\left(H,S,\Gamma\right)=0\right)\}$$

называется *допустимым множеством решений интервальной системы нелинейных матричных алгебраических уравнений* [7].

$$\left\{\begin{array}{rcl} \mathbf{A}^T H + H\mathbf{A} + SS^T & = & -\mathbf{G}_{11}^{sym}; \\ H\mathbf{B} + 1/2\Lambda r\mu^T + S\Gamma & = & -\mathbf{G}_{12}; \\ -\Lambda + \Gamma\Gamma^T & = & -G_{22}. \end{array}\right. \tag{7}$$

По аналогии с (4) интервальные уравнения системы (6) будем называть интервальными разрешающими уравнениями Лурье.

Теорема 1. Пусть для заданных интервальных матриц $\mathbf{A}\in IR^{n\times n}$ и $\mathbf{B}\in IR^{n\times m}$, векторов $r\in\mathbb{R}^n$ и $\mu\in\mathbb{R}^m$, а также некоторых интервальных матриц $\mathbf{G}_{11}^{sym}\rhd 0$ и $\mathbf{G}_{12}\in IR^{n\times m}$ и некоторой диагональной матрицы $\Lambda\in\mathbb{R}^{m\times m}$ выполнены следующие условия:

1) допустимое множество решений (5) системы интервальных разрешающих уравнений Лурье (6) непусто, т. е.

$$\left(H^*,S^*,\Gamma^*\right)\in\Sigma_{tol}\left(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{G}_{11}^{sym},\mathbf{G}_{12}\right);$$

2) матрица H^* является симметрической положительно определенной.

Тогда нулевое положение равновесия $x\left(t\right)\equiv 0$ нелинейной интервальной динамической системы (1)–(2) абсолютно устойчиво для суперпозиции выбранных классов нелинейностей.

Доказательство. В соответствии с прямым методом Ляпунова вычислим первую производную функции Ляпунова при произвольных, но фиксированных значениях на траекториях движения системы (3).

$$\dot{V}\left(x\right)\Big|_{(4)} = \left(Ax + B\varphi\left(\sigma\right)\right)^T Hx + x^T H\left(Ax + B\varphi\left(\sigma\right)\right).$$

Для определения условий отрицательной определенности производной $\dot{V}\left(x\right)$ в части пространства $\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^m$, выделяемой ограничениями секторного типа, воспользуемся S-процедурой [8]. Предполагая существование положительных чисел $\lambda_i>0$, $i=1,2,\ldots,m$, и опуская выкладки, запишем окончательное выражение для S-формы [8].

$$S\left(x,\varphi\right)=x^{T}\left(A^{T}H+HA\right)x+\varphi^{T}\left(B^{T}H+{}^{1}\!/_{2}\Lambda\mu r^{T}\right)+$$
$$+x^{T}\left(HB+{}^{1}\!/_{2}r\mu^{T}\Lambda\right)\varphi-\varphi^{T}\Lambda\varphi. \quad (8)$$

Используя матрицы $\mathbf{G}_{11}^{sym}$, $\mathbf{G}_{12}\in IR^{n\times m}$ и $\mathbf{G}_{22}$, построим интервальную симметрическую положительно определенную матрицу $\mathbf{G}^{sym}$, представимую в блочном виде следующим образом

$$\mathbf{G}^{sym}=\begin{pmatrix}\mathbf{G}_{11}^{sym} & \mathbf{G}_{12}\\ \mathbf{G}_{12}^{T} & G_{22}\end{pmatrix},$$

и сформируем следующее множество отрицательно определенных квадратичных форм переменных x и φ

$$\Xi\left(x,\varphi\right)=\left\{-\left(S^{T}x+\Gamma\varphi\right)^{T}\left(S^{T}x+\Gamma\varphi\right)-\begin{pmatrix}x^{T} & \varphi^{T}\end{pmatrix}G\begin{pmatrix}x\\ \varphi\end{pmatrix}\mid G\in\mathbf{G}^{sym}\right\},$$

которое для удобства запишем в виде

$$\Xi\left(x,\varphi\right)=-\left(S^{T}x+\Gamma\varphi\right)^{T}\left(S^{T}x+\Gamma\varphi\right)-\begin{pmatrix}x^{T} & \varphi^{T}\end{pmatrix}\mathbf{G}^{sym}\begin{pmatrix}x\\ \varphi\end{pmatrix}. \quad (9)$$

Потребуем, чтобы для любых значений $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ S-форма (8) принадлежала множеству (7). Данное требование будет удовлетворено, если для любых значений $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ существует такая матрица $G\in\mathbf{G}^{sym}$ или, что эквивалентно, существуют такие матрицы $G_{11}\in\mathbf{G}_{11}^{sym}$ и $G_{12}\in\mathbf{G}_{12}$, что имеет место равенство

$$S\left(x,\varphi\right)=-\left(S^{T}x+\Gamma\varphi\right)^{T}\left(S^{T}x+\Gamma\varphi\right)-\begin{pmatrix}x^{T} & \varphi^{T}\end{pmatrix}G\begin{pmatrix}x\\ \varphi\end{pmatrix}. \quad (10)$$

Расписывая последнее равенство в развернутом виде, получаем

$$x^{T}\left(A^{T}H+HA\right)x+\varphi^{T}\left(B^{T}H+0{,}5\Lambda\mu r^{T}\right)+x^{T}\left(HB+0{,}5r\mu^{T}\Lambda\right)\varphi-\varphi^{T}\Lambda\varphi=$$
$$=x^{T}\left(SS^{T}+G_{11}\right)x-\varphi^{T}\left(\Gamma^{T}S^{T}+G_{12}^{T}\right)x-x^{T}\left(S\Gamma+G_{12}\right)\varphi-\varphi^{T}\left(\Gamma^{T}\Gamma+G_{22}\right)\varphi$$

Последнее равенство будет выполнено, если система уравнений (4) является совместной. По условию теоремы $(H^{*},S^{*},\Gamma^{*})\in\Sigma_{tol}\left(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{G}_{11}^{sym},\mathbf{G}_{12}\right)$. Это означает, что для любых значений существуют такие матрицы $G_{11}\in\mathbf{G}_{11}^{sym}$ и $G_{12}\in\mathbf{G}_{12}$, что матрицы H^{*},S^{*},Γ^{*} являются решением (4).

Далее справедливой является следующая цепочка импликаций
(для любых $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ существуют такие $G_{11}\in\mathbf{G}_{11}^{sym}$ и $G_{12}\in\mathbf{G}_{12}$, что имеет место равенство (9)) $\Rightarrow$
(для любых $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ S-форма (8) принадлежит множеству (7)) $\Rightarrow$
(для любых $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ S-форма (8) является отрицательно определенной формой переменных x и φ) $\Rightarrow$
(для любых $A\in\mathbf{A}$ и $B\in\mathbf{B}$ первая производная $\dot{V}\left(x\right)$ по времени функции Ляпунова на траекториях движения (3) будет отрицательной в части пространства $R^{n}\times R^{m}$, выделяемой ограничениями секторного типа) $\Rightarrow$

(для любых $A \in \mathbf{A}$ и $B \in \mathbf{B}$ в силу положительной определенности H^* (условие 2 теоремы) положение равновесия $x(t) \equiv 0$ динамической системы (3) абсолютно устойчиво для выбранного класса векторной нелинейности) $\Rightarrow$
(положение равновесия $x(t) \equiv 0$ нелинейной интервальной динамической системы (1) — (2) абсолютно устойчиво для выбранного класса векторной нелинейности в смысле определения 2).

Теорема доказана.

Заключение. Таким образом, как указывалось выше, развитие прямого метода Ляпунова на класс интервально-заданных объектов (или объектов с неточными данными) приводит к необходимости исследования множеств решений интервальных матричных уравнений Ляпунова, следовательно, математическое описание таких множеств приводит к экспоненциальному росту вычислительных затрат при решении поставленных задач теории управления как при решении вопросов синтеза, так и при исследовании динамических свойств подобных систем. Использование S-процедуры и методов интервального анализа позволило избежать громоздких вычислительных трудностей. Полученные достаточные условия абсолютной устойчивости нулевого положения равновесия рассматриваемой нелинейной интервальной динамической системы не требуют больших вычислительных затрат для их проверки, в связи с чем эти условия могут быть успешно применены на практике.

Список литературы

1. Соколова С. П., Ивлев Р. С. Экспоненциальная устойчивость интервальной нелинейной системы // Труды СПИИРАН, 2006. Вып. 3. Т. 2. С. 366–376.

2. Лурье А. И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М.: Гостехиздат, 1951.

3. Попов В. М. Гиперустойчивость автоматических систем. М.: Наука, 1970.

4. Джури Э. И., Премаратне К., Эканайаке М. М. Робастная абсолютная устойчивость дискретных систем // Автоматика и Телемеханика. 1999. № 3. С. 97–118.

5. Ивлев Р. С. Абсолютная устойчивость нелинейных динамических систем с параметрической неопределенностью интервального типа и запаздывающим аргументом // Материалы Межд. конференции „Вычислительные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании“. ВТММ-2002. Новосибирск — Алма-Ата, 2002. С. 27–34.

6. Калмыков С. А., Шокин Ю. И., Юлдашев З. Х. Методы интервального анализа. Н.: Наука СО, 1986.

7. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. М.: Институт компьютерных исследований. 2007.

8. Гелиг А. Х., Леонов Г. А., Якубович В. А. Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия. М.: Наука. 1978.

Юничева Надия Рафкатовна — канд. техн. наук, старш. науч. сотр. Института информационных и вычислительных технологий МОН РК. e-mail: naduni@mail.ru.

В 1990 году Н. Р. Юничева окончила Казахский политехнический институт им. К. Сатпаева, факультет „Автоматика и системы управления“ по специальности „Автоматика и телемеханика“, имеет квалификацию „инженер-электрик“. В том же году принята на работу в Институт математики и механики, а затем в 1991 году переводом в Институт проблем информатики и проблем управления АН РК младшим научным сотрудником в названную лабораторию. В 1992 году поступила в очную аспирантуру Института проблем информатики и проблем управления АН РК. В 1998 году защитила кандидатскую диссертацию на тему „Построение и исследование динамических свойств систем управления интервально-заданными объектами на основе метода общего параметра“ по специальности 05.13.01 „Управление в технических системах“. В 2002 году получила ученое звание доцента по специальности 05.13.00 — „Информатика, вычислительная техника и управление“.

С 1991 г. по сегодняшний день работает в Институте проблем информатики и управления АН РК (ныне Институт информационных и вычислительных технологий МОН РК) в лаборатории „Интеллектуальные системы управления и сети“ в должности старшего научного сотрудника.

Общий трудовой стаж составляет 26 лет, научный стаж работы составляет 20 лет. Опубликовано более 80 печатных работ, в том числе 60 после защиты диссертации. Является рецензентом выпускных работ бакалавров и магистрантов в КазНТУ на кафедре „Техническая кибернетика“.

С мая 2013 года работает в должности Ученого секретаря в Институте информационных и вычислительных технологий МОН РК.

In 1990 Yunicheva N. R. graduated from the Kazakh Polytechnic Institute named after K. Satpaev, Department „Automatics and control systems“, specialty „Automatics and telemechanics“, has a qualification in electrical engineering. In the same year got a job at the Institute of mathematics and mechanics, and then in 1991 at the Institute of Problems of Informatics and Control as a junior researcher in the laboratory. In 1992 entered the graduate school of the Institute of Problems of Informatics and Control, of the Academy Sciences of the Republic of Kazakhstan.

In 1998 defended master's dissertation on the theme „Construction and study of dynamic properties of control systems with interval-defined objects based on the method of common parameter“ on specialty 05.13.01 — „Management in technical systems“. In 2002 received an academic title of Associate Professor on specialty 05.13.00 — „Computer science, computer engineering and control“.

From 1991 to present day is working at the Institute of Problems of Informatics and Control of the Academy Sciences of the Republic Kazakhstan (now IICT) in the „Intelligent control systems and networks“ laboratory as a senior researcher.

General labor experience is 26 years, scientific experience is 20 years. Has published more than 80 publications, including 60 after the thesis defense. Is a reviewer of final works of bachelors and master students of KazNTU in the Department „Technical Cybernetics“.

Since May 2013 has been working as a Scientific Secretary at the Institute of Information and Computational Technologies.

Дата поступления — 01.07.2016