INTRODUCTION TO SUBDEFINITION

A. S. Narinyani

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
630090, Novosibirsk, Russia

Subdefinite models (S-models) are a new theory and technology of efficient solution of a wide range of problems from applied calculations to processing knowledge and problems of artificial intelligence. S-models refers to the direction of constraint programming, actively developed the last time in the world, as one of the most promising in IT. S-models qualitatively extends the possibilities of working with information and computational models of increased complexity, allowing to significantly simplify the process of creating next-generation systems and technologies, in particular in such areas as economics, management, complex objects and production processes management, engineering calculations and many others. S-models allow you to actively interact with the entire solution space, which in principle exceed the capabilities of traditional algorithmic methods and provide a qualitative leap in solving key problems in the development of modern information technologies.

Key words: computational models, constraint programming, method of subdefinite models, artificial intelligence, knowledge representation, NE-factors.

References

1. Narinyani A.S. Nedoopredelennost v sistemakh predstavleniia i obrabotki znaniy // *Izv. AN SSSR. Tekhn. kibernetika*, 1986. N 5. S. 3–28.

2. Narinyani A.S. Model‘ ili algoritm: novaia paradigma informatcionnoi tekhnologii // Informatcionny‘e tekhnologii. N 4. 1997.

3. Narinyani A.S. Telerman V.V., Ushakov D.M., Shvetcov I.E. Programmirovanie v ogranicheniiakh i nedoopredelennye modeli // Informatcionnye tekhnologii. N 7. 1998.

4. Narinyani A. S. NE-faktory: kratkoe vvedenie // Novosti II. 2004. N 2.

5. Narinyani A.S. Nedoopredelennye mnozhestva — novyi tip dannykh dlia predstavleniia znanii. Novosibirsk, 1980. (*Prepr./AN SSSR. Sib. otd-nie. VTC; N 232*).

6. Narinyani A.S. Nedoopredelennye modeli i operatcii s nedoopredelennymi znacheniiami. Novosibirsk, 1982. (*Prepr./ AN SSSR. Sib. otd-nie VTC; N 400*).

7. Dmitriev V.E. UniCalc — intellektualnyi reshatel sistem algebraicheskikh uravneniy i neravenstv // Iskusstvennyi intellekt-90: Tr. 12 Vsesoiuznoy konferentcii. Minsk, 1990.

8. Semenov A.L., Leshchenko A.S. Interval and Symbolic Computations in the UniCalc Solver // *Inter. Conf. on Interval and Computer-Algebraic Methods in Science and Engineering (INTERVAL-94):* Abstracts. St-Petersburg, Russia, 1994. P. 206–208.

9. Shvetsov I., Kornienko V., Preis S. Interval spreadsheet for problems of financial planning. PACT‘97, England, London, April 1997.

10. Borde S.B. Time-EX — intellektualnaya sistema planirovaniya vremeni // Intellektualnye sistemy v mashinostroenii: Tez. Docl. Vsesoiuz. Nauchno-tekh. konf. Sektciia: Intellektualnye proizvodstvennye sistemy. Samara, 1991. Ch. 1. S. 79–81.

11. Banasiukevich D.V., Gofman I.D., Inishev D.A., Narinyani A.S. Intellektualnaia tekhnologiia nedoopredelennogo planirovaniia i upravleniia proektami Time-EX // Trudy II-oi mezhdunarodnoi konferentcii CSCMP-2000, Samara, 2000.

12. Iurtaev A.V. Nedoopredelennye modeli — netraditcionniy podhod k matematicheskim issledovaniiam ekonomiki // Informatcionnye tekhnologii. 1999. N 4. S. 36–41.

13. Napreenko V.G., Narinyani A.S., i dr. Modelirovanie natcionalnoi ekonomiki s ispolzovaniem apparata nedoopredelennykh modelei // V sbornike „Problemy upravleniia i modelirovaniia v slozhnykh sistemakh". Trudy II Mezhdunarodnoi konferentcii. Samarskii nauchnyi centr RAN, Samara 2000.

14. Alefeld G., KHertcberger Iu. Vvedenie v intervalnye vychisleniia. M.: Mir, 1987.

15. Montanari U. Networks of Constraints: Fundamental Properties and Applications to Picture Processing // *Inform. Sci.* V. 7, 1974. P. 95–132.

16. Narinyani A.S. Model ili algoritm: novaia paradigma informatcionnoi tekhnologii // Informatcionnye tekhnologii, 1997. N 4.

17. Colmerauer A. An introduction to Prolog III // *Communications of the ACM*, N 33 (7). July 1990. P. 69–90.

18. Jaffar J., Michayov S., Stuckey P., Yap R. The CLP(R) language and system // *ACM Transactions on Programming Languages and Systems.* N 14 (3), July 1992. P. 339–395.

19. Benhamou F., Older W.J. Applying Interval Arithmetic to Real, Integer and Boolean Constraints // *Journal of Logic Programming*, 32 (1), 1997. P. 1–24.

20. Diaz D., Codognet P. A minimal extension of the WAM for clp (FD) // *Proceedings of the 10th International Conference on Logic Programming*, 1993. P. 774–790.

21. Van Hentenryck P. Constraint Satisfaction in Logic Programming. *Logic Programming Series.* MIT Press, Cambridge, MA, 1989.

22. Puget J.-F.. A C++ Implementation of CLP. *Tech. Report*, Ilog, January 1994.

23. Benhamou F., McAllester D., Van Hentenryck P. CLP(Intervals) Revisited // *Proceedings of ILPS'94*, Ithaca, NY, 1994. P. 124–138.

24. Telerman V.V., Ushakov D.M. Nedoopredelennye modeli: formalizatciia podhoda i perspektivy razvitiia // *Problemy predstavleniia i obrabotki ne polnostiu opredelennykh znanii*, sb. trudov RosNII Iskusstvennogo Intellekta / red. I.E. Shvetcov, Moskva–Novosibirsk. 1996. S. 7–30.

25. Zagorulko Iu.A., Popov I.G. Predstavlenie znanii v integrirovannoi tekhnologicheskoi srede Semp-TAO // *Problemy predstavleniia i obrabotki ne polnostiu opredelennykh znanii*, sb. trudov RosNII Iskusstvennogo Intellekta / red. I.E. Shvetcov, Moskva–Novosibirsk. 1996. S. 59–74.

26. Narinyani A.S. Netochnost kak NE-faktor. Popytka doformalnogo analiza. Novosibirsk, 1994. (Prepr./Ros. NII II; 2).

27. Narinyani A.S. Neodnoznachnost i ee funktcii v protcesse kommunikatcii // Cb. Trudy natc. konf. po iskusstvennomu intellektu KII'96, okt. 1996. Kazan, 1996.

28. Narinyani A.S. NE-FAKTORY: Netochnost i Nedoopredelennost — razlichie i vzaimosviaz // Izv. RAN, Teor. i sist. upr. 2000.- №. 5. S. 44–56.

29. Narinyani A.S. NE-faktory: neodnoznachnost (do-formalnoe issledovanie) // Novosti iskusstvennogo intellekta. 2003. N 5–6.

30. Narinyani A.S. Metatekhnologiia N-prilozhenii. Nauchnaia sessiia MIFI-2005. Sbornik nauchnykh trudov, Moskva, 2005.

31. Napreenko V.G., Narinyani A.S., Aigazin ZH.ZH. Kompiuternaia model upravleniia natcionalnoi ekonomikoi na primere Respubliki Kazakhstan // Trudy VII-i mezhdunarodnoi konferentcii „Problemy upravleniia i modelirovaniia v slozhnykh sistemakh" Samara: Samarskii Nauchnyi Centr RAN, 2005, s. 233–238

32. Napreenko V.G., Narinyani A.S., Smirnov E.P. Modelirovanie regionalnoi ekonomiki: novyi uroven kachestva i bezopasnosti Finansy. Ekonomika, Bezopasnost. 2005. N 4, S. 33–38.

ВВЕДЕНИЕ В НЕДООПРЕДЕЛЕННОСТЬ

А. С. Нариньяни

Российский НИИ Искусственного Интеллекта

УДК 519.65: 519.85; 004.94; 004.82
DOI:10.24411\2073-0667-2019-00004

Недоопределенные модели (Н-модели) — новая теория и технология эффективного решения широкого спектра проблем от прикладных расчетов до обработки знаний и задач искусственного интеллекта. Относится к направлению *constraint programming,* активно развиваемому в последнее время в мире как одно из наиболее перспективных в ИТ. Качественно расширяет возможности работы с информацией и вычислительными моделями повышенной сложности, позволяя значительно упростить процесс создания систем и технологий следующего поколения, в частности, в таких областях как экономика, менеджмент, управление сложными объектами и производственными процессами, инженерные расчеты и многих других.
Н-модели позволяют активно взаимодействовать со всем пространством решений, чем принципиально превосходят возможности традиционных алгоритмических методов и обеспечивают качественный скачок в решении ключевых проблем развития современных информационных технологий.

Ключевые слова: вычислительные модели, программирование в ограничениях, метод недоопределенных моделей, искусственный интеллект, представление знаний, НЕ-факторы.

Продолжение. Начало в № 3 (40). 2018.

4. Модель vs. алгоритм. Мы уже подчеркивали, что одно из двух основных принципиальных различий между традиционной вычислительной математикой и Н-математикой состоит в том, что традиционная решает задачи на основе алгоритмического подхода, а Н-математика работает с моделями.

Фундаментальному различию алгоритма и модели как базисных концепций ИТ посвящена специальная статья [2], фрагменты которой использованы в этой главе.

4.1. *ЧТО или КАК.* Понятие алгоритма — одно из наиболее фундаментальных как в вычислительной математике, так и в программной технологии в целом. Использовать компьютер означает задать программу, т. е. алгоритм: в подавляющем большинстве случаев указывать машине, какая проблема решается, не имеет смысла, поскольку для ее работы необходимо определение не того, ЧТО решать, а КАК это выполнить.

Любые попытки подняться до декларативной спецификации задачи (например, полные системы линейных уравнений) только подтверждают незыблемость этого принципа. Современные проблемно-ориентированные вычислительные пакеты, обеспечивающие уровень декларативного задания, как правило, представляют собой библиотеки частных

Статья была впервые издана в виде приложения к журналу „Информационные технологии“: Нариньяни А. С. Введение в недоопределенность. М : Новые технологии, 2007. (Информационные технологии; прил. 4).

алгоритмов, каждый из которых обслуживает свою узкую часть спектра, покрываемого специализацией данного пакета.

Однако и сама математика, и связанные с ней прикладные науки включают не менее фундаментальное понятие формальной модели, определяемой множеством переменных-параметров и множеством отношений, связывающих значения этих переменных.

Модель является базовым понятием для любых областей знаний, использующих аппарат математики, поскольку каждая попытка работать в точных терминах с реальным явлением должна начинаться с его формального описания, т. е. модели. Именно модель представляет объект исследования или расчетов и определяет характер формального аппарата, используемого для описания задачи и выполнения необходимых вычислений.

Математическая модель реального явления или объекта представляет собой его формальную аппроксимацию и при определенных условиях может заменять оригинал в компьютерном (а иногда и аналитическом) исследовании его природы и поведения. В этом качестве модель может служить базисом для решения обычных вычислительных задач. Например:

— как данный набор значений одних параметров влияет на значения других,

— какие сочетания значений параметров возможны при данном наборе ограничений,

— какие сочетания значений параметров являются оптимальными для данного критерия при данном наборе ограничений и т. п.

Таким образом, вопреки привычной точке зрения, алгоритм естественен только для профессиональных программистов и разработчиков вычислительных методов.

Простая истина, что прежде, чем определить КАК, необходимо сформулировать ЧТО является объектом решения, т. е. построить модель, очевидна для всякой науки, использующей математику, кроме самой computer science.

Такое положение вполне объяснимо, поскольку алгоритм представляет собой инструмент, являющийся необходимым практическим ключом к компьютеру. И современная вычислительная математика предлагает целый комплекс таких разработанных ею инструментов, т. е. методов решения отдельных классов задач. Модели же остаются бесполезным в прикладном отношении средством спецификации проблемы, которое оказывается доступным машине только в весьма редких случаях, а именно тогда, когда для соответствующей задачи существует метод и алгоритм уже реализованные в форме специализированного программного пакета.

Именно это определило парадоксальность современного положения вещей в прикладных математических технологиях, в которых модель можно встретить как правило только в теоретических работах в качестве иллюстрации к объекту исследований.

4.2. *Алгоритм и реальный мир.* Но соотношение модели и алгоритма в современных информационных технологиях в целом и компьютерной математике в частности неестественно не только „извне“, с точки зрения определения задачи. Не менее абсурдным оно выглядит „изнутри“, в проекции на сами принципы организации вычислительная процесса.

Традиционный императивный алгоритм — это организация работы компьютера, достаточно *жестко предписывающая порядок действий*, вычисляющий значения *выходных* параметров задачи через заданные значения *входных* параметров.

Очевидно, что реальный мир устроен совершенно иначе. Каждый его компонент — элементарная частица, клетка организма, человек в социальной структуре, планета или галактика — это *автономный активный объект*, участвующий в самоорганизующемся па-

Таблица 1

Пять коренных различий модели и императивного алгоритма

МОДЕЛЬ	**АЛГОРИТМ**
a. Принципиально декларативна.	**a.** В определенном смысле, антидекларативен.
b. Симметрична по отношению к параметрам, поскольку все они неявным образом определяются друг через друга.	**b.** Разделяет параметры на входные и выходные, явным образом определяя вторые через первые
c. В неявной форме определяет решение *всех* задач, связанных с объектом моделирования.	**c.** Определяет в явной форме решение только одной задачи, отношение которой к реальному объекту не всегда очевидно (см. ниже).
d. Может быть недоопределенной.	**d.** Традиционный алгоритм и недоопределенность — несовместимые понятия. Интервальный алгоритм оперирует с интервальным представлением чисел, но интервалы здесь не обладают возможностью стягиваться и представляют скорее неточность [26], чем недоопределенность.
e. В общем случае определяет все пространство решений	**e.** Традиционный (не интервальный) алгоритм позволяет получать только отдельные — часто далеко не лучшие — точечные решения.

раллельном и децентрализованном процессе взаимодействия с другими активными объектами своего уровня.

Современная алгоритмическая организация ИТ полностью противоположна этому естественному порядку: деятельность любой системы она пытается контролировать из единого центра, последовательно указывая каждому элементу системы, что и когда ему делать.

В отличие от этого, столь привычного для нас, принципа, в Н-математике, которая оперирует не с алгоритмом, а с моделью, самоорганизующийся, параллельный и децентрализованный вычислительный процесс формируется автоматически. Причем этот процесс реализуется компонентами ограничений, которые автономно взаимодействуют друг с другом (напомним очередной раз метафору консилиума в первой главе), определяя в общем случае не одно решение, а область всех решений, удовлетворяющих определяемой моделью системе отношений.

4.3. *Пять коренных различий.* Для сопоставления модели и традиционного (императивного) алгоритма можно указать пять их очевидных различий (табл. 1).

Эти пять различий очевидны из самих определений модели и алгоритма. При этом они отражают только внешнюю разницу этих двух базовых понятий, которая более глубоко проявляется при сопоставлении их принципиальных особенностей.

4.4. *Океан реальных задач.* Не менее важно, что традиционная математика предлагает решения только для некоторых, достаточно частных классов моделей (например, полных систем линейных уравнений), в то время как Н-математика работает с моделями, в которых параметры любого типа связаны любым числом отношений произвольного вида.

Метафорическую карту вычислительной математики можно уподобить океану, в котором разбросаны сотни крохотных островов, представляющих различные изолированные классы частных задач, для которых уже существуют один или несколько методов их решения.

Основное же — несопоставимое по размерам — пространство между островами соответствует тем задачам, которые не относятся традицией к стандартным, хорошо освоенным классам. Для них нет готовых методов решения, и поэтому для математика их как бы не существует: океан реальных задач полностью игнорируется, поскольку рассматривается как некое бесформенное и, в общем-то, как бы отсутствующее пространство между обжитыми островами.

Поскольку любая реальная прикладная проблема — лишь точка в этом океане, то для ее решения сегодня существует только один способ: ориентируйтесь на ближайший остров, там умеют справляться со своей типовой постановкой, которая чем-то внешне похожа на вашу задачу. А какое отношение имеет данное решение к тому, которое требуется для дела, — возможно, и очень далекое. Но это, так сказать, уже ваши проблемы, находящиеся вне сферы высокой науки.

С появлением *constraint programming* и Н-математики на этой метафорической карте решаемых задач прорисовываются очертания целых материков, которые пока не имеют четких границ и как любые новые территории изобилуют белыми пятнами, но это теперь не точки изолированных островов. Нечеткость границ и отсутствие точных карт объясняется коротким сроком развития этого подхода и малым — по сравнению с армией традиционной математики — числом его исследователей. Но площади уже открытых материков огромны, и перспективы их развития воодушевляют.

5. Свойства недоопределенных расширений. В этом разделе мы вернемся к свойствам Н-расширений и обсудим их детальнее.

5.1. *Н-математика и субдистрибутивность.* Заметим, что некоторые свойства обычных операций существенно меняются в соответствующих Н-расширениях. Рассмотрим, например, хорошо известное свойство аддитивных операций над числами (целыми или вещественными), требующее, чтобы сумма любого числа и обратного ему была равна единственному нулевому элементу

$$a + (-a) = 0. \tag{1}$$

Пусть в качестве Н-расширения множества чисел рассматривается Н-расширение *интервал* $[a_-, a^-]$, а соответствующие Н-расширения операций минус и плюс (обозначим их $--$ и $++$) определены согласно известным правилам интервальной арифметики [14]. Таким образом, Н-расширение унарного минуса имеет вид

$$--[a_-, a^-] = [-a^-, -a_-];$$

а Н-расширение сложения $[b_-, b^-] + +[c_-, c^-]$ равно $[b_- + c_-, b^- + c^-]$.

В таком случае, Н-расширение выражения (1) имеет следующий вид:

$$[a_-, a^-]{+}{+}({-}{-}[a_-, a^-]) = [a_-, a^-]{+}{+}[-a^-, -a_-] = [a_-{+}(-a^-), a^-{+}(-a_-)] = [a_-{-}a^-, a^-{-}a_-].$$

Достаточно очевидно, что когда нижняя и верхняя границы Н-числа не совпадают (т. е. число недоопределено), интервал $[a_- - a^-, a^- - a_-]$ всего лишь *содержит* ноль, но не равен в точности ему. Например, при $a = [2, 4]$, $-a = [-4, -2]$, $-a + a = [-2, 2]$.

Такое изменение свойства унарного минуса приводит к тому, что закон дистрибутивности для обычных аддитивных и мультипликативных операций переходит в так называемый закон *субдистрибутивности* ($\times\times$ — Н-расширение операции умножения):

$$^*a \times \times (^*b + +^*c) \subseteq^* a \times \times^* b + +^* a \times \times^* c.$$

Из сказанного выше можно сделать вывод, что для Н-моделей весьма существенно:

— какие Н-расширения выбраны для переменных, — например, для целых чисел представления могут быть интервальными или перечислениями;

— в каком виде представлены условия задачи, — над любой системой отношений можно провести множество преобразований, эквивалентных с точки зрения формальной системы, но существенно различных для реализации ее Н-расширения;

Другими словами, для использования Н-модели важно, каким образом представлены в ней и типы Н-переменных и сами ограничения. Например, в какой форме записаны алгебраические зависимости (уравнения и неравенства), т. е. как произведены в них те же самые эквивалентные преобразования — раскрытие скобок, приведение подобных и т. п.

5.2. *Проблемы Н-математики.* Таким образом, список достоинств рассматриваемого подхода необходимо дополнить указанием на его особенности и недостатки (или, скорее, текущие трудности):

— Как и для любого универсального метода, для Н-моделей во многих (возможно, в большинстве) случаев характерна более низкая эффективность на задачах, для которых существуют специальные вычислительные методы. Хотя есть достаточно примеров, когда аппарат Н-моделей значительно (в ряде случаев, во много раз) превосходит известные алгоритмы. Понятно, что сравнение Н-моделей с известными специальными вычислительными методами на всем спектре прикладных задач требует объема экспериментов, на проведение которых пока нет достаточных ресурсов.

— Вторая особенность состоит в том, что с одной стороны, кроме редких особых — можно сказать, пограничных — случаев, процесс не теряет решений, т. е. процесс стягивания K-мерного пространства модели *будет содержать все ее решения.* С другой, сам параллелепипед не всегда является минимальным для охватываемой им области решений. Для некоторых задач процесс сжатия может остановиться где-то „на полпути“ к минимальному параллелепипеду.

Чем плотнее параллелепипед охватывает тело решений (чем уже интервалы Н-параметров), тем точнее он представляет это тело для пользователя. В минимальном параллелепипеде концы интервала каждой переменной $\mathbf{x}$ являются оптимумами (минимумом и максимумом) проекции на $\mathbf{x}$ области решений. Т. е. концы интервала параметра $\mathbf{x}$ представляют минимум и максимум решений по $\mathbf{x}$.

При этом „не дожатый“ параллепипед отражает только то, что вне его решений нет. А есть ли решения внутри него вообще и где минимумы и максимумы этих решений, остается неизвестным.

Для некоторых специальных классов моделей сжатие может вообще не начаться, как это могло бы быть в нашем примере п. 3.2, если бы уравнения были симметричными. В частности, таким особым классом являются системы линейных уравнений, хотя после приведения их матрицы к диагональному виду, решение трудностей не вызывает.

— Таким образом, хотя то или иное представление отдельного ограничения, так же как и группы ограничений, будут эквивалентны в традиционной алгебре, однако для Н-моделей при одном представлении полученное в результате стягивания подпространство может быть меньше, т. е. ближе к вложенной в него области решений, а при другом — шире.

В связи с этим, эффективность и универсальность Н-моделей в значительной степени зависит от двух факторов:

а) Выбора формы символьного представления зависимостей; например, для двух эквивалентных в обычной алгебре выражений

$$x \cdot (6 \cdot x^3 + 1) \cdot (4 \cdot x - 1) = 4 \quad \text{и} \quad 24 \cdot x^5 + 4 \cdot x^2 - x \cdot (6 \cdot x^3 + 1) = 4,$$

сжатие закончится по-разному: первое даст точное решение [0,70574, 0,70574], а второе остановится при стягивании на интервале [0,25072, 3,8939].

Эта особенность требует приведения зависимостей Н-модели к оптимальному для процесса решения виду. Именно поэтому приходится, как уже упоминалось выше, приводить к диагональному виду систему линейных уравнений. Исследования по разработке системы таких оптимизирующих трансформаций ведется достаточно активно.

б) Не менее важным является выбор представления Н-значения при недоопределенном расширении. Например, целые числа могут представляться интервалом, мультиинтервалом или перечислением значений.

Первый вариант компактней и эффективней, но у него важный недостаток: интервал [*а, в*] представляет, не различая, любые подмножества значений этого интервала, включающие его границы *а* и *в*. Например, решением уравнения $5x^2 - 3x - 14 = 0$ будет интервал $[-2, 2]$, хотя оно состоит только из двух значений -2 и 2.

Второй вариант — мультиинтервальный — позволяет исключать часть или все зоны отсутствия решений и в приведенном примере он оставил бы два точных решения или выдал два приближенных к ним интервала. Однако такое представление Н-значения резко замедляет процесс решения.

Наконец, Н-значение, состоящее из списка целых чисел, содержит только те числа, которые могут быть решениями. Однако, при большом диапазоне значений такое представление является слишком громоздким и мало эффективным.

Указанные здесь недостатки и методы их преодоления требуют более развернутого рассмотрения, которое не входило в ограниченные задачи этой вводной работы.

В п. 4.4 мы уже приводили метафору океана реальных задач, на карте которого с развитием технологии ограничений появились очертания целых материков, нечеткость границ которых объясняется коротким сроком разработки этого подхода и относительно небольшим числом его разработчиков. Но соответствующие исследования ведутся активно и достаточно успешно.

6. Вычислительные Н-модели. Ниже дается более детальное определение Н-модели и соответствующего процесса вычислений.

6.1. *Определения.* Поскольку понятие *Н-модель* пока не определялось формально, то на данном этапе сделать это необходимо. Н-модель $M = (V, R, W, C)$ состоит из следующих четырех множеств:

V — множество параметров из заданной предметной области,

R — множество ограничений на значениях параметров из V,

W — множество *функций присваивания* и

C — множество *функций проверки корректности.*

При этом каждому параметру $v_i \in V$ сопоставлены:

— Область Н-значений V_i;

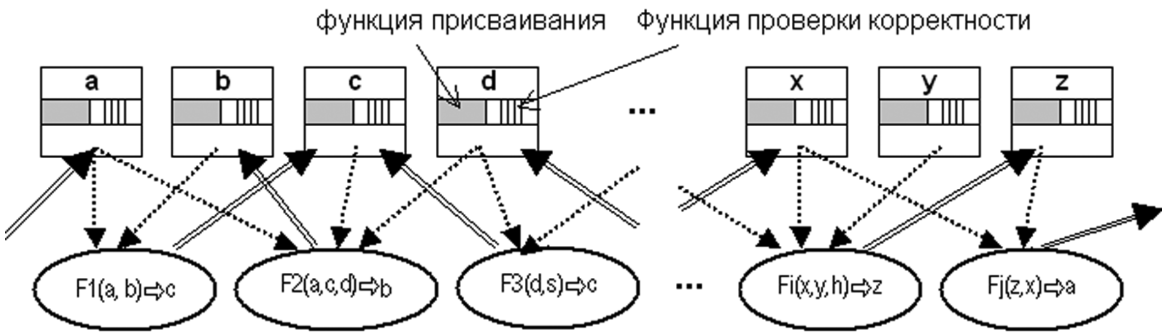

Рис. 10. Интерпретация Н-модели

— начальное Н-значение из V_i;
— функция присваивания W_i;
— функция проверки корректности C_i;.

Функция присваивания — это двухместная операция, работающая при каждой попытке присваивания очередного Н-значения параметру v_i и определяющая новое Н-значение параметра как функцию от текущего и присваиваемого Н-значений (обычно в качестве такой функции используется операция пересечения этих Н-значений).

Функция проверки корректности — это унарный предикат, вычисляемый при каждом изменении Н-значения параметра x и проверяющий правильность его нового Н-значения.

Ограничения из R должны быть функционально интерпретируемыми.

На уровне интерпретации Н-модель представляется двудольным ориентированным графом, в котором выделены два типа вершин: параметры и функции интерпретации отношений. Дуги связывают вершины-функции и вершины-параметры. Входящие в вершину-функцию F дуги соотносят с ней параметры, значения которых выступают в качестве входных аргументов для функции F, исходящие — указывают на параметры, в которые должна производиться запись вырабатываемых функцией F результатов.

Каждой вершине-параметру сопоставляются тип, значение, функции присваивания и проверки корректности (см. рис. 10).

6.2. *Процесс удовлетворения ограничений для Н-модели.* Процесс вычислений для Н-модели имеет потоковый характер, — изменение значений вершин-параметров сети активирует (вызывает к исполнению) все функциональные вершины, для которых эти параметры являются входными аргументами, а исполнение функциональных вершин в свою очередь может вызывать изменение значений результирующих параметров. Вычисления заканчиваются тогда, когда либо не останется активных функциональных вершин (результат — *УСПЕХ*), либо функция проверки корректности вырабатывает значение *ошибка* (результат — *НЕУДАЧА*).

Как было сказано выше, в Н-моделях вместо обычных переменных V рассматриваются их недоопределенные расширения $*V$. При этом функции присваивания производят пересечение текущего и присваиваемого Н-значений, а функции проверки корректности — проверяют, не являются ли пустыми или некорректными новые Н-значения.

В работе [24] доказаны следующие утверждения:

1) *Процесс удовлетворения ограничений в Н-моделях завершается за конечное число шагов.*

2) *В случае УСПЕХА процесса, решение задачи (если оно существует) лежит внутри полученного процессом результата (декартова произведения Н-значений).*

3) *Результаты процесса определяются только начальными Н-значениями параметров модели и не зависят от конкретного порядка выбора очередного ограничения для его интерпретации. Это относится как к завершениям НЕУДАЧА или УСПЕХ, так и – в случае УСПЕХА — ко всем результирующим Н-значениям параметров модели в рамках указанной для них точности.*

В данном случае важно, что в отличие от алгоритмического понятия *эквивалентности по результату*, имеющего в виду совпадение ответов, данная выше формулировка *результаты процесса не зависят от конкретного порядка* подразумевает, что результатыравны с заданной точностью. Такая эквивалентность характерна для недетерминированных процессов вычислений.

6.3. *Пример работы процесса.* В главе 3 мы рассмотрели процесс вычислений для Н-модели на наглядной графической иллюстрации. Ниже работа такого процесса будет рассмотрена детально на примере достаточно простой системы из двух линейных уравнений с двумя целочисленными неизвестными:

$$\begin{cases} x + y = 12; \\ 2 \cdot x = y. \end{cases} \tag{2}$$

Предположим, что значения x и y ограничены следующими неравенствами:

$$0 \leqslant x \leqslant 100; \quad 0 \leqslant y \leqslant 100. \tag{3}$$

Таким образом, множество параметров V данной модели содержит две целочисленные переменные x и y, множество ограничений R — два уравнения и четыре неравенства.

Для создания соответствующей Н-модели требуется выбрать некоторый вид Н-расширения целого числа, которое может быть различным. Пусть в данном случае целое Н-число будет представлено для простоты прослеживания процесса Н-расширением *интервал* (хотя, как уже отмечалось, это расширение не является единственно возможным, — им может быть, например, и список значений Н-числа).

Как мы видели в п. 2.1, функция присваивания W_i изменяет значение Н-числа v_i таким образом, что его нижняя граница может только увеличиваться, а верхняя – только уменьшаться. Функция проверки корректности C_i проверяет, чтобы нижняя граница Н-числа v_i не превосходила верхнюю. Операции для интервальных Н-чисел определяются в соответствии с правилами интервальной математики [14].

Так как множество V содержит две переменные типа Н-число, множество функций присваивания (W) и множество функций проверки корректности (C) содержат по два элемента: $W = \{\ W_x,\ W_y\ \}$; $C = \{\ C_x,\ C_y\ \}$;

Множество функций интерпретации уравнений (2) состоит из четырех элементов (f_1 — f_4):

$$f_1 : y \leftarrow 12 - x; \qquad f_2 : x \leftarrow 12 - y;$$
$$f_3 : y \leftarrow 2 \cdot x; \qquad f_4 : x \leftarrow y/2.$$

Согласно правилам интервальной арифметики, семантика функций интерпретации (f_1 – f_4) представляется следующим образом:

Таблица 2

Протокол исполнения Н-модели

N	Активные функции	Н-значения текущее | новое	Флаг	Добавить функции
1	f_1 | $f2$, $f3$, $f4$	y=[0,100] | [0,12]	да	$f2$, $f4$
2	$f2$ | $f3$, $f4$	x=[0,100] | [0,12]	да	$f1$, $f3$
3	$f3$ | $f4$, $f1$	y=[0,12] | [0,12]	нет	
4	$f4$| $f1$	x=[0,12] | [0,6]	да	$f1$, $f3$
5	$f1$| $f3$	y=[0,12] | [6,12]	да	$f2$, $f4$
6	$f3$| $f2$, $f4$	y=[6,12] | [6,12]	нет	
7	$f2$| $f4$	x=[0,6] | [0,6]	нет	
8	$f4$ |	x=[0,6] | [3,6]	да	$f1$, $f3$
9	$f1$ | $f3$	y=[6,12] | [6,9]	да	$f2$, $f4$
10	$f3$ | $f2$, $f4$	y=[6,9] | [6,9]	нет	
11	$f2$ | $f4$	x=[3,6] | [3,6]	нет	
12	$f4$|	x=[3,6] | [3,4]	да	$f1$, $f3$
13	$f1$ | $f3$	y=[6,9] | [8,9]	да	$f2$, $f4$
14	$f3$ | $f2$, $f4$	y=[8,9] | [8,8]	да	$f2$, $f4$
15	$f2$ | $f4$	x=[3,4] | [4,4]	да	$f1$, $f3$
16	$f4$ | $f1$, $f3$	x=[4,4] | [4,4]	нет	
17	$f1$ | $f3$	y=[8,8] | [8,8]	нет	
18	$f3$|	y=[8,8] | [8,8]	нет	

$$
\begin{aligned}
&f_1 : [y_-, y^-] \leftarrow [12 - x^-, 12 - x_-];\\
&f_2 : [x_-, x^-] \leftarrow [12 - y^-; 12 - y_-];\\
&f_3 : [y_-, y^-] \leftarrow [\min\{2 \cdot x_-, 2 \cdot x^-\}, \max\{2 \cdot x_-, 2 \cdot x^-\}];\\
&f_4 : [x_-, x^-] \leftarrow [\min\{y_-/2, y^-/2\}, \max\{y_-/2, y^-/2\}].
\end{aligned}
$$

Ограничения (3) можно проинтерпретировать на этапе генерации Н-сети, и тогда нижние и верхние границы x и y станут равными 0 и 100 соответственно. Таким образом, на первом шаге процесса потоковых вычислений имеем

$$x = [0, 100]; \quad y = [0, 100].$$

В табл. 2 приведена последовательность шагов потокового процесса для данной задачи. В таблице предполагается, что на каждом шаге исполняется первая функция из множества активных функций (она отделена от остальных символом „|“). Как уже говорилось, порядок применения функций может быть произвольный, в данном случае выбран данный конкретный для простоты рассмотрения примера.

На первом шаге итерации исполняется функция f_1. В результате работы этой функции получаем значение $y = [-88, 12]$. После этого вызывается функция присваивания W_y. Текущее значение y равно $[0, 100]$, новое — $[-88, 12]$. Функция присваивания вырабатывает значение $[0, 12]$ и присваивает его y. Присвоение нового значения отмечается флагом „Да“, в результате чего вызывается функция проверки корректности C_y. Условие корректности для y $(0 \leqslant 12)$ не нарушается, и процесс исполнения Н-модели продолжается.

Как видим, у переменной y изменилась только верхняя граница (так как новая нижняя граница (–88) меньше текущей (0)). Поскольку условие корректности для y здесь не нарушается, то происходит активация функций интерпретации f_2 и f_4, для которых y является входным аргументом. Ввиду того, что эти функции уже входят в множество активных функций, их повторная активация не происходит. Далее исполняется следующая функция (f_2) из очереди.

Вычисления заканчиваются тогда, когда нижняя и верхняя границы — как x, так и y — становятся равными друг другу. Это произойдет при значениях x_- и x^- равных 4, а y_- и y^- — равных 8. При таких значениях исполнение любой функции f_1 — f_4 не изменяет значения своего результата и множество активных функций становится пустым.

7. Примеры использования Н-моделей. Так как процесс вычислений в Н-моделях является универсальным, т. е. не зависит от типа задачи, аппарат Н-моделей используется для решения не только численных, но и задач из других предметных областей. Н-модели могут достаточно просто настраиваться на любые области. Для этого необходимо определить типы Н-данных и ограничений, характерных для той или иной предметной области. При этом, в отличие от других решателей, Н-модели могут использоваться для решения так называемых смешанных задач, содержащие как численные (вещественные и целые) переменные, так и множества, перечисления, дискретные параметры и т. п.

Ввиду ограниченного объема статьи ниже рассмотрим только относительно небольшие примеры, показывающие основные возможности аппарата Н-моделей.

7.1. *Решение комбинаторных задач.* Комбинаторные задачи представляют собой предмет интенсивных исследований в области искусственного интеллекта. Сложность решения таких задач объясняется огромным пространством поиска при относительно малом количестве вычислений. Постоянно изобретаются все новые и новые эвристики, позволяющие сократить пространство поиска и находить решение за приемлемое время. Н-модели, за счет использования Н-значений вместо точных значений многие комбинаторные задачи могут эффективно решать и без привлечения такого рода эвристик.

Классическим примером комбинаторной задачи являются буквенно-арифметические головоломки. Одна из таких головоломок представляет собой известную шутливую телеграмму: SEND + MORE = MONEY. Предполагается, что слова в этой телеграмме представляют собой зашифрованные десятичные записи натуральных чисел, в которых каждая буква обозначает цифру от 0 до 9. При этом разные буквы обозначают разные цифры, а старшие разряды чисел (обозначенные в данном примере буквами S и M) не равны нулю. Необходимо найти такую подстановку цифр вместо букв, при которой сумма двух первых зашифрованных чисел равна третьему:

$$\begin{array}{cccccc} & c_4 & c_3 & c_2 & c_1 & 0 \\ & & S & E & N & D \\ + & & M & O & R & E \\ \hline & M & O & N & E & Y \end{array} \qquad // \ c_i \text{ — это перенос из } i\text{-го столбца}$$

За простотой формулировки здесь скрывается трудоемкость решения: действуя простым перебором, мы должны рассмотреть максимум 8! = 40320 вариантов различных подстановок.

Для того, чтобы решить такую задачу с использованием аппарата Н-моделей необходимо сопоставить каждой букве Н-значение — в данном случае множество, содержащее все цифры от 0 до 9. Кроме букв в Н-модели должны присутствовать переносы из одного столбца в другой. Их Н-значения равны множеству $\{0,\ 1\}$. Ограничения представляются в виде линейных целочисленных уравнений, связывающих буквы из одного и того же столбца (с учетом переносов):

$$
\begin{aligned}
S + M + c3 &= O + 10 \cdot c_4;\\
E + O + c2 &= N + 10 \cdot c_3;\\
N + R + c1 &= E + 10 \cdot c_2;\\
D + E + 0 &= Y + 10 \cdot c_1;\\
\text{alldiff}(S, E, N, D, M, O, R, Y).
\end{aligned}
$$

Последнее ограничение означает, что значения всех букв должны быть различными. Заметим, что во втором и третьем столбцах уравнения выглядят (упрощенно) как $E+O = N$ и $N + R = E$. С учетом соответствующих переносов сумма этих уравнений выглядит следующим образом:

$$O + R + c_1 = 9 \cdot c_2 + 10 \cdot c_3;$$

Эта задача может быть описана различным образом, например, еще и так:

$$
\begin{aligned}
&(D + 10 \cdot N + 100 \cdot E + 1000 \cdot S)+\\
&(E + 10 \cdot R + 100 \cdot O + 1000 \cdot M) = Y + 10 \cdot E + 100 \cdot N + 1000 \cdot O + 10000 \cdot M;\\
&\text{alldiff}(S, E, N, D, M, O, R, Y).
\end{aligned}
$$

Описанный выше процесс удовлетворения ограничений за небольшое число шагов находит следующее решение:

$$S = 9; E = 5; N = 6; D = 7; M = 1; O = 0; R = 8; Y = 2; c_1 = 1; c_2 = 1; c_3 = 0; c_4 = 1.$$

7.2. *Решение теоретико-множественных задач.* Множества являются одним из наиболее интересных для приложений нечисловых типов данных. Впервые понятие недоопределенного множества было предложено в работе [5]. Существует несколько различных способов представления недоопределенного множества, ниже мы используем способ, предложенный в [5].

Недоопределенное множество A представляется тремя компонентами:

$$A =< A^+, A^-, M >,$$

где A^+ — множество элементов, которые точно принадлежат A;

A^- — множество элементов, которые точно не принадлежат A;

M — мощность множества A, представленная недоопределенным целым числом.

Естественно, что количество элементов в A^+ и A^- может только возрастать. Если обозначить через U все потенциальные элементы (универсум) множества A, а через *card (A)* — мощность множества A, то справедливы следующие ограничения:

$$M \geqslant \text{card}(A^+); \quad M \leqslant \text{card}(U) - \text{card}(A^-);$$

$$A^+ \subseteq U; A^- \subseteq U; A^+ \cap A^- = \varnothing;$$

Рассмотрим один простой пример. Предположим, что в универсуме, состоящем из 20 букв (от a до t), имеются 4 множества ($A,\ B,\ C$ и D) со следующими значениями:

имя	элементы, принадлежащие множеству	элементы, не принадлежащие множеству	мощность
A	$\{\ a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ k,\ l,\ p\}$	$\{\ h,\ i\ \}$	
B	$\{\ k,\ l\}$	$\{g,\ h,\ i,\ j\ \}$	
C	$\{c,\ d,\ e,\ f\ \}$	$\{\ a,\ b,\ g\ \}$	
D	$\{\ o,\ p,\ q,\ r,\ s,\ t\ \}$	$\{\ \}$	

Также предположим, что модель состоит из следующих ограничений:

$$C = A \backslash B;\ D \subseteq C;\ \mathrm{card}(A) \leqslant 14;\ \mathrm{card}(B) > 5.$$

После применения к данной Н-модели процесса удовлетворения ограничений, получаем следующий результат:

имя	элементы, принадлежащие множеству	элементы, не принадлежащие множеству	мощ-ность
A	$\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ k,\ l,\ o,\ p,\ q,\ r,\ s,\ t\}$	$\{g,\ h,\ i,\ j,\ m,\ n\}$	*14*
B	$\{a,\ b,\ k,\ l,\ m,\ n\}$	$\{c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h,\ i,\ j,\ o,\ p,\ q,\ r,\ s,\ t\}$	*6*
C	$\{c,\ d,\ e,\ f,\ o,\ p,\ q,\ r,\ s,\ t\}$	$\{a,\ b,\ g,\ h,\ i,\ j,\ k,\ l,\ m,\ n\}$	*10*
D	$\{o,\ p,\ q,\ r,\ s,\ t\}$	$\{a,\ b,\ g,\ h,\ i,\ j,\ k,\ l,\ m,\ n\}$	*[6,10]*

Таким образом, значения множеств $A,\ B$ и C полностью уточнились. Значение множества D уточнилось, но не полностью: при текущих ограничениях остается неясным, принадлежат ли множеству D элементы $c,\ d,\ e$ и f.

7.3. *Решение смешанных задач.* Основное преимущество Н-моделей состоит в том, что они способны решить задачи, которые не могут быть решены никаким другим способом кроме полного перебора, в тех случаях, когда перебор возможен. Это относится в первую очередь к так называемым *смешанным* задачам: когда в модели присутствуют переменные и ограничения самой различной природы (численные, дискретные, множественные, таблицы и т. п.).

Предположим, что к Н-модели из предыдущего раздела добавляются следующие два уравнения, неравенство и логическая импликация над вещественными ($x,\ y$), целым (k) и множествами ($D,\ A,\ C$):

$$x^2 + 6 \cdot x = y - 2^k;$$

$$k \cdot x + 7{,}7 \cdot y = 2{,}4;$$

$$k < 3;$$

$$(x < 2{,}5 \cdot y)\&(D \subset A) \to (k \cdot y \leqslant 3)\&(k > y + 1)\&(C \subseteq D).$$

В такой модели результат будет следующим:

имя	элементы, принадлежащие множеству	элементы, не принадлежащие множеству	мощность
A	$\{a, b, c, d, e, f, k, l, o, p, q, r, s, t\}$	$\{g, h, i, j, m, n\}$	*14*
B	$\{a, b, k, l, m, n\}$	$\{c, d, e, f, g, h, i, j, o, p, q, r, s, t\}$	*6*
C	$\{c, d, e, f, o, p, q, r, s, t\}$	$\{a, b, g, h, i, j, k, l, m, n\}$	*10*
D	$\{c, d, e, f, o, p, q, r, s, t\}$	$\{a, b, g, h, i, j, k, l, m, n\}$	*10*

$$k = 2; \quad x = -0{,}6586; \quad y = 0{,}48261.$$

Важно отметить, что хотя понятие Н-расширения применимо к любой формальной системе, а приведенных выше примеров достаточно, чтобы продемонстрировать возможность использования недоопределенности в отношении самых различных типов данных, пока основной областью приложения остается вычислительная алгебра и интервал в качестве Н-значения для чисел.

8. Роль интервала и другие НЕ-факторы. Введение в недоопределенность было бы неполным, если бы мы не рассмотрели кратко взаимосвязь недоопределенности с комплексом явлений, в определенном смысле ей аналогичных. Поэтому, прежде чем перейти к заключению, мы познакомимся с комплексом явлений, названных *НЕ-факторами*, в число которых входит и недоопределенность, а также выделим из них ту группу факторов, которые так же могут использовать интервал в качестве базового типа данных с внешне сходной, но содержательно достаточно различной семантикой.

8.1. *НЕ-факторы.* Термин НЕ-факторы был предложен автором еще в начале восьмидесятых годов для комплекса свойств, характерных для реальных знаний, но плохо представленных в формальных системах: *неполнота, неточность, недоопределенность, некорректность* и др. [1, 6].

Ввиду своей универсальности, эти свойства играют ключевую роль не только в структуре реальных знаний, но и в приложениях, — в частности, как мы убедились на примере недоопределенности, относящихся к сфере вычислительной математики.

Введение термина НЕ-факторы было связано с попыткой осознать содержание той области исследований, которая охватывает:

— формы знания, плохо поддающиеся формализации традиционными методами, при том, что эта часть знания несравнимо больше, чем хорошо формализуемая;

— различные дефекты знания и

— возможные формы незнания, являющегося неотъемлемой частью любого знания.

Таким образом, НЕ-факторы отнюдь не являются периферией теории знаний, — они играют ключевую роль в развитии всего спектра наук от вычислительной математики до областей знаний, связанных с плохо формализуемыми явлениями и находящихся еще на начальных этапах создания и использования формального аппарата.

В одной из работ я уподобил еще совершенно не разработанный комплекс НЕ-факторов своего рода таблице Менделеева, сочетание элементов которой образует все многообразие элементов системы представления знания в нашей картине мира. При этом привычные свойства традиционных формальных систем, такие как *точность, полнота, определенность, корректность* и др., представляют собой частные случаи соответствующих НЕ-факторов.

Простое сопоставление *недоопределенности* с ее частным компонентом *определенностью* убедительно демонстрирует, что традиционные формальные свойства являются абстракциями, подменяющими реальность ее примитивными аппроксимациями.

Очевидно, что если такая „таблица“ возможна, то для ее появления предстоит еще огромная работа, включающая:

— дифференциацию и до-формальное исследование многообразия НЕ-факторов как ее составных компонентов,

— разработку адекватных аппаратов, обеспечивающих точность отражения естественной прагматики НЕ-факторов в жесткой прагматике соответствующих формальных средств,

— определение структуры всего комплекса НЕ-факторов, законов их сочетания и взаимодействия.

Несколько НЕ-факторов будет очень кратко рассмотрено ниже.

8.2. *Недоопределенность и неточность.* Часть относящихся к НЕ-факторам свойств активно, хотя и недостаточно адекватно, моделируется в инженерии знаний, оставаясь почти неизученными или вообще игнорируемыми в традиционной математике.

К сожалению, трудности проведения сегодня фундаментальных исследований позволили проработать и частично реализовать только три НЕ-фактора: *неточность, недоопределенность* и *неоднозначность* [26–29]. Такой выбор обусловлен сходством формальных представлений этих факторов, которые связываются с использованием *интервала значений*, что упрощает рассмотрение содержательных различий их прагматики.

При этом интервал как пара чисел в контексте системы НЕ-факторов не является содержательным типом данных, — он лишь выступает как компонент таких типов, реализующих различную прагматику в зависимости от природы моделируемого объекта.

Ниже мы обсудим возможность использования интервала в качестве компонента перечисленных выше НЕ-факторов, и убедимся, что интервал может получать совершенно разный смысл при использовании в двух из рассматриваемых НЕ-факторах: неточности и недоопределенности.

— *Неточность*: неточное значение есть величина, которая может быть получена с точностью, не превышающей некоторый порог, определенный природой соответствующего параметра. Очевидно, что практически все оценки реальных вещественных числовых параметров являются неточными и что сама интервальная оценка точности также является неточной, поскольку сам интервал — это неточное значение, задаваемое двумя более точными величинами-границами.

Попытка сделать более точным значение неточной переменной, представляющей некоторый реальный параметр, не имеет смысла. Например, определить глубину реки с точностью до сантиметра или длительность поездки в метро — до наносекунды. Поэтому знак равенства неточных переменных означает „равны в пределах, определяемых точностью указанных переменных и их значений“.

— *Недоопределенность*: мы уже знаем, что недоопределенное значение является оценкой величины, которая в общем случае является по своей природе более точной, чем позволяет установить доступная нам в данный момент информация.

Интервал, представляющий недоопределенное значение, содержит внутри себя значение, остающееся пока известным с точность до данного интервала, который может стягиваться, уточняясь и отражая представляемое значение все с большей определенностью.

Равенство двух недоопределенных переменных с текущими интервальными значениями означает, что новые, уточненные значения этих переменных равны общей части текущих интервалов.

Традиционная математика оперирует определенными и точными значениями, которые в реальных задачах являются исключением, а не правилом, поскольку и неточность и недоопределенность — свойства, присущие всем параметрам реальных объектов. Таким образом, каждая переменная адекватной математической модели должна быть одновременно и неточной и недоопределенной, т. е. обладать способностью уточняться, но до предела, заданного уровнем точности ее области значений.

8.3. *Неоднозначность и нечеткость.* Аппарат недоопределенности позволяет перейти к третьему НЕ-фактору — *неоднозначности*: неоднозначное значение отражает множество альтернатив, оцениваемых неравномерно с точки зрения некоторой конкретной семантики (*возможность, правдоподобие, уверенность, желательность, адекватность* и т. п.). Таким образом, неоднозначное значение параметра А состоит из Н-значения этого параметра, т. е. подмножества его определенных значений, и заданное на нем распределение оценок каждого из этих значений-альтернатив в соответствии со смыслом этого показателя. В частном случае, когда это множество альтернатив упорядочено, оно может быть представлено недоопределенным интервалом.

Очевидно, что НЕ-фактор *неоднозначность* является более сложным, чем используемая в нем *недоопределенность*. Если элементы Н-значения в *недоопределенности* различаются только своим значением и с точки зрения вычислительного процесса равны в качестве участников процедуры стягивания пространства решения, то *неоднозначность* сопоставляет каждому из них ту или иную оценку, а все множество Н-значения поучает таким образом распределение этой оценки.

Естественно, что в неоднозначности распределение и Н-значение (в частном случае, интервал) тесно связаны между собой: стягивание Н-значения (интервала) приводит к корректировке распределения и, наоборот, если распределение принимает значение 0 для каких-либо из элементов Н-значения (например, на конце интервала), то соответствующие элементы (участок интервала) исключаются (интервал сокращается).

Эти изменения множества альтернатив и распределения оценок зависят от поступления новой информации, дополняющей знания о представляемом параметре, причем правила этой трансформации определяются природой (семантикой) отражаемой оценки.

Т.о. прагматика распределения неоднозначности зависит от содержания представляемого реального фактора, принадлежащего широкому спектру различных оценок, в котором можно выделить группы таких оценок, например:

— *адекватность* альтернатив,

— *возможность* | *вероятность* правильного выбора,

— *модальные* оценки альтернатив (их *желательность, допустимость, необходимость* и т. п.).

Иначе говоря, в случае неоднозначности мы имеем дело не с одним НЕ-фактором, а комплексом НЕ-факторов, сходных по форме (недоопределенность и распределение на ней), но могущих значительно различаться по прагматике представляемых ими реальных факторов и соответствующих оценок.

Широко известная *нечеткость (fuzzy)* или *лингвистическая* переменная Л. Заде явно принадлежит этой группе. Однако следует иметь в виду, что концепция нечеткости уже несколько десятилетий распространяется *на всю область* явлений неоднозначности-без уяснения существенных различий в прагматике тех или иных реальных факторов, к которым она применяется, а также связи этой прагматики с конкретной коммуникативной и\или когнитивной ситуацией.

Это свидетельствует о наивности и неадекватности самого теоретического базиса “нечеткого подхода“, что не мешает ему оставаться до сих пор одним из наиболее популярных направлений работ в области искусственного интеллекта.

Для того чтобы представить текущее состояние исследований в обсуждаемой области, остановимся кратко на результатах работ по каждому из рассмотренных выше НЕ-факторов.

— *Недоопределенность*: проработана достаточно основательно (несколько десятков публикаций) в основном для числовых параметров и реализована как базис аппарата Н-вычислений в решателе UniCalc [7–13, 25], а также ряда прикладных технологий на его основе, позволяющих качественно по-новому решать широкий спектр реальных задач. Разработана теория недоопределенных моделей, которая включает не только интервальное представление для вещественных чисел, но и различные Н-представления для многих других типов данных: целые, множества, символьные, многозначные логические и т. п.

— *Неточность*: проведено до-формальное исследование [26, 28], определившее требования к формальному аппарату. Упрощенный тип данных встроен в решатель UniCalc в качестве нестягивающейся интервальной константы.

— *Неоднозначность*: до-формальное исследование только начато [27, 29], но уже обнаружило огромное пространство факторов в когнитивных и коммуникативных процессах, которые требуют использования такого аппарата в соответствующих формальных моделях.

Заключение. Подведем итог сказанному выше. В статье рассмотрена технология Н-моделей, основанная на концепции недоопределенного расширения алгебры и предлагающая принципиально новый подход, обеспечивающий уникальное сочетание возможностей в решении вычислительных задач:

— в одной модели могут использоваться переменные различного типа (вещественные, целые, символьные, логические, и др.);

— число параметров не ограничено числом зависимостей, т. е. модели могут быть как недоопределенными, так и переопределенными;

— коэффициенты отношений (уравнений, неравенств и т. п.) также могут быть недоопределенными;

— нет разделения параметров на входные и выходные: в Н-модели все параметры участвуют в процессе как входные и выходные одновременно;

— начальные приближения не требуются;

— Н-модели позволяют эффективно решать многие задачи, для которых отсутствуют традиционные методы решения.

Т. о. данная технология существенно повышает уровень спецификации проблемы, а также позволяет решать новые классы задач, в том числе и не ограниченные вычислениями. В принципе, подход применим практически к любому формальному аппарату.

Недоопределенные модели имеют широкий спектр приложений и предоставляют принципиально новые возможности для решения задач в таких областях, как вычислительная математика, инженерия знаний, проектирование, планирование и др. Они используются как база в ряде основных проектов, разрабатываемых в РосНИИ искусственного интеллекта:

— UniCalc [7–8] — решение алгебраических задач произвольной сложности,
— INTEGRA.NM (ФинПлан) [9] — электронные таблицы нового поколения,
— Time-EX [10–11]) — календарное планирование на основе неполных данных,
— SemP-TAO [25] — технология создания сложных систем обработки знаний,
— Экономика [12–13] — модель макроэкономики, и некоторые другие проекты.

Опыт применения Н-моделей показал, что они являются не только удобным высокоуровневым средством спецификации задач, но и позволяют организовать вычисления достаточно эффективным способом. Поскольку в основе Н-моделей лежит недетерминированный параллельный вычислительный процесс, эффективность их работы может быть повышена во много раз при реализации на компьютерах с параллельной архитектурой.

Еще одно направление исследований связано с разработкой моделей и систем, обеспечивающих обработку недоопределенной информации в сочетании с неточностью, неоднозначностью и т. п. [26–29].

На самом общем уровне обсуждения приходится признать, что традиционная математика, которая доступна сегодня для формулировки и решения практических задач, весьма далека от адекватности: она оперирует с формальными объектами, которые, как правило, слишком абстрактны и плохо отражают сложную прагматику реальности.

Выделение в этой прагматике тех НЕ-факторов, которые поддаются формализации, позволяет существенным образом дополнить и расширить возможности традиционной математики и систем представления знаний по более естественному отражению реальной модели мира.

Список литературы

1. Нариньяни А. С. Недоопределенность в системах представления и обработки знаний // *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*, 1986. № 5. С. 3–28.

2. Нариньяни А. С. Модель или алгоритм: новая парадигма информационной технологии // Информационные технологии. № 4. 1997.

3. Нариньяни А. С. Телерман В. В., Ушаков Д. М., Швецов И. Е. Программирование в ограничениях и недоопределенные модели // Информационные технологии. № 7. 1998.

4. Нариньяни А. С. НЕ-факторы: краткое введение // Новости ИИ. 2004. № 2.

5. Нариньяни А. С. Недоопределенные множества — новый тип данных для представления знаний. Новосибирск, 1980. (*Препр./АН СССР. Сиб. отд-ние. ВЦ; № 232*).

6. Нариньяни А. С. Недоопределенные модели и операции с недоопределенными значениями. Новосибирск, 1982. (*Препр./ АН СССР. Сиб. отд-ние ВЦ; № 400*).

7. Дмитриев В. Е. UniCalc — интеллектуальный решатель систем алгебраических уравнений и неравенств // Искусственный интеллект-90: Тр. 12 Всесоюзной конференции. Минск, 1990.

8. Semenov A. L., Leshchenko A. S. Interval and Symbolic Computations in the UniCalc Solver // *Inter. Conf. on Interval and Computer-Algebraic Methods in Science and Engineering (INTERVAL-94):* Abstracts. St-Petersburg, Russia, 1994. P. 206–208.

9. Shvetsov I., Kornienko V., Preis S. Interval spreadsheet for problems of financial planning. PACT‘97, England, London, April 1997.

10. Борде С. Б. Time-EX — интеллектуальная система планирования времени // Интеллектуальные системы в машиностроении: Тез. Докл. Всесоюз. Научно-тех. конф. Секция: Интеллектуальные производственные системы. Самара, 1991. Ч. 1. С. 79–81.

11. Банасюкевич Д. В., Гофман И. Д., Инишев Д. А., Нариньяни А. С. Интеллектуальная технология недоопределенного планирования и управления проектами Time-EX // Труды II-ой международной конференции CSCMP-2000, Самара, 2000.

12. Юртаев А. В. Недоопределенные модели — нетрадиционный подход к математическим исследованиям экономики // Информационные технологии. 1999. N 4. С. 36–41.

13. Напреенко В. Г., Нариньяни А. С., и др. Моделирование национальной экономики с использованием аппарата недоопределенных моделей // В сборнике „Проблемы управления и моделирования в сложных системах“. Труды II Международной конференции. Самарский научный центр РАН, Самара 2000.

14. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987.

15. Montanari U. Networks of Constraints: Fundamental Properties and Applications to Picture Processing // *Inform. Sci.* V. 7, 1974. P. 95–132.

16. Нариньяни А. С. Модель или алгоритм: новая парадигма информационной технологии // Информационные технологии, 1997. № 4.

17. Colmerauer A. An introduction to Prolog III // *Communications of the ACM*, N 33 (7). July 1990. P. 69–90.

18. Jaffar J., Michayov S., Stuckey P., Yap R. The CLP(R) language and system // *ACM Transactions on Programming Languages and Systems.* N 14 (3), July 1992. P. 339–395.

19. Benhamou F., Older W.J. Applying Interval Arithmetic to Real, Integer and Boolean Constraints // *Journal of Logic Programming*, 32 (1), 1997. P. 1–24.

20. Diaz D., Codognet P. A minimal extension of the WAM for clp (FD) // *Proceedings of the 10th International Conference on Logic Programming*, 1993. P. 774–790.

21. Van Hentenryck P. Constraint Satisfaction in Logic Programming. *Logic Programming Series.* MIT Press, Cambridge, MA, 1989.

22. Puget J.-F. A C++ Implementation of CLP. *Tech. Report*, Ilog, January 1994.

23. Benhamou F., McAllester D., Van Hentenryck P. CLP(Intervals) Revisited // *Proceedings of ILPS'94*, Ithaca, NY, 1994. P. 124–138.

24. Телерман В. В., Ушаков Д. М. Недоопределенные модели: формализация подхода и перспективы развития // *Проблемы представления и обработки не полностью определенных знаний*, сб. трудов РосНИИ Искусственного Интеллекта / ред. И. Е. Швецов, Москва–Новосибирск. 1996. С. 7–30.

25. Загорулько Ю. А., Попов И. Г. Представление знаний в интегрированной технологической среде Semp-TAO // *Проблемы представления и обработки не полностью определенных знаний*, сб. трудов РосНИИ Искусственного Интеллекта / ред. И. Е. Швецов, Москва–Новосибирск. 1996. С. 59–74.

26. Нариньяни А. С. Неточность как НЕ-фактор. Попытка доформального анализа. Новосибирск, 1994. (Препр./Рос. НИИ ИИ; 2).

27. Нариньяни А. С. Неоднозначность и ее функции в процессе коммуникации // Сб. Труды нац. конф. по искусственному интеллекту КИИ'96, окт. 1996. Казань, 1996.

28. Нариньяни А. С. НЕ-ФАКТОРЫ: Неточность и Недоопределенность — различие и взаимосвязь // Изв. РАН, Теор. и сист. упр. 2000.- №. 5. С. 44–56.

29. Нариньяни А. С. НЕ-факторы: неоднозначность (до-формальное исследование) // Новости искусственного интеллекта. 2003. № 5–6.

30. Нариньяни А. С. Метатехнология Н-приложений. Научная сессия МИФИ-2005. Сборник научных трудов, Москва, 2005.

31. Напреенко В. Г., Нариньяни А. С., Айгазин Ж. Ж. Компьютерная модель управления национальной экономикой на примере Республики Казахстан // Труды VII-й международной конференции „Проблемы управления и моделирования в сложных системах“ Самара: Самарский Научный Центр РАН, 2005, с. 233–238

32. Напреенко В. Г., Нариньяни А. С., Смирнов Е. П. Моделирование региональной экономики: новый уровень качества и безопасности Финансы. Экономика, Безопасность. 2005. № 4, С. 33–38.

Александр Семенович Нариньяни (02.11.1937 — 26.04.2010) — один из ведущих советских и российских ученых в области искусственного интеллекта, действительный член Российской Академии Естественных Наук, вице-президент Советской и Российской ассоциации искусственного интеллекта, автор более 200 научных работ.

А. С. Нариньяни в 1963 г. окончил Московский инженерно-физический институт. С 1964 г. по 1988 г. работал в Вычислительном Центре СО АН СССР, где в 1971 г. под руководством академика А. П. Ершова защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему „Асинхронные вычислительные процессы над памятью“. В 1972 г. А. С. Нариньяни обратился к новому направлению исследований — искусственному интеллекту. В 1973 г. в ВЦ СО АН СССР под его руководством была создана научно-исследовательская группа по искусственному интеллекту, преобразованная в 1978 г. в лабораторию. С 1988 г. — генеральный директор государственной научной фирмы „Интеллектуальные Технологии“ (Москва — Новосибирск). С 1992 г. по 2002 г. возглавлял созданный по его инициативе Российский НИИ искусственного интеллекта в Москве. С 2003 г. — генеральный директор фирмы „ИнтеллиТек“.

Область научных интересов А. С. Нариньяни была весьма обширной — параллельные вычисления, представление знаний, интеллектуальные технологии, компьютерная лингвистика, программирование в ограничениях. В каждой из этих областей он оставил заметный след.

А. С. Нариньяни открыл такое явление в представлении знаний как НЕ-факторы и подробно его исследовал, уделив особое внимание одному из наиболее важных с практической точки зрения НЕ-факторов — недоопределенности. На его основе построен новый математический аппарат — недоопределенные модели

(Н-модели), которые позволяют обрабатывать неточные (определенные с заданной погрешностью) и недоопределенные (заданные приблизительно областью возможных значений) значения параметров задачи. Для реализации Н-моделей А. С. Нариньяни предложил универсальный вычислительный алгоритм, который позволяет применять данный подход к самым различным классам задач. А. С. Нариньяни уделял большое внимание применению Н-моделей для решения практических задач. В 1990–2000-х гг. на основе этого аппарата был создан ряд прикладных и инструментальных систем для решения задач в области инженерных расчетов, финансов, календарного планирования и др.

Alexander Semenovich Narinyani (02.11.1937–26.04.2010) is one of the leading Soviet and Russian scientists in the field of artificial intelligence, a full member of the Russian Academy of Natural Sciences, a vice president of the Soviet and Russian Association of Artificial Intelligence, the author of more than 200 scientific papers.

In 1963 he graduated from the Moscow Engineering Physics Institute. From 1964 to 1988 he worked at the Computing Center of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences, where in 1971, under the guidance of Academician A. P. Ershova defended his thesis for the degree of candidate of physical and mathematical sciences on the theme „Asynchronous computing processes over memory.“ In 1972 A. S. Narinyani turned to a new direction of research — artificial intelligence. In 1973, in the Computing Center SB RAS under his leadership was established research group on artificial intelligence, transformed in 1978 into a laboratory. Since 1988 he was General Director of the state scientific firm „Intellectual Technologies“ (Moscow–Novosibirsk). From 1992 to 2002 he headed the Russian Scientific Research Institute of Artificial Intelligence, created on his initiative in Moscow. Since 2003 he was General Director of the firm „Intellect“.

Area of scientific interests of A. S. Narinyani was very wide —parallel computing, knowledge representation, intelligent technologies, computer linguistics, and constraintprogramming. In each of these areas, he made a significant contribution.

A. S. Narinyani discovered such phenomenon in the knowledge representation as NE-factors, and studied it in detail, paying particular attention to one of the most important from the practical point of view NE-factors — Subdefiniteness. On its basis a new mathematical apparatus was built which was names Subdefinite models (S-models). S-models allow processing inaccurate (defined with a given error) and underdefined (given approximately the range of possible values) values of task parameters. To realize the S-models A. S. Narinyani proposed a universal computational algorithm that makes it possible to apply this approach to the most diverse classes of problems. A. S. Narinyani paid much attention to the use of S-models for solving practical problems. In the 1990–2000's on the basis of this apparatus a number of applied and instrumental systems was created to solve problems in the field of engineering calculations, finance, scheduling, etc.

Дата поступления — 10.06.2018