OPTIMIZING THE DYNAMICS OF THE HOSPITAL NETWORK TAKING INTO ACCOUNT THE ERRORS OF OBSERVATION RESULTS

E. V. Proydakova, M. A. Fedotkin

Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod (UNN)
603950, Nizhnij Novgorod, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-38-48

In Russia, over the past few years, there has been a tendency for an increase in the number of elderly citizens and the incidence of this category of persons. The situation that has arisen requires an increase in the efficiency of the existing system of medical institutions for each specific subject in the context of limited financial and other resources in health care. This task cannot be solved without an analytical study aimed at economic optimization of costs in each medical institution and in the network of medical institutions of the subject as a whole.

In this paper, we use a representation of the process of functioning of a network of medical institutions in the form of a control cybernetic system. The authors, using the cybernetic approach, have synthesized a mathematical model of the functioning of a typical medical institution of the network in the form of a control system. The created mathematical model allows for a single measurement with a given accuracy to generate the values of the main indicators of the work of a medical institution during each reporting period and, thus, to obtain additional statistics of any final volume for these indicators.

The data obtained using the constructed model can be used to study the quality and dynamics of the functioning of a medical institution. And also to study the influence of erroneous information on the performance indicators of the functioning of the network of medical institutions of the subject. In this work, on the basis of the additional statistics obtained, a solution to the problem of determining the mechanism for the optimal distribution of resources between medical institutions of a network of a particular subject is proposed, using the example of Nizhny Novgorod.

Key words: cybernetic control system, functioning of a medical institution, basic indicators, measurement accuracy, realization of a random variable, sample values, optimization.

References

1. Fedotkin M. A. Netradicionnye problemy matematicheskogo modelirovaniya eksperimentov. M.: FIZMATLIT. 2018.

2. Fedotkin M. A., Projdakova E. V., Edeleva A. N. Matematicheskie i instrumental'nye metody postroeniya modeli ekonomiki funkcionirovaniya bol'nicy // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. Seriya: Social'nye nauki. 2019, N 4(56). S. 54–64.

3. Fedotkin M. A., Projdakova E. V., Edeleva A. N. Matematicheskie i instrumental'nye metody postroeniya modeli ekonomiki funkcionirovaniya bol'nicy // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. Seriya: Social'nye nauki. 2020, N 2(58). S. 55–65.

This work was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research (No. 18-413-520005).

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТИ БОЛЬНИЦ С УЧЕТОМ ОШИБОК РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

Е. В. Пройдакова, М. А. Федоткин

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия

УДК 330.46; 519.71; 519.213
DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-38-48

В России за последние несколько лет наблюдается тенденция роста числа престарелых граждан и заболеваемости данной категории лиц. Возникшая ситуация требует повышения эффективности работы существующей системы медицинских учреждений для каждого конкретного субъекта в условиях ограничения финансовых и других ресурсов в здравоохранении. Указанную задачу невозможно решить без аналитического исследования, направленного на экономическую оптимизацию расходов в каждом медицинском учреждении и в сети медицинских учреждений субъекта в целом. В данной работе используется представление процесса функционирования сети медицинских учреждений в виде управляющей кибернетической системы. Авторами, с использованием кибернетического подхода, проведен синтез математической модели функционирования типового медицинского учреждения сети в виде управляющей системы.
Созданная математическая модель позволяет по единственному измерению с заданной точностью генерировать значения основных показателей работы медицинского учреждения в течении каждого отчетного периода и, таким образом, получать дополнительную статистику любого конечного объема по этим показателям. Полученные с помощью построенной модели данные можно использовать для изучения качества и динамики функционирования медицинского учреждения. А также для исследования влияния ошибочной информации на показатели эффективности функционирования сети медицинских учреждений субъекта. В работе на основании полученной дополнительной статистики предлагается решение задачи определения механизма оптимального распределения ресурсов между медицинскими учреждениями сети конкретного субъекта на примере Нижнего Новгорода.

Ключевые слова: кибернетическая управляющая система, функционирование медицинского учреждения, основные показатели, точность измерения, реализация случайной величины, выборочные значения, оптимизация.

Введение. В работах [1–3] предлагается метод построения и изучения математических моделей разного рода систем и процессов управления на основе кибернетического подхода Ляпунова–Яблонского. В данной статье, которая является непосредственным продолжением перечисленных работ, осуществляется синтез математической модели функционирования медицинского учреждения в виде управляющей кибернетической системы, а также проводится аналитический и численный анализ его деятельности с учетом ошибок результатов наблюдений. Кибернетический подход позволяет по единственному измерению

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-413-520005)

основных показателей результатов работы конкретного медицинского учреждения в течение каждого отчетного года получить дополнительную статистику по основным показателям любого конечного объема. С использованием дополнительной статистики изучены качество и динамика функционирования медицинского учреждения. В настоящей работе также предложено обоснование выбора критериев эффективности деятельности сети из упомянутых медицинских учреждений, что позволяет решить задачу оптимизации распределения ресурсов внутри конкретной сети медицинских учреждений.

1. Построение математической модели. Обозначим через символ t номер отчетного года из множества $T \in \{1, 2, \ldots, k\}$ дискретного функционирования типовой больницы M_j с номером j из множества $J \in \{1, 2, \ldots, n\}$. В этих обозначениях длительность всего периода наблюдений за работой сети из n больниц равна k. Администрация медицинского регионального подразделения и администрация каждого медицинского учреждения M_j в течение каждого отчетного года t выбирает так называемое нормативное управление $u(t)$ из некоторого множества R. Нормативное управление $u = u(t)$ однозначно определяет для типового медицинского учреждения M_j в течение отчетного года t количество $x_j^{(u)}(t)$ используемых коек и точность $\varepsilon = \varepsilon(t)$ измерений всех параметров и результатов работы сети. Для точности измерений справедливо естественное ограничение $0 < \varepsilon(t) < 1$. По итогам работы больницы M_j в отчетном году t и при использовании $x_j^{(u)}(t)$ коек фиксируется лишь единственное наблюдение как фактических значений различных m статей финансовых затрат $A_{1,j}^{(u)}(t), A_{2,j}^{(u)}(t), \ldots, A_{m,j}^{(u)}(t)$, так и фактических значений количества $Q_j^{(u)}(t)$ пролеченных больных, количества $G_j^{(u)}(t)$ умерших, число $L_j^{(u)}(t)$ койко-дней. Наименование всех статей затрат приведено в работе [2]. В частности, статья $A_{m,j}^{(u)}(t)$ играет важную роль, так как определяет суммарный объем финансирования расходов по всем статьям затрат больницы с номером j в отчетном году t. На основе только одного измерения указанных показателей трудно оценить работу сети из n отделений ее сестринского ухода и тем самым решить задачу оптимизации процесса медицинского обслуживания. Поэтому необходимо разработать методику получения выборочной статистики заданного объема для величины стоимости статей затрат, для числа пролеченных больных, для числа умерших больных и для количества койко-дней.

Для решения этой проблемы в [2, 3] при нормативном управлении $u = u(t) \in R$, при заданной точности $\varepsilon = \varepsilon(t)$ для медицинского учреждения M_j за каждый отчетный год t предложены алгоритм построения и метод изучения следующих нормально распределенных случайных величин: a) стоимости $A_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ затрат статьи с номером $i \in I = \{1, 2, \ldots, m\}$; b) количества $Q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ пролеченных больных; c) количества $G_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ умерших больных; d) числа $L_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ койко-дней. Здесь действительное число ω является значением или реализацией случайной величины ξ с равномерным законом распределения на отрезке $[0, 1]$. Генерируя множество значений случайной величины ξ, можно получить выборку заданного объема для стоимости статей затрат, для числа пролеченных больных, для числа умерших больных и для количества койко-дней.

Для целесообразного распределения материальных и финансовых средств между медицинскими учреждениями сети в течение каждого отчетного года $t \in T = \{1, 2, \ldots, k\}$ необходимо выбирать управление $r(t) \in R$. Управление $r(t)$ существенно влияет на основные параметры и показатели функционирования сети медицинского обслуживания, например, оно однозначно определяет количество $x_j^{(r)}(t)$ используемых коек медицинским учреждением M_j в отчетном году t. Обозначим через символ $[x]$ ближайшее целое число к действительному числу x. Тогда при управлении $r = r(t)$ и при заданном значении $\omega \in [0, 1]$ соотношение (1) позволяет вычислить с заданной точностью ε значения $A_{i,j}^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$ каждой статьи затрат, значения $Q_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$ количества пролеченных больных, значения $G_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$ количества умерших и значения $L_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$ числа койко-дней для медицинского учреждения M_j за отчетный год t.

$$
\begin{aligned}
A_{i,j}^{(r;\varepsilon)}(\omega; t) &= A_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) x_j^{(r)}(t)/x_j^{(u)}(t),\\
Q_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t) &= [Q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) x_j^{(r)}(t)/x_j^{(u)}(t)],\\
G_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t) &= [G_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) x_j^{(r)}(t)/x_j^{(u)}(t)],\\
L_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t) &= [L_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) x_j^{(r)}(t)/x_j^{(u)}(t)].
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В частности, в работах [2, 3] по формулам (1) при $r(t) = u(t)$ и при различных значениях параметров $\varepsilon = \varepsilon(t)$ и ω выполнены вычисления характеристик $A_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $Q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $G_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $L_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ и изучены их свойства. Обозначим при фиксированных значениях параметров ε и ω через символы $a_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ постоянные величины, которые определяются из соотношений (2).

$$
\begin{aligned}
a_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) &= A_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)/x_j^{(u)}(t),\\
q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) &= Q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)/x_j^{(u)}(t),\\
g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) &= G_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)/x_j^{(u)}(t),\\
l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) &= L_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)/x_j^{(u)}(t).
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Для больницы M_j постоянные величины или нормативные коэффициенты вида $a_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$, $g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ и $l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t)$ в расчете на одну койку являются плотностью стоимости затрат статьи с номером i, плотностью числа пролеченных больных, плотностью количества умерших больных и, соответственно, плотностью величины койкодней. Управление $r(t)$ однозначно определяет количество $x_j^{(r)}(t)$ используемых коек медицинским учреждением M_j в каждом отчетном году t. Поэтому в дальнейшем при постановке и решении проблемы оптимизации работы медицинской сети под математическим описанием управления $r(t)$ будем понимать целочисленный n-мерный вектор $x^{(r)}(t) = (x_1^{(r)}(t), x_2^{(r)}(t), \ldots, x_n^{(r)}(t))$ из заданной области $X^{(n)}(t)$. Ради простоты записи, исключая случай $r(t) = u(t)$, будем опускать символ r для верхних индексов и писать управление $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ вместо управления $x^{(r)}(t) = (x_1^{(r)}(t), x_2^{(r)}(t), \ldots, x_n^{(r)}(t))$. В силу этого величины $A_{i,j}^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$, $Q_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$, $G_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$ и $L_j^{(r;\varepsilon)}(\omega; t)$ будем теперь обозначать через $A_{i,j}^{(\varepsilon)}(\omega; t)$, $Q_j^{(\varepsilon)}(\omega; t)$, $G_j^{(\varepsilon)}(\omega; t)$ и $L_j^{(\varepsilon)}(\omega; t)$. Используя соотношения (1) и (2), указанные величины будем теперь вычислять с помощью более простого соотношения (3).

$$
\begin{aligned}
A_{i,j}^{(\varepsilon)}(\omega; t) &= a_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) x_j(t),\\
Q_j^{(\varepsilon)}(\omega; t) &= [q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega; t) x_j(t)],
\end{aligned}
\tag{3}
$$

$$G_j^{(\varepsilon)}(\omega;t) = [g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t)],$$
$$L_j^{(\varepsilon)}(\omega;t) = [l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t)].$$

Перейдем непосредственно к определению области $X^{(n)}(t)$ или системы ограничений на управляющие переменные $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$. Эта система включает следующие типы ограничений.

1. Ограничения на количество $x_j(t)$ коек по больнице M_j:

$$x_{j,min}(t) \leqslant x_j(t) \leqslant x_{j,max}(t), j = 1, 2, \ldots, n, \tag{4}$$

где величины $x_{j,min}(t)$ и $x_{j,max}(t)$ определяют минимально возможное число коек и максимально возможное число коек для медицинского учреждения M_j с номером j. Эти величины для отчетного года t задаются условиями функционирования сети из n медицинских учреждений. Если $x_{j,}(t)$ — резерв коек медицинского учреждения с номером j, который является известной величиной в отчетном году t, то $x_{j,max}(t) \leqslant x_{j,}(t)$, $x_{j,min}(t) \geqslant 0$.

2. Ограничение на общее количество коек по сети:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j(t) \leqslant (\sum_{j=1}^{n} x_j(t))_{max}, \tag{5}$$

где величина $(\sum_{j=1}^{n} x_j(t))_{max}$ характеризует максимально возможное число коек сети медицинских учреждений и задается условиями функционирования всех медицинских учреждений в отчетном году t. Непосредственно из (4) следует соотношение: $\sum_{j=1}^{n} x_j(t) \leqslant \sum_{j=1}^{n} x_{j,max}(t)$. Если $(\sum_{j=1}^{n} x_j(t))_{max} = \sum_{j=1}^{n} x_{j,max}(t)$, то условие (5) непосредственно следует из (4) и его можно не требовать.

3. Ограничения на общее число пролеченных больных по сети:

$$\sum_{j=1}^{n} Q^{(u;\varepsilon)}(\omega;t) \leqslant \sum_{j=1}^{n} q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t) \leqslant (\sum_{j=1}^{n} q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t))_{max}, \tag{6}$$

где величины $\sum_{j=1}^{n} Q^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ и $(\sum_{j=1}^{n} q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t))_{max}$ определяют по всем медицинским учреждениям в отчетном году t фактическое число пролеченных больных и, соответственно, максимально возможное число пролеченных больных. Величина $(\sum_{j=1}^{n} q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t))_{max} \leqslant (\sum_{j=1}^{n} x_j(t))_{max} \times 365$ определяется условиями функционирования всех медицинских учреждений в отчетном году t. Например, если верно равенство $(\sum_{j=1}^{n} x_j(t))_{max} = 225$, то $(\sum_{j=1}^{n} q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t))_{max} \leqslant 225 \times 365 = 82125$. Величины $q_1^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $q_2^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $\ldots$, $q_n^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ являются исходной информацией или нормативными коэффициентами первого типа для статической оптимизационной модели. Величина $q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ характеризует профессиональные и организационные особенности медицинского учреждения с номером j в отчетном году t по восстановлению здоровья больных.

4. Ограничение на общее количество умерших больных по сети:

$$\sum_{j=1}^{n} g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t) \leqslant G_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t), \tag{7}$$

где величины $g_1^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $g_2^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $\ldots$, $g_n^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ также являются исходной информацией или нормативными коэффициентами второго типа для статической оптимизационной модели. Величина $g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ характеризует профессиональные и организационные особенности медицинского учреждения с номером j в отчетном году t в критических случаях состояния больных.

5. Ограничение на общее количество койко-дней по сети:

$$\sum_{j=1}^{n} l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t) \leqslant (\sum_{j=1}^{n} x_j(t))_{max} \times 365, \tag{8}$$

где величины $l_1^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $l_2^{(u;\varepsilon)}(\omega;t), \ldots, l_n^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ являются исходной информацией или нормативными коэффициентами третьего типа для статической оптимизационной модели. Величина $l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ также характеризует профессиональные и организационные свойства загруженности медицинского учреждения с номером j в отчетном году t.

6. Если число m определяет общее количество статей затрат каждого медицинского учреждения, то ограничения по стоимости каждой статьи затрат с номером i в каждом отчетном году всеми медицинскими учреждениями можно записать в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} a_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t) \leqslant A_{i,plan}(t), i = 1, 2, \ldots, m. \tag{9}$$

В соотношении (9) величина $A_{i,plan}(t)$ определяет в отчетном году плановые затраты всех медицинских учреждений по статье с номером i. При фиксированных $i = 1, 2, \ldots, m$ и $j = 1, 2, \ldots, n$ величина $a_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ является исходной информацией или нормативным коэффициентом четвертого типа для статической оптимизационной модели. Величина $a_{i,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ характеризует профессиональные и организационные особенности финансовых затрат по статье с номером i для больницы с номером j в отчетном году t. При этом суммарный объем $A_m^{(\varepsilon)}(\omega;t)$ финансовых расходов по всем статьям затрат n сети медицинских учреждений в отчетном году t вычисляется с помощью формулы вида $A_m^{(\varepsilon)}(\omega;t) = \sum_{j=1}^{n} a_{m,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t)$. В приведенных выше ограничениях с использованием управляющих переменных $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$ и нормативных коэффициентов $q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $a_{m,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$ приводятся формулы для вычисления основных показателей $Q^{(\varepsilon)}(\omega;t)$, $G^{(\varepsilon)}(\omega;t))$, $L^{(\varepsilon)}(\omega;t)$, $A_m^{(\varepsilon)}(\omega;t)$ эффективности работы сети медицинских учреждений. Следовательно, эти показатели можно приближенно найти с помощью следующих линейных функций:

$$Q^{(\varepsilon)}(\omega;t) \approx q^{(\varepsilon)}(\omega;x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t)) = \sum_{j=1}^{n} q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t),$$

$$G^{(\varepsilon)}(\omega;t) \approx g^{(\varepsilon)}(\omega;x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t)) = \sum_{j=1}^{n} g_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t), \tag{10}$$

$$L^{(\varepsilon)}(\omega;t) \approx l^{(\varepsilon)}(\omega;x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t)) = \sum_{j=1}^{n} l_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)x_j(t),$$

$$A_m^{(\varepsilon)}(\omega;t) \approx a^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) = \sum_{j=1}^{n} a_{m,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t) x_j(t).$$

Таким образом можно считать, что для сети из n больниц линейные функции $q^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$, $g^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$, $l^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ и $a^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ отвечают за количество пролеченных больных, за количество умерших больных, за количество койко-дней и за суммарный объем финансовых затрат соответственно. Для семейства линейных функций $q^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$, $g^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$, $l^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ и $a^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ можно ставить и решать различные оптимизационные многокритериальные задачи, которые зависят от физического смысла целевых показателей. Например, будем находить такое распределение $x_1^*(t)$, $x_2^*(t), \ldots, x_n^*(t)$ коек по медицинским учреждениям, для которого выполняется хотя бы одно из следующих условий оптимальности:

$$q^{(\varepsilon)}(\omega; x_1^*(t), x_2^*(t), \ldots, x_n^*(t)) =$$
$$= max\left\{q^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) : (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) \in X^{(n)}(t)\right\},$$

$$g^{(\varepsilon)}(\omega; x_1^*(t), x_2^*(t), \ldots, x_n^*(t)) =$$
$$= min\left\{g^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) : (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) \in X^{(n)}(t)\right\}.$$

Желательно найти такое распределение $x_1^*(t)$, $x_2^*(t)$, $\ldots, x_n^*(t)$ коек, которое обеспечивает за отчетный год для всей сети отделений сестринского ухода максимальное число пролеченных больных и минимальное количество умерших. Такое распределение коек назовем оптимальным. Построенная статическая оптимизационная многокритериальная модель распределения числа коек по медицинским учреждениям в каждом году t определяется соотношениями (4–10) и условиями оптимальности. Эти соотношения и условия содержат n управляющих переменных $x_1(t)$, $x_2(t)$, $\ldots, x_n(t)$ и в общем случае не более $(2n+m+5)$ линейных независимых ограничений.

2. Оптимизация распределения коек. Известно, что одним из наиболее важных критериев функционирования сети из медицинских учреждений является количество пролеченных больных. Рассмотрим однокритериальную оптимизационную модель распределения числа коек по медицинским учреждениям в каждом отчетном году $t = 1, 2, \ldots, k$ с учетом ошибок измерений фактических показателей. Для определения и анализа оптимальных значений $x_1^*(t)$, $x_2^*(t), \ldots, x_n^*(t)$ управляющих переменных в отчетном году только по условию максимума пролеченных больных необходимо при фиксированных значениях параметров ε и ω знать исходную информацию в виде значений величин

$A_{1,j}^{(u)}(t)$, $A_{2,j}^{(u)}(t), \ldots, A_{m,j}^{(u)}(t)$, $Q_j^{(u)}(t)$, $G_j^{(u)}(t)$, $L_j^{(u)}(t)$, $A_{1,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $A_{2,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t), \ldots, A_{m,j}^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $Q_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $G_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$, $L_j^{(u;\varepsilon)}(\omega;t)$. В этом случае однокритериальная оптимизационная модель распределения числа коек по медицинским учреждениям в отчетном году t определяется соотношениями (4) — (9) и равенством:

$$q^{(\varepsilon)}(\omega; x_1^*(t), x_2^*(t), \ldots, x_n^*(t)) =$$

$$= max\left\{q^{(\varepsilon)}(\omega; x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) : (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) \in X^{(n)}(t)\right\}.$$

Расчет оптимальных значений $x_1^*(t), x_2^*(t), \ldots, x_n^*(t)$ управляющих переменных проводился с использованием программы Microsoft Excel на основе данных [1] о функционировании за период с 2007 по 2015 годы ($t = 1, \ldots, 9$) сети из пяти медицинских учреждений

Таблица 1

Оптимизационная задача на фактических данных

Больница	№ 34	№ 24	№ 14	№ 11	№ 37
$x_j^*(t)$	93	10	53	38	42
$a_j(t)$	223599,43	296975,85	376255,98	297359,12	394013,12
$q_j(t)$	10,86	8,58	14,58	8,70	12,24
$l_j(t)$	302,92	309,06	318,24	333,12	300,12
$g_j(t)$	0,16	0,06	0,14	1,00	0,40

Таблица 2

Оптимизационная задача на сгенерированных данных при $\varepsilon = 0{,}01$

Больница	№ 34	№ 24	№ 14	№ 11	№ 37
$x_j^*(t)$	95	5	53	37	44
$a_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	223547,81	296907,30	376169,12	297290,47	393922,16
$q_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	10,86	8,58	14,58	8,70	12,24
$l_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	302,85	308,99	318,17	333,04	300,05
$g_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	0,16	0,06	0,14	1,00	0,40

Таблица 3

Оптимизационная задача на сгенерированных данных при $\varepsilon = 0{,}1$

Больница	№ 34	№ 24	№ 14	№ 11	№ 37
$x_j^*(t)$	88	9	50	36	41
$a_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	234787,11	311834,89	395081,75	312237,33	413727,36
$q_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	11,40	9,01	15,31	9,14	12,85
$l_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	318,08	324,52	334,16	349,79	315,14
$g_j^{(u,\varepsilon)}(\omega,t)$	0,17	0,06	0,15	1,05	0,42

$(j = 1, \ldots, 5)$ Нижнего Новгорода. При этом $m = 25$, $n = 5$ и $k = 9$. При расчетах фактическое распределение коек для больниц за каждый период t определялось набором $x_1^{(u)}(t) = x_2^{(u)}(t) = x_3^{(u)}(t) = x_4^{(u)}(t) = 50$ и $x_5^{(u)}(t) = 25$. В качестве примера ниже приведено решение оптимизационной задачи по критерию максимума пролеченных больных по данным за 2015 год.

Из табл. 1 следует, что при фактических данных оптимальные значения равны: $x_1^*(t) = 93, x_2^*(t) = 10, x_3^*(t) = 53, x_4^*(t) = 38, x_5^*(t) = 42$. Значения, полученные в результате применения метода генерации новой статистики по нормальному закону при $\varepsilon = 0{,}01$ и одной реализации ω, представлены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что по новой статистике оптимальные значения изменились, но в целом не существенно: $x_1^*(t) = 95, x_2^*(t) = 5, x_3^*(t) = 53, x_4^*(t) = 37, x_5^*(t) = 44$. Значения, полученные в результате применения метода генерации новой статистики по нормальному закону при $\varepsilon = 0{,}1$ и одной реализации ω представлены в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что оптимальные значения, вычисленные по новой статистике при $\varepsilon = 0{,}1$ изменились существеннее, чем в предыдущем случае (при $\varepsilon = 0{,}01$): $x_1^*(t) = 88, x_2^*(t) = 9, x_3^*(t) = 50, x_4^*(t) = 36, x_5^*(t) = 41$.

Заключение. Можно сделать вывод, что точность измерения ε существенно влияет на полученные оптимальные значения распределения коек в сети медицинских учреждений. Причем, судя по полученным данным, это влияние не является линейным. Например, если при $\varepsilon = 0{,}01$ (табл. 2) оптимальное распределение коек отличалось от полученного по фактическим данным за 2015, (табл. 1) по четырем больницам, а для одной больницы из четырех ($j = 2$) наблюдаемое значение отличалось существенно: в два раза. То при $\varepsilon = 0{,}1$ (табл. 3) значения оптимального распределения коек отличались от фактического уже по всем больницам сети, но такой существенной разницы, как при $\varepsilon = 0{,}01$ и $j = 2$, не наблюдалось ни для одной больницы.

Список литературы

1. Федоткин М. А. Нетрадиционные проблемы математического моделирования экспериментов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2018.

2. Федоткин М. А., Пройдакова Е. В., Эделева А. Н. Математические и инструментальные методы построения модели экономики функционирования больницы // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2019, № 4(56). С. 54–64.

3. Федоткин М. А., Пройдакова Е. В., Эделева А. Н. Математические и инструментальные методы построения модели экономики функционирования больницы // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2020, № 2(58). С. 55–65.

Пройдакова Е. В. — тел. +79308003435; e-mail: `ekaterina.projdakova@itmm.unn.ru`. Родилась 11 сентября 1980 года в г. Горьком. В 2002 закончила с отличием Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского.

В 2008 году присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук, научный руководитель диссертации — Федоткин Михаил Андреевич.

С 2012 года и по настоящее время работает в Нижегородском государственном университете (ННГУ) им. Н.И. Лобачевского. Осуществляет педагогическую деятельность в Институте информационных технологий математики и механики (ИИТММ) и Институте биологии и биомедицины (ИББМ). Читает лекции по дисциплинам: „Теория вероятностей и математическая статистика“, „Математическая статистика“, „Теория вероятностей“, „Системы массового обслуживания“, „Теория управляющих систем“.

В 2018 году Пройдакова Е. В. было присвоено ученое звание доцента по специальности 05.13.18 „Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ“.

Область научных интересов Пройдаковой Е. В: построение математических моделей сложных систем, использование методов теории вероятностей, математической статистики и имитационного моделирования для исследования построенных моделей и оптимизации реальных систем.

Имеет более 30 публикаций, в том числе учебных изданий и научных трудов. Получено 2 авторских свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ. С 2018 года Пройдакова Е. В. является ведущим исполнителем по гранту Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) № 18-413-520005.

В настоящее время Е. В. Пройдакова занимает должность доцента кафедры Программной инженерии Института информационных технологий математики и механики ННГУ.

Proydakova Ekaterina Vadimovna was born on September 11, 1980 in the city of Gorky. In 2002 she graduated with honors from the Nizhny Novgorod State University. N. I. Lobachevsky. In 2008 she was awarded the scientific degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences, the scientific supervisor of the thesis - Fedotkin M. A.

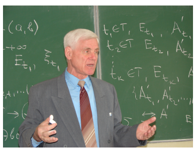
Since 2012 and currently works in the Nizhny Novgorod State University (UNN) to them. N. I. Lobachevsky. Carries out teaching activities at the Institute of Information Technologies of Mathematics and Mechanics (IITMM) and the Institute of Biology and Biomedicine. Lectures on disciplines: „Probability theory and mathematical statistics“, „Mathematical statistics“, „Probability theory“, „Queuing systems“, „Theory of control systems“.

In 2018, Proydakova E. V. was awarded the academic title of associate professor in the specialty 05.13.18 „Mathematical modeling, numerical methods and program complexes.“

The area of scientific interests of Proydakova E. V.: construction of mathematical models of complex systems, the use of methods of probability theory, mathematical statistics and simulation to study the constructed models and optimization of real systems.

Has over 30 publications, including educational publications and scientific papers. Received 2 copyright certificates of state registration of a computer program. Since 2018, Proydakova E. V. is the leading performer under the grant of the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) № 18-413-520005.

Currently E. V. Proydakova holds the position of Associate Professor at the Department of Software Engineering at IITMM, NNSU.



Михаил Андреевич Федоткин — тел. (831) 432-1563, e-mail: `fma5@rambler.ru`. Родился 1 мая 1941 г. в деревне Киселевка Липецкой области. В 1963 году окончил механико-математический факультет Горьковского государственного университета (ГГУ) им. Н. И. Лобачевского. С 1963 года и по настоящее время работает в Нижегородском государственном университете (ННГУ) им. Н.И. Лобачевского. В 1969 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности „Теоретическая кибернетика“ в ГГУ им. Н. И. Лобачевского. В 1984 году защитил докторскую диссертацию по специальности „Теория вероятностей и математическая статистика“ в МГУ им. М. В. Ломоносова. Получил звание профессора. В 1986 году на факультете ВМК создал общеуниверситетскую кафедру прикладной теории вероятностей и являлся ее заведующим вплоть до 2015 года. Федоткин М. А. создал и руководил лабораторией № 6 „Методы теории вероятностей и математической статистики“ в НИИ ПМК при ННГУ и факультетской лабораторией „Вероятностное моделирование“ в составе научно-исследовательской части ННГУ. По научной тематике кафедры, лабораторий и центра защищено 10 докторских и 40 кандидатских диссертации. Области научных интересов, в которых получены основные результаты: 1) управляемые случайные процессы; 2) нелокальное описание маркированных точечных процессов; 3) алгоритмическое и адаптивное управление конфликтными потоками требований в системах обслуживания с переменной структурой; 4) кибернетический подход к построению, анализу и оптимизации вероятностных моделей эволюционных экспериментов с управлением; 5) теория пространственных и временных характеристик случайных потоков; 6) оптимизация принятия статистических неоднородных решений; 7) построение, анализ и оптимизация математической модели функционирования сети медицинских учреждений с учетом ошибок результатов наблюдений.

Наиболее известные опубликованные им учебники для студентов классического университетского образования, обучающихся по направлениям „Прикладная математика и информатика“ и „Фундаментальная информатика и информационные технологии“: 1) Основы прикладной теории вероятностей (М.: Высшая школа, 2006, 368 с.), 2) Модели в теории вероятностей (М.: Наука-Физматлит, 2012, 608 с.), 3) Методы Монте-Карло для параллельных вычислений (М.: Издательство МГУ, 2013, 192 с.), 4) Лекции по анализу случайных явлений

(М.: Наука-Физматлит, 2016, 462 с.); 6) Нетрадиционные проблемы математического моделирования экспериментов (М.: Наука-Физматлит, 2018, 424 с.).

В настоящее время М. А. Федоткин занимает должность профессора и руководителя научного центра „Прикладная теория вероятностей“ ННГУ.

Mikhail Andreevich Fedotkin was born on May 1, 1941 in the village of Kiselevka, Lipetsk region. In 1963 he graduated from the Faculty of Mechanics and Mathematics of the Gorky State University (GSU) named after I. N. I. Lobachevsky. From 1963 to the present, he has been working at the Nizhny Novgorod State University (NNSU) named after I. N. I. Lobachevsky. In 1969 he defended his Ph.D. thesis in the specialty „Theoretical Cybernetics“ at the GGU im. N. I. Lobachevsky. In 1984 he defended his doctoral dissertation in the specialty „Probability theory and mathematical statistics“ at Moscow State University. M. V. Lomonosov. Received the title of professor. In 1986, at the Faculty of CMC, he created a university-wide department of applied probability theory and was its head until 2015. Fedotkin M. A. created and directed laboratory No. 6 „Methods of Probability Theory and Mathematical Statistics“ at the Research Institute of the PMC at UNN and the Faculty Laboratory „Probabilistic Modeling“ as part of the research part of the UNN. 10 doctoral and 40 candidate dissertations were defended on the scientific topics of the department, laboratories and center.

Research interests of Fedotkin MA: 1) controlled random processes; 2) a non-local description of marked point processes; 3) algorithmic and adaptive management of conflicting flows of claims in service systems with variable structure; 4) a cybernetic approach to the construction, analysis and optimization of probabilistic models of evolutionary experiments with control; 5) theory of spatial and temporal characteristics of random streams; 6) optimization of statistical inhomogeneous decision making; 7) construction, analysis and optimization of a mathematical model of the functioning of a network of medical institutions, taking into account the errors of observation results.

The most famous textbooks published by him for students of classical university education, studying in the areas of „Applied Mathematics and Informatics“ and „Fundamental Informatics and Information Technologies“: 1) Fundamentals of Applied Probability Theory 2) Models in Probability Theory, 3) Monte Carlo Methods for Parallel Computing, 4) Lectures on the analysis of random phenomena ; 6) Non-traditional Problems of Mathematical Modeling of Experiments.

Currently M. A. Fedotkin holds the position of professor and head of the scientific center „Applied Probability Theory“ of the UNN.

Дата поступления — 06.03.2021