

MATHEMATICAL MODELS OF REGIONAL BUSINESS DYNAMICS

V. P. Savelyev, N. I. Sutyagina

Nizhny Novgorod State University of Engineering and Economics,
606340, Knyaginino, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-49-58

Some simple mathematical models of functioning of small business enterprises (such that auto-services, hairdressing saloons, barber's saloons, taxi-services, workshops, studios, dressmaking and tailoring establishments, baker's shops, confectioner's shops, groceries and so on) to deliver goods and service for regional population are constructed and investigated at this paper. It's supposed there exist some establishments of the other type: for example, state institutions having strict federal financing (such that schools, clinics, police), and some commercial enterprises (such that poultry farm, dairy farm) making profit generally of selling their goods and service outside the region.

These models are realized in the form of one linear and two non-linear autonomous second order systems of differential equations. Corresponding dynamic systems are investigated by means of qualitative theory of differential equations and phase portraits are drawn depending of parameters. The results of the investigation of all dynamic systems are corresponding well. Subject to some natural suppositions, there exists a stable state of equilibrium, corresponding to stable functioning of small business enterprises. The only difference is the following: this stable state of equilibrium exists for non-linear systems if the sum of external financing of state institutions and the profit of commercial enterprises is rather big. Bifurcation relations between the parameters of non-linear systems are indicated, when passing through which the specified equilibrium state loses stability, and another state becomes stable, corresponding to the absence of small business enterprises.

Key words: region, small business enterprises, dynamic system, equilibrium state, linearization, phase portrait.

References

1. Neimark Yu. I. Prostye matematicheskie modeli i ih rol v poznanii mira // Sorosovskiy obrazovatel'nyj zhurnal, 1997. N 3. S. 139–143.
2. Neimark Yu. I., Savelyev V. P. Prosteishie matematicheskie modeli i ih rol v poznanii prirody i obshestva // Estestvenno-nauchnoe obrazovanie gumanitariyev v kontekste razvitya kul'tury XXI veka: Materialy Vserossijskoj nauchno-metodicheskoy konferentsii, N. Novgorod: Izd—vo NNGU, 1999. S. 102–156.
3. Neimark Yu. I. Matematicheskoe modelirovanie kak nauka i iskusstvo. N. Novgorod: Izd—vo NNGU, 2010.
4. Andronov A. A., Leontovich E. A., Gordon I. I., Maier A. G. Kachestvennaya teoriya dinamicheskikh sistem vtorogo poryadka. M.: Nauka, 1966.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ РЕГИОНАЛЬНОГО БИЗНЕСА

В. П. Савельев, Н. И. Сутягина

Нижегородский государственный инженерно-экономический университет,
город Княгинино, Нижегородская область, Россия

УДК 519.8

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-49-58

В работе построены и исследованы простые математические модели функционирования предприятий малого бизнеса (таких как автосервис, парикмахерские, такси, мастерские по ремонту обуви, одежды, булочные, кондитерские и т. д.) по предоставлению товаров и услуг населению региона. Предполагается, что в регионе имеются также учреждения и предприятия другого типа: например, имеющие внешнее (бюджетное) финансирование (такие как школа, больница), либо коммерческие предприятия (такие как птицеферма, мясокомбинат, завод по переработке молока), продукция и услуги которых пользуются спросом за пределами данного региона.

Модели реализованы в виде одной линейной и двух нелинейных автономных систем дифференциальных уравнений второго порядка. Проведено качественное исследование соответствующих динамических систем в зависимости от параметров и построены их фазовые портреты. Результаты исследования всех трех динамических систем хорошо согласуются. При довольно естественных предположениях относительно параметров существует устойчивое состояние равновесия, соответствующее устойчивому функционированию предприятий малого бизнеса. Отличие состоит лишь в том, что в нелинейных системах это устойчивое состояние равновесия появляется при достаточно большом внешнем финансировании. Указаны бифуркационные соотношения между параметрами нелинейных систем, при прохождении через которые указанное состояние равновесия теряет устойчивость, а устойчивым состоянием становится другое, соответствующее отсутствию предприятий малого бизнеса.

Ключевые слова: регион, предприятия малого бизнеса, динамическая система, состояние равновесия, линеаризация, фазовый портрет.

Введение. Дифференциация уровня жизни городского и сельского населения продолжает оставаться значительной. Жители небольших населенных пунктов либо недополучают часть услуг, либо их выбор существенно ограничен. В работе показано, что появление в сельском регионе предприятий, продукция (услуги) которых востребована за пределами региона, может привести к появлению и устойчивому функционированию предприятий малого бизнеса, оказывающих услуги жителям региона и, соответственно, к успешному экономическому развитию данного региона.

1. Построение и исследование математических моделей. Будем считать, что трудоспособное население сельского региона состоит из двух частей. Первая часть работает в сфере услуг для населения региона (малый бизнес), множество предприятий такого типа обозначим X . Вторая часть трудоспособного населения работает на предприятиях, производящих продукцию и оказывающих услуги для населения за пределами региона.

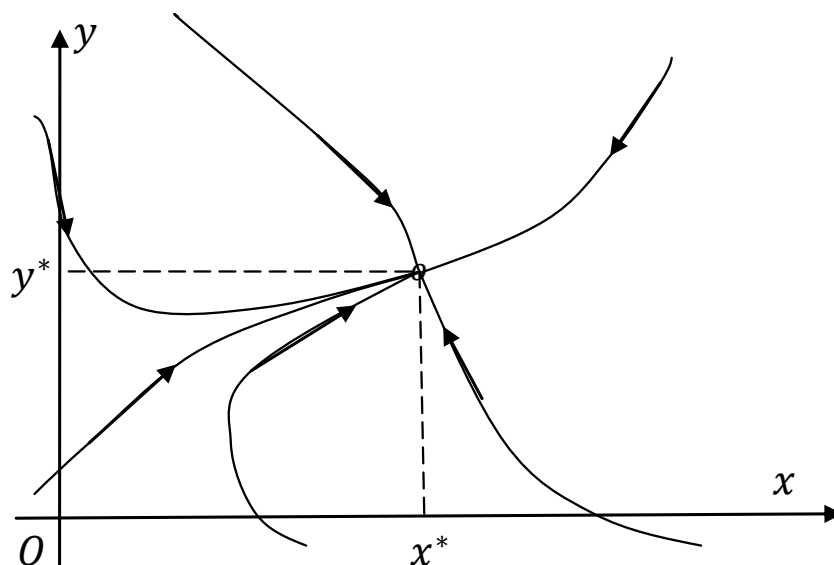


Рис. 1. Фазовый портрет линейной системы (1)

Совокупность предприятий такого типа обозначим Y . Для построения математической модели, описывающей динамику финансовых потоков, введем понятие состояния динамической системы. Отметим, что Ю. И. Неймарк при построении простых математических моделей [1–3] придавал первостепенное значение выбору фазовых переменных и соответствующего фазового пространства. Под состоянием системы будем понимать двумерную функцию времени $(x(t), y(t))$, где $x(t)$ — объем предоставляемых услуг (в денежном выражении) предприятиями типа X , а $y(t)$ — объем произведенных товаров и предоставленных услуг предприятиями типа Y .

1.1. *Линейная модель.* Составим систему линейных дифференциальных уравнений, позволяющую анализировать сферу услуг жителям сельского региона.

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + by, \\ \dot{y} = R + dx - cy, \end{cases} \quad (1)$$

в которой все параметры положительны. Слагаемые в правых частях уравнений означают (в единицу времени): ax — оплата труда работников внутреннего сервиса за вычетом их затрат на свой продукт, by — доход системы предприятий типа X от работников предприятий типа Y , R — доход предприятий типа R от продажи товаров и услуг на внешнем рынке, dx — доход предприятий типа Y от работников предприятий типа X , cy — оплата труда работников предприятий типа Y за вычетом их затрат на свой продукт.

При естественном предположении, что $c > b$, $a > d$, суммы денег $(a - d)x$ и $(c - b)y$ тратятся жителями региона на покупку товаров и услуг вне данного региона. Фазовым пространством динамической системы (1) является неотрицательный квадрант $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$. Нетрудно видеть, что состояние равновесия $(\frac{bR}{ac - bd}, \frac{aR}{ac - bd})$ системы (1) является устойчивым узлом. Соответствующий фазовый портрет системы (1) представлен на рис. 1.

Заметим, что поведение траекторий на положительной полуоси Ox определяется вектором $(\dot{x}, \dot{y}) = (-ax, R + dx)$. Это значит, что траектории системы (1) пересекают ось Ox снизу вверх, так как $\dot{y} = R + dx > 0$. Поведение траекторий на положительной полуоси Oy определяется вектором $(\dot{x}, \dot{y}) = (by, R + cy)$. Это значит, что траектории пересекают ось Oy слева направо, так как $\dot{x} = by > 0$. Таким образом, для любого начального условия $(x_0, y_0) \in K$ фазовая траектория $(x(t), y(t))$ не выходит из фазового пространства K .

1.2. *Нелинейная модель 1.* В линейной модели (1) предполагалось, что доход by системы предприятий типа X зависит лишь от объема y произведенных товаров и услуг предприятиями типа Y . Однако, такое предположение справедливо лишь при постоянном объеме xu услуг малого бизнеса. Очевидно, что доход зависит и от объема x , то есть равен bxy . В соответствии с этим составим систему нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + bxy, \\ \dot{y} = R + dx - cy - bxy, \end{cases} \quad (2)$$

в которой слагаемое cy означает теперь оплату труда работников предприятий типа Y за вычетом их затрат не только на свой продукт, но и затрат на внутренний сервис bxy . При естественном предположении, что $a > d$, суммы денег $(a - d)x$ и cy тратятся на покупку товаров и услуг вне данного региона. Динамическая система (2) имеет два состояния равновесия: 1) $(0, \frac{R}{c})$, 2) $(\frac{Rb - ac}{b(a - d)}, \frac{a}{b})$. При условии $Rb - ac > 0$ оба состояния равновесия находятся в фазовом пространстве K .

Как известно [4], для исследования состояния равновесия нелинейной системы требуется ее линеаризовать в окрестности состояния равновесия. В окрестности первого состояния равновесия $(0, \frac{R}{c})$ линеаризованная система (2) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(R\frac{b}{c} - a\right)x + 0\left(y - \frac{R}{c}\right), \\ \dot{y} = \left(d - R\frac{b}{c}\right)x - c\left(y - \frac{R}{c}\right). \end{cases} \quad (3)$$

Собственные числа матрицы легко находятся:

$$\lambda_1 = R\frac{b}{c} - a > 0, \quad \lambda_2 = -c < 0.$$

Так как собственные числа матрицы действительные и разных знаков, состояние равновесия $(0, \frac{R}{c})$ является седлом.

В окрестности второго состояния равновесия линеаризованная система (2) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = 0\left(x - \frac{Rb - ac}{b(a - d)}\right) + \frac{Rb - ac}{a - d}\left(y - \frac{a}{b}\right), \\ \dot{y} = (d - a)\left(x - \frac{Rb - ac}{b(a - d)}\right) - \frac{Rb - cd}{a - d}\left(y - \frac{a}{b}\right). \end{cases} \quad (4)$$

Уравнение для собственных значений матрицы имеет вид:

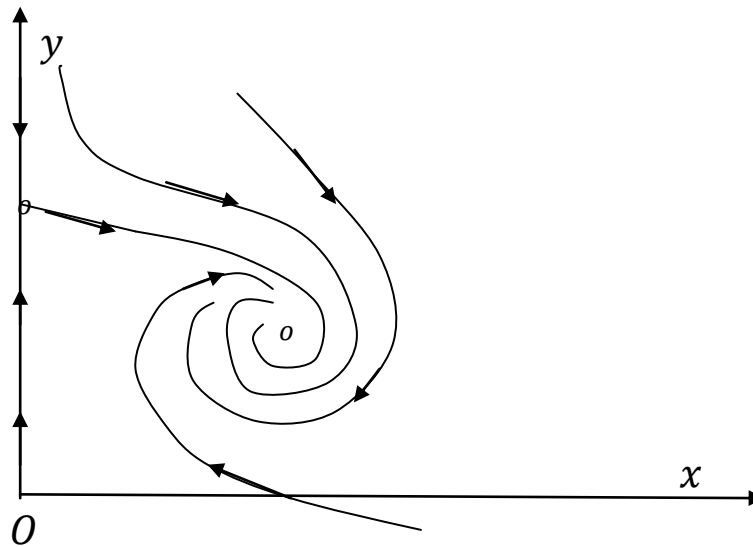


Рис. 2. Фазовый портрет системы (2) и системы (6) с устойчивым фокусом

$$\lambda^2 + \frac{Rb - cd}{a - d} \lambda + Rb - ac = 0. \tag{5}$$

Поскольку $Rb - ac > 0$, $a > d$, то и $Rb - cd > 0$. Это значит, что собственные числа либо оба действительные и отрицательные, либо комплексно-сопряженные с отрицательной действительной частью. Таким образом, состояние равновесия $(\frac{Rb-ac}{b(a-d)}, \frac{a}{b})$ является или устойчивым узлом, или устойчивым фокусом. Соответствующий устойчивому фокусу фазовый портрет системы (2) представлен на рис. 2.

Поведение траекторий на положительной полуоси Ox определяется вектором $(\dot{x}, \dot{y}) = (-ax, R + dx)$. Это значит, что траектории пересекают ось Ox снизу вверх, так как $\dot{y} = R + dx > 0$. Поведение траекторий на положительной полуоси Oy определяется вектором $(\dot{x}, \dot{y}) = (0, R - cy)$, а также собственным вектором $(0, 1)^T$, то есть обе ω — сепаратрисы седла $(0, \frac{R}{c})$ лежат на положительной полуоси Oy . Тот факт, что для любого начального условия $(x_0, y_0) \in K$ фазовая траектория $(x(t), y(t))$ не выходит из фазового пространства K , служит косвенным признаком того, что математическая модель (2) адекватно описывает динамику финансовых потоков $(x(t), y(t))$.

Далее, предположим, что $Rb - ac < 0$. Это значит, что либо поступления R недостаточные, либо коэффициенты a и c , характеризующие оплату труда, велики, либо люди слабо пользуются услугами внутреннего сервиса (коэффициент b *невелик*). В этом случае состояние равновесия $(0, \frac{R}{c})$ становится устойчивым узлом, а состояние равновесия $(\frac{Rb-ac}{b(a-d)}, \frac{a}{b})$ — седлом, но оно расположено вне фазового пространства. Соответствующий фазовый портрет представлен на рис. 3.

Заметим, что из любой начальной точки фазового пространства $x(0) = x_0 \geq 0$, $y(0) = y_0 \geq 0$ все траектории входят в устойчивый узел $(0, \frac{R}{c})$. Это значит, что не имеется достаточных ресурсов для поддержания регионального сервиса, он исчезает.

1.3. *Нелинейная модель 2.* В моделях (1) и (2) предполагалось, что внешний доход R предприятий типа Y является постоянной величиной. Однако, такое положение дел соответствует ситуации, когда в регионе имеются лишь бюджетные организации. При наличии

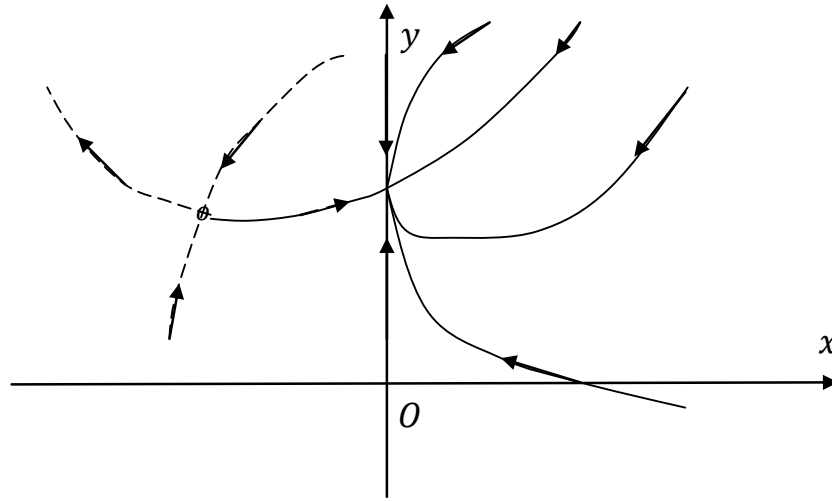


Рис. 3. Фазовый портрет системы (2) при условии $Rb - ac < 0$, и системы (6) при условии $Rb^2 + ab(p - c) - \varepsilon a^2 < 0$

в регионе коммерческих предприятий естественно предположить, что с ростом объема выпускаемой продукции (услуг) доход от их продажи на внешнем рынке будет увеличиваться, то есть имеет вид $R + py$, $p > 0$. Если же учесть, что с ростом объема товаров и услуг цены несколько снижаются, то предлагается доход задать в виде $R + py - \varepsilon y^2$, $p > 0$, $\varepsilon > 0$.

Тогда динамику изменения финансов можно представить в виде несколько измененной системы (2)

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + bxy, \\ \dot{y} = R + (p - c)y - \varepsilon y^2 + dx - bxy, \end{cases} \quad (6)$$

в которой, кроме неравенства $a - d > 0$, будем предполагать, что $p - c < 0$.

Система (6) имеет в фазовом пространстве K два состояния равновесия:

1) $(0, y_1)$, где $y_1 = \frac{(p-c) + \sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R}}{2\varepsilon}$ — положительный корень уравнения

$$\varepsilon y^2 + (c - p)y - R = 0, \quad (7)$$

2) $(x_1, \frac{a}{b})$, где $x_1 = \frac{Rb^2 + ab(p-c) - \varepsilon a^2}{(a-d)b^2}$.

Заметим, что состояние равновесия $(x_1, \frac{a}{b})$ принадлежит фазовому пространству при выполнении неравенства

$$Rb^2 + ab(p - c) - \varepsilon a^2 > 0. \quad (8)$$

В окрестности первого состояния равновесия $(0, y_1)$ линеаризованная система имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = (by_1 - a)x + 0(y - y_1), \\ \dot{y} = (d - by_1)x - \sqrt{(-c)^2 + 4\varepsilon R}(y - y_1). \end{cases} \quad (9)$$

Собственные значения матрицы линейной системы (9) легко находятся:

$$\lambda_1 = by_1 - a, \quad \lambda_2 = -\sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R}. \quad (10)$$

Заметим, что выражения $by_1 - a$ и $Rb^2 + ab(p-c) - \varepsilon a^2$ имеют одинаковый знак:

$$\begin{aligned} by_1 - a &= \frac{b(p-c) + b\sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R}}{2\varepsilon} - a = \frac{b\sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R} - (b(c-p) + 2\varepsilon a)}{2\varepsilon} = \\ &= \frac{b^2((p-c)^2 + 4\varepsilon Rb(c-p) + 2\varepsilon a)^2}{2\varepsilon[b\sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R} + b(c-p) + 2\varepsilon a]} = 2 \frac{Rb^2 + ab(p-c) - \varepsilon a^2}{b\sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R} + b(c-p) + 2\varepsilon a}. \end{aligned}$$

При условии (8) собственные значения (10) будут действительными и разных знаков, то есть, состояние равновесия $(0, y_1)$ — седло.

В окрестности второго состояния равновесия $(x_1, \frac{a}{b})$ линеаризованная система имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = 0(x - x_1) + bx_1(y - \frac{a}{b}), \\ \dot{y} = (d - a)(x - x_1) - \frac{Rb^2 + bd(p-c) + \varepsilon a(a - 2d)}{(a-d)b}(y - \frac{a}{b}). \end{cases} \quad (11)$$

Уравнение для собственных значений матрицы линейной системы (11) имеет вид:

$$\lambda^2 + \frac{Rb^2 + bd(p-c) + \varepsilon a(a - 2d)}{(a-d)b} \lambda + (a-d)bx_1 = 0. \quad (12)$$

При выполнении условий $a - d > 0$, $p - c < 0$, выполняется неравенство

$$Rb^2 + bd(p-c) + \varepsilon a(a - 2d) > Rb^2 + ab(p-c) - \varepsilon a^2 > 0, \quad (13)$$

поэтому корни уравнения (12) либо оба действительные и отрицательные, либо комплексно-сопряженные с отрицательной действительной частью. Это значит, что состояние равновесия $(x_1, \frac{a}{b})$ является устойчивым узлом или фокусом. Соответствующий устойчивому фокусу фазовый портрет системы (6) представлен на рис. 2.

При уменьшении параметра R выполнится неравенство $Rb^2 + ab(p-c) - \varepsilon a^2 < 0$. В этом случае второе состояние равновесия системы (6) не принадлежит фазовому пространству, а первое состояние равновесия $(0, \frac{(p-c) + \sqrt{(p-c)^2 + 4\varepsilon R}}{2\varepsilon})$ становится устойчивым узлом (рис. 3). Это значит, что не имеется достаточных ресурсов для поддержания регионального сервиса, он исчезает.

Выводы.

1) Результаты исследования линейной модели (1) и нелинейных моделей (2) и (6) хорошо согласуются.

2) Из исследования линейной модели следует: а) наличие в регионе предприятий типа Y работающих на „экспорт“, является достаточным условием для возникновения и устойчивого функционирования малого бизнеса; б) для увеличения объема услуг малого бизнеса $x = \frac{bR}{ad-bc}$ надо сокращать разницу между a и c , а также между d и b , то есть уменьшать суммы денег $(a-c)x$, $(d-b)y$, которые тратятся на покупку товаров и услуг вне региона.

3) Из исследования нелинейных моделей следует: а) начиная с достаточно большого объема товаров и услуг R , производимых в единицу времени предприятиями типа Y ,

появляется возможность для возникновения и устойчивого функционирования малого бизнеса; б) для увеличения объема услуг малого бизнеса $x = \frac{bR-ac}{b(a-d)}$ надо сокращать разницу между a и d , и уменьшать коэффициент c , то есть уменьшать суммы денег $(a-d)x$ и cy , которые тратятся на покупку товаров и услуг вне региона.

Список литературы

1. Неймарк Ю. И. Простые математические модели и их роль в познании мира // Соросовский образовательный журнал. 1997. № 3. С. 139–143.
2. Неймарк Ю. И., Савельев В. П. Простейшие математические модели и их роль в познании природы и общества // Естественно-научное образование гуманитариев в контексте развития культуры XXI века: Материалы Всероссийской научно-методической конференции, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. С. 102–156.
3. Неймарк Ю. И. Математическое моделирование как наука и искусство. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2010.
4. Андронов А. А., Леонтович Е. А. Гордон И. И., Майер А. Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966.



Савельев Владимир Петрович — e-mail: vpsavelyev@rambler.ru; тел.: +7 (906) 351-13-71. Родился 5 июля 1938 года в селе Дивеево Горьковской области. В

1962 году, после окончания Горьковского государственного университета, был оставлен на работе на механико-математическом факультете, из которого в 1963 году выделился факультет вычислительной математики и кибернетики (ВМК). Научным руководителем был известный ученый профессор Неймарк Ю. И., инициатор создания факультета ВМК. В 1971–1972 годах работал на Кубе, в Центральном университете (город Санта Клара). В 1974 году защитил диссертацию „Управляемость и оптимальность одномерного движения“ на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, в 1980 году получил ученое звание доцента. В 1982–1986 годах работал в Браззавильском университете (республика Конго). С 1990 по 2006 годы трижды избирался деканом факультета ВМК в Нижегородском государственном университете им Н. И. Лобачевского. С первых лет существования Нижегородского инженерно-экономического института (2002) в г. Княгинино (впоследствии университет) работал в нем по совместительству, в настоящее время доцент кафедры физико-математических наук Ниже-

городского инженерно-экономического университета. Почетный работник высшего профессионального образования РФ, почетный работник Нижегородского государственного университета им Н. И. Лобачевского, почетный профессор Нижегородского инженерно-экономического университета, имеет более 90 научных статей и учебно-методических пособий. Основные темы научной работы: управляемость нелинейных систем, оптимальное управление, непрерывная и дискретная оптимизация. Наиболее важные публикации: монография „Динамические модели теории управления“, Москва, Наука, 1985 г. (совместно с Неймарком Ю. И., Коганом Н. Я.), „Качественные методы глобального исследования областей управляемости на плоскости“, журнал „Дифференциальные уравнения“, 1995, Т. 31, № 4, (совместно с Бутениной Н. Н., Павлюченок З. Г.), „Оптимальное планирование ритмичного производства“, Вестник НГИЭИ. 2018. №11(90) (совместно с Шаминам А. А.), монография „Задачи дискретной и непрерывной оптимизации. Число Фробениуса“, изд-во LAMBERT, 2020 г.

Savel'ev Vladimir Petrovich was born on the 5-th of July 1938 in Diveevo, Gorky region. In 1962 after graduating Gorky state University I was left at work at the faculty of mechanics and mathematics, from which the faculty of Computational Mathematics and Cybernetics (CMC) was separated in 1963. The

well-known scientist Professor Neimark Yu. I., the initiator of the creation of the faculty of CMC, was my scientific supervisor. In 1971-1972, I worked in Cuba, at the Central University (Santa Clara city). In 1974 I defended my thesis „Controllability and optimality of one-dimensional motion“ for the degree of candidate of physical and mathematical sciences. In 1980 I received the academic title of Associate Professor. In 1982-1986, I worked at the University of Brazzaville (Republic of Congo). From 1990 to 2006, I was elected as a Dean of the CMC faculty at Lobachevsky state University of Nizhny Novgorod. From the first years of existence of the Nizhny Novgorod engineering and economics Institute (2002) in Knyaginino (later — the University) I worked in it part-time, currently I am an Associate Professor of the Chair of physical and mathematical sciences of the Nizhny Novgorod state engineering and economics University. I am an honorary worker of higher professional education of the Russian Federation, an honorary worker of Nizhny Novgorod state University named after N. I. Lobachevsky, and an honorary professor of Nizhny Novgorod state engineering and economic University, have more than 90 scientific articles and methodical works. The main topics of scientific work are controllability of nonlinear systems, optimal control, continuous and discrete optimization. The most important publications: monograph „Dynamic models of control theory“, Moscow, Nauka, 1985 (together with Neimark Yu.I., Kogan N. Ya.), „Qualitative methods of global research of controllability areas on the plane“, journal „Differential equations“, 1995, Vol. 31, No. 4, (together with Butenina N. N., Pavlyuchenok Z. G.), „Optimal planning of rhythmic production“, Vestnik NGIEI. 2018. No. 11 (90) (together with A. A. Shamin), monograph „Problems of discrete and continuous optimization. The Frobenius number“, LAMBERT Publishing House, 2020.



Сутягина Наталья Игоревна — e-mail: sutyagina_2012@mail.ru; тел.: +7 (915) 930-90-09. Родилась 27 октября 1977 года в р. п. Княгинино Нижегородской области. В 2000 году окончила механико-

математический факультет Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского. С 2000 года по 2010 год находилась на муниципальной и государственной службе. С 2010 года работает в Нижегородском государственном инженерно-экономическом университете (ранее — институте). В 2012 году защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата экономических наук, в 2017 году присвоено ученое звание доцента по научной специальности „Математические и инструментальные методы экономики“. С 2013 года по настоящее время является заведующей кафедрой „Физико-математические науки“ Нижегородского государственного инженерно-экономического университета. Основные области научных интересов — формирование и развитие рынков услуг, устойчивое развитие сельских территорий и социальной инфраструктуры, разработка систем поддержки принятия решений. Имеет более 60 научных и учебно-методических работ, среди которых: „Метод динамического программирования при принятии микроэкономического решения“, Вестник НГИ-ЭИ. №11(42). 2014. С. 72–77, „Математическая модель для расчета основных показателей рынка услуг“ Экономика и предпринимательство, № 11, ч. 3 (52–3). 2014. С. 885–887.

Sutyagina Natalia Igorevna was born on the 27-th of October, 1977 in Knyaginino, Nizhny Novgorod region. In 2000, she graduated from the faculty of mechanics and mathematics of the Lobachevsky state University of Nizhny Novgorod. From 2000 to 2010, she was in the municipal and state service. Since 2010, she has been working at the Nizhny Novgorod state engineering and economic University (formerly the Institute). In 2012, she defended her thesis for the degree of candidate of economic sciences, in 2017 she was awarded the academic title of Associate Professor in the scientific specialty — Mathematical and instrumental methods of Economics. Since 2013, she has been the head of the Chair of Physical and mathematical Sciences of the Nizhny Novgorod state engineering and economic University. The main areas of research interests are the formation and development of service markets, sustainable development of rural areas and social infrastructure, development of

decision support systems. She has more than 60 scientific and educational works, including: „The method of dynamic programming in making microeconomic decisions“, Vestnik NGIEI. N 11 (42). 2014. P. 72–77, „Mathematical model for calculating the main indicators of the service market“ Economics and entrepreneurship, N 11, part 3 (52–3). 2014. P. 885–887.

Дата поступления – 06.03.2021