APPLICATION OF OPTIMAL EVALUATION OF LINEAR TIME-VARYING SYSTEMS USING REACHABLE SETS

M. Sorokina

Lobachevsky University,
603950, Nizhniy Novgorod, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-59-68

The paper is devoted to reachable sets of linear time-varying systems under uncertain initial states and disturbances with a bounded uncertainty measure. The uncertainty measure is the sum of a quadratic form of the initial state and the integral over the finite-time interval from a quadratic form of the disturbance. One of the main problems of dynamic system control theory is researching the opportunity of reaching this or that state under control. Reachable sets studying allows us to solve it. Reachable sets play a large role in different parts of control theory. The main are optimal control problems, disturbance estimation, etc. It makes them applicable to practically all spheres of activity: technical field (preservation of given trajectory by pilotless aircraft, taking into account the speed and direction of the wind [1] and building manipulator path [2]), economics [3], medicine [4], chemistry [5], etc. Reachable set for system is class of all trajectory ends emerging from closed set in state space defining class of possible initial system states. These trajectories correspond to different values of disturbance. For the system under disturbance reachable set describes area in which the system comes under disturbance and allows us to evaluate accuracy of system hitting a finite state [6]. Reachable sets allow us to realise whether it is possible to put the system into the given state provided we add a control to the system. There are two problems in this article: reacable sets finding problem and reachable sets estimation problem.

We solve some special matrix differential Riccati equations for finding reachable sets. We demonstrate it using the Mathieu equation as the example of uncertain initial states and disturbances problem and linear oscillator with floating stiffness coefficient equation as the example of parametric uncertainty problem. Method of estimation of ellipsoidal reachable sets has been cosidered for such systems also using matrix differential Riccati equation. Applying this method allows to find minimal ellipsoidal set that is defined by optimal observer. Besides, linear time-varying system with parametric time-varying uncertainty is being examined. Evaluation of ellipsoidal reachable sets is also given in the article. Applying the method is demonstrated with numerical modeling with the Mathieu-Hill dying-away equation for parametric vibrations and resonance. Euler iterative method is applied to compute required estimations.

Key words: reachable sets, ellipsoidal sets, optimal observer, parametric uncerainty.

References

1. Rogalev A. N., Rogalev A. A. Controlling the path and reachable set estimations of unmanned air vehicle//Mathematical methods of modelling, control and data analysis, 2017.

2. Holmes P., Kousik S., Zhang B. and others Reachable Sets for Safe, Real-Time Manipulator Trajectory Design, 2020.

Supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project 0729-2020-0055)

3. Lagosha B. A., Apal'kova T. G. Optimal control in economics: theory and applications. Moscow: Finance and statistics, 2008.

4. Bolodurina I. P., Lygovskova Yu. P. Optimal control of immunological reactions of the human body // Control sciences, N 5. P. 44–52, 2009.

5. Shatkhan F. A. Application of maximum principle to optimization problems of parallel chemical reactions // Avtomat. i Telemekh. 1964. V. 25. Issue 3. P. 368—373.

6. Chernousko F. L. Estimation of the phase state of dynamic systems. Moscow: Nayka, 1988.

7. Balandin D. V., Biryukov R. S., Kogan M. M. Ellipsoidal reachable sets of linear time-varying continuous and discrete systems in control and estimation problems // Automatica, N 116. P. 1–8, 2020.

8. Balandin D. V., Kogan M. M. Synthesis of Control Laws Based on Linear Matrix Inequalities. Moscow: Nauka, 2007.

9. Kvakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. New York: Wiley, 1972.

10. Sorokina M. S. Optimal evaluation of linear time-varying systems using reachable sets.

11. Sorokina M. S. Application of reachable sets in optimal estimationof linear tyme-varying systems // Mathematical modelling and supercomputer technologies, 2020.

ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ

М. С. Сорокина

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского,
603950, Нижний Новгород, Россия

УДК 517.9
DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-59-68

Рассматривается линейная нестационарная система при неточно известных начальном состоянии и действующем возмущении, удовлетворяющих единому ограничению. Ограничение представляет собой сумму квадратичной формы начального состояния и интеграла по времени от квадратичной формы возмущения (квадратичные формы могут быть вырожденными). Для такой системы приведен способ оценки эллипсоидального множества достижимости с использованием матричного дифференциального уравнения Риккати. Его использование позволяет найти минимальное множество достижимости (то есть оценка оптимальна), которое определено при помощи оптимального наблюдателя. Помимо этого, рассматривается линейная нестационарная система, включающая в себя параметрическую неопределенность, которая также является нестационарной. Для нее также приводится оценка эллипсоидальных множеств достижимости. Применение обоих методов продемонстрировано на примере уравнения Матье-Хилла с затуханием, которое описывает параметрические колебания и резонанс и уравнения маятника. Для вычислений применяется итерационная процедура с использованием метода Эйлера.

Ключевые слова: множества достижимости, эллипсоидальные множества, оптимальный наблюдатель, параметрическая неопределенность.

Введение. Исследование возможности достижения системой того или иного состояния под действием управления является одной из основных задач в теории управления динамическими системами. Изучение множеств достижимости системы позволяет ее решать. Множества достижимости играют важную роль в разных областях теории управления. Основные из них: задачи оптимального управления (при известном множестве достижения задача сводится к минимизации функции n переменных на нем); оценка возможностей управления (возможно ли привести систему в заданное состояние в фиксированный момент времени); оценка возмущений (множество достижимости характеризует область, в которую может попасть система под действием возмущения); гарантированное оценивание (фильтрация) в динамических системах (при известном множестве достижимости и заданных ограничениях на возмущения получаем оценку разброса траекторий под его воздействием). Это делает их применимыми практически во всех сферах деятельности: в технической деятельности (задачу сохранения беспилотным летательным аппаратом за-

При поддержке Министерства высшего образования и науки (проект 0729-2020-0055)

данной траектории с учетом скорости и направления ветра [1] и задачу построения траектории манипулятора [2]), экономике([3]), медицине ([4]), химии ([5]) и т. д. В данной работе будет рассмотрено применение множеств достижимости для задачи с неизвестным начальным условием и задачи с параметрической неопределенностью.

1. Множества достижимости. Рассмотрим систему:

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)v(t), \quad x(t_0) = x_0 \in M, t \in [t_0, T], \tag{1}$$

где $x \in R^{n_x}$ — состояние системы; $v \in R^{n_v}$ — возмущение, действующее на систему: $v = v(\sigma), \sigma \in [t_0, t]$; M — замкнутое множество в пространстве состояний, определяющее совокупность возможных начальных состояний системы:

$$M(t, R) = \{(x, v(\sigma)) : x^T(t_0)R^{-1}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v^T(\sigma)G^{-1}v(\sigma) \leqslant 1\}.$$

Из каждой точки множества M выходит множество траекторий системы, которые отвечают разным значениям возмущения. Множество достижимости для системы при $t \geqslant t_0$ — совокупность концов всех траекторий $x(t)$, выходящих из M в момент времени $t \geqslant t_0$.

Для системы, подверженной возмущениям, множество достижимости характеризует область, в которую под воздействием возмущения приходит система, и позволяет оценить точность попадания системы в заданное конечное состояние [6]. Также, при добавлении в систему управления, оно дает возможность понять, возможно ли привести систему из одного состояния в заданное.

2. Нахождение множеств достижимости.

2.1. *Задача с неточно известным начальным состоянием и возмущением.* Рассмотрим систему (1). Положим, что $x(t_0)$ и $v = v(\sigma)$ принадлежат множеству:

$$\begin{gathered}\mathbf{S}(t, t_0, R, G) = \{(x, v(\sigma)) : x = R^{1/2}\omega_1, v(\sigma) = G^{1/2}(\sigma)\omega_2(\sigma), \\ |\omega_1|^2 + \textstyle\int_{\tau}^{t} ||\omega_2(\sigma)|^2|d\sigma \leqslant 1\}\end{gathered} \tag{2}$$

для заданных $R = R^T \geqslant 0$ и $G(\sigma) = G^T(\sigma) \geqslant 0$.

Теорема 1. Множество достижимости системы (1) в момент времени $t \geqslant t_0$ при любых начальных состояниях и возмущениях из множества (2) с $R \geqslant 0$ и $G(\sigma) \geqslant 0$, $\sigma \in [t_0, t], t \in [t_0, T]$ имеет вид эллипсоида $\mathcal{E}(Y(t))$, матрица которого удовлетворяет уравнению:

$$\dot{Y} = A(t)Y + YA^T(t) + B(t)G(t)B^T(t). \tag{3}$$

2.1.1. *Пример.* Продемонстрируем применение метода на примере уравнения Матье:

$$\ddot{x} + \omega_0^2(1 + \varepsilon \sin(\omega t))x = v, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0. \tag{4}$$

Матрицы системы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2(1 + \varepsilon \sin(\omega t)) & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Матрицы начальных состояний и ограничений:

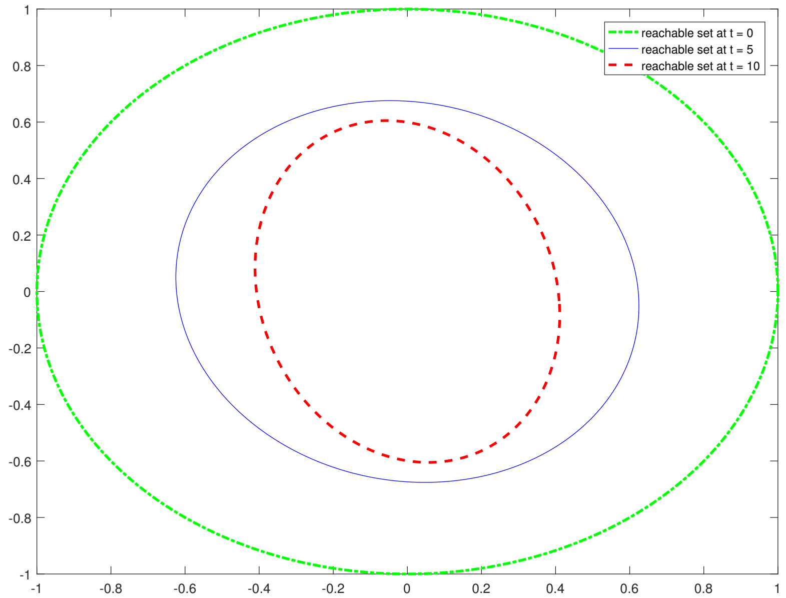

Рис. 1. Множество достижимости в задаче с неопределенными начальным состоянием и возмущением

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Решим уравнение (3), чтобы найти множества достижимости. Выберем значения параметров: $\omega_0 = \pi, \quad \omega = 2\pi, \quad \varepsilon = 0.1$.

Решим задачу на отрезке времени $[0,\ 1]$, для решения применим разностную схему, основанную на методе Эйлера. Метод отыскания множеств достижимости в частных случаях описан в [7].

Все множества достижимости в момент времени $t > t_0$ содержатся внутри множества достижимости при $t = t_0$ (рис. 1).

2.2. *Задача с параметрической неопределенностью.* Рассмотрим постановку задачи из [8]. Рассматриваемая система имеет вид:

$$\dot{x} = \hat{A}(t)x(t), \hat{A} = A + F\Omega(t)E, x(t_0) = x_0, t \in [t_0, T], \tag{7}$$

где A — матрица исходной системы; F, E — заданные постоянные матрицы; $\Omega(t)$ — неизвестная матричная функция: $\Omega^T(t)\Omega(t) \leqslant I$.

Добавим в систему возмущение и введем обозначение: $\omega(t) = \Omega(t)E(t)x(t)$.

$$\begin{gathered} \dot{x} = A(t)x(t) + B(t)v(t) + F(t)\omega(t), x(t_0) = x_0, t \in [t_0, T] \\ \omega^T(t)\omega(t) \leqslant z^T z, z = E(t)x(t); \\ x_0^T R^{-1} x_0 + \int_{t_0}^{T} v^T(t)v(t)dt \leqslant 1. \end{gathered} \tag{8}$$

Теорема 2. Множество достижимости системы (8) заключено в множестве достижимости, имеющем вид эллипсоида $\mathcal{E}(Y(t))$, матрица которого удовлетворяет неравенству $\dot{Y} \geqslant YA^T + YA + BB^T + \mu^{-2}FF^T + \mu^2 YE^T EY$ с начальным условием $Y(t_0) = R$.

Доказательство:

Рассмотрим для системы (8) квадратичную форму $V = x^T Y^{-1} x$, матрица Y которой является положительно определенной симметрической и удовлетворяет дифференциальному матричному неравенству

$$\dot{Y} \geqslant YA^T + YA + BB^T + \mu^{-2}FF^T + \mu^2 YE^TEY, Y(t_0) = R. \tag{9}$$

Найдем производную в силу системы от квадратичной формы:

$$\dot{V} = x^T[-Y^{-1}\dot{Y}Y^{-1} + A^TY^{-1} + Y^{-1}A]x + v^TB^TY^{-1}x + x^TY^{-1}Bv + \omega^TF^TY^{-1}x + x^TY^{-1}F\omega.$$

Используя (9), получим:

$$\dot{V} \leqslant v^Tv + \mu^2(|\omega|^2 - |z|^2 v - v_*)^T(v - v_*\mu\omega - \mu^{-1}\omega_*)^T(\mu\omega - \mu^{-1}\omega_*),$$
$$v_* = B^TY^{-1}x, \omega_* = F^TY^{-1}x$$

Проинтегрировав на отрезке $[t_0, T]$ и используя ограничения из (8), получим:

$$x^T(t)Y^{-1}(t)x(t) \leqslant 1. \tag{10}$$

Таким образом, в любой момент времени $t \in [t_0, T]$ множество достижимости системы с параметрической неопределенностью вида (8) лежит внутри эллипсоида (10).

2.2.1. *Нахождение функции* $\eta(t)$. Запишем (9) в виде:

$$\dot{Y} \geqslant YA^T + YA + BB^T + \eta(t)FF^T + \eta^{-1}(t)YE^TEY, Y(t_0) = R, \eta(t) = \mu^{-2}(t).$$

Обозначим $\dot{Y} = \Gamma$, тогда

$$trace(\Gamma) = trace(YA^T + AY + BB^T) + \eta trace(FF^T) + \eta^{-1}trace(YE^TEY)$$

Выполним минимизацию правой части по параметру η, решением будет

$$\eta_* = \sqrt{\frac{trace(YE^TEY)}{trace(FF^{T)}}}.$$

Это позволит найти „наименьший“ эллипсоид, определяемый матрицей $Y(t)$.

2.2.2. *Пример.* Рассмотрим линейный осциллятор с переменным коэффициентом жесткости:

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -\omega_0^2(1 + \varepsilon\Omega(t))x_1$$

Матрицы системы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} -\varepsilon & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица начальных условий:

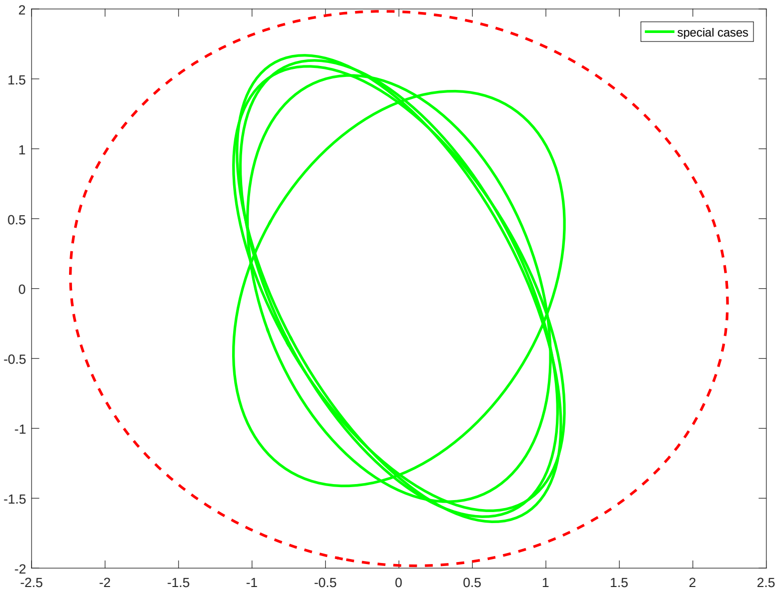

Рис. 2. Множества достижимости для системы с параметрической неопределенностью

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Также выберем значения параметров: $\omega_0 = \pi$, $\varepsilon = 0.1$.

Решение приводится для нулевых начальных условий на отрезке времени [0,1]. Для решения применяется разностная схема, основанная на методе Эйлера. Эллипсоид, который должен включать в себя все возможные множества достижимости системы, удовлетворяющей ограничениям, приведенным в (8), найден после решения матричного дифференциального неравенства (9). Способ отыскания эллипсоидов для частных случаев неопределенности описан в [7]. Рассматриваемый частный случай — $\Omega(t) = \sin(t+\varphi)$, $\varphi = [\pi/6; \pi/4; \pi/2; \pi; 2\pi]$.

Красной пунктирной линией на рис. 2 обозначен эллипс, который получен из решения (9), зелеными сплошными — частные случаи при разных значениях φ. Все множества достижимости в частных случаях содержатся внутри множества достижимости, описывающего все возможные состояния системы вида (7).

3. Оценивание множеств достижимости. Рассмотрим способ построения оптимальной оценки множества достижимости, приведенный в статье [7].

Рассмотрим линейную нестационарную систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B(t)v, \\ y &= C(t)x + D(t)v \end{aligned} \tag{11}$$

с неизвестным начальным условием $x(t_0)$.

Пусть начальное состояние системы и возмущения представимо в виде

$$\begin{gathered} x(t_0) - x_* = R^{1/2}w_1,\ v(t) = G^{1/2}(t)w_2(t), \\ |w_1|^2 + \int_{t_0}^{t} |w_2(\sigma)|^2 d\sigma \leqslant 1, t \in [t_0, T] \end{gathered} \tag{12}$$

Рассмотрим задачу оценивания состояния $x(t)$ системы (11) по измерениям выхода $y(\sigma)$, $\sigma \in [t_0, t]$ для заданной матрицы $R = R^T > 0$ и матричной функции $G^T(\sigma) = G(\sigma) > 0$.

Тогда получаем условие:

$$|x(t_0) - x_*|_R^2 + ||v||^2_{G_{[t_0;t]}} \leqslant 1.$$

Построим наблюдатель полного порядка [9]

$$\dot{\widehat{x}} = A(t)\widehat{x} + L(t)[y - C(t)\widehat{x}], \quad \widehat{x}(t_0) = x_*, \tag{13}$$

где $\widehat{x}(t)$ — оценка состояния $x(t)$, а $L(t)$ — матрица параметров наблюдателя, подлежащая определению. Обозначим ошибку оценки $\varepsilon(t) = x(t) - \widehat{x}(t)$, которая удовлетворяет уравнению

$$\dot{\varepsilon} = A_c(t)\varepsilon + B_c(t)v, \quad \varepsilon(t_0) = x(t_0) - x_*,$$

где $A_c(t) = A(t) - L(t)C(t)$, $B_c(t) = B(t) - L(t)D(t)$.

Для нахождения оптимальной эллипсоидальной оценки состояния системы (11) воспользуемся следующей теоремой.

Теорема 3. [7] Если $det[D(\sigma)G(\sigma)D^T(\sigma)] \neq 0$, $\sigma \in [t_0, t]$, то оптимальный наблюдатель (13), обеспечивающий наилучшую эллипсоидальную оценку $\mathcal{E}(Y_*(t), \widehat{x}(t))$ состояния системы (11) в момент времени $t \geqslant t_0$ при любых начальных состояниях и возмущениях, удовлетворяющих ограничению (12) с $R \geqslant 0$ и $G(\sigma) \geqslant 0$, $\sigma \in [t_0, t]$, определяется матрицей

$$L_*(t) = [D(t)G(t)B^T(t) + C(t)Y_*(t)]^T[D(t)G(t)D^T(t)]^{-1}, \tag{14}$$

где матрица $Y_*(t) \geqslant 0$ является решением матричного дифференциального уравнения Риккати

$$\begin{gathered}\dot{Y} = A(t)Y + YA^T(t) + B(t)G(t)B^T(t) - \\ -[D(t)G(t)B^T(t) + C(t)Y]^T[D(t)G(t)D^T(t)]^{-1}[D(t)G(t)B^T(t) + C(t)Y]\end{gathered} \tag{15}$$

с начальным условием $Y(t_0) = R$. Кроме того, при $R > 0$ выполняется $Y_*(t) > 0$, $t \in [t_0, T]$.

Таким образом, для системы (13) множество достижимости имеет вид эллипсоида $\mathcal{E}(Y(t))$, матрица которого удовлетворяет уравнению

$$\dot{Y} = A_c(t)Y + YA_c^T(t) + B_c(t)G(t)B_c^T(t) \tag{16}$$

с начальным условием $Y(t_0) = R$. То есть для системы (11) состояние $x(t)$ находится внутри эллипсоида $\mathcal{E}(Y(t))$ с центром в точке $\widehat{x}(t)$, определяемой уравнением наблюдателя (13).

Полученное множество позволяет найти состояние $x(t)$ в момент времени t.

3.1. *Пример нахождения множества достижимости для задачи с неизвестным начальным условием.* Рассмотрим применение описанного способа на примере уравнения Матье-Хилла с затуханием [10, 11]:

$$\ddot{x} + \varepsilon\dot{x} + \omega_0^2(t)(1 + F(t))x = u + v, \quad F(t) = \frac{2\mu}{a + b\cos\omega t},$$

где $a > 0$, $b > 0$, $a > b$. Добавим в систему выход $y = x_1 + x_2 + v$ и решим полученную задачу на отрезке времени [0, 4].

Система примет вид:

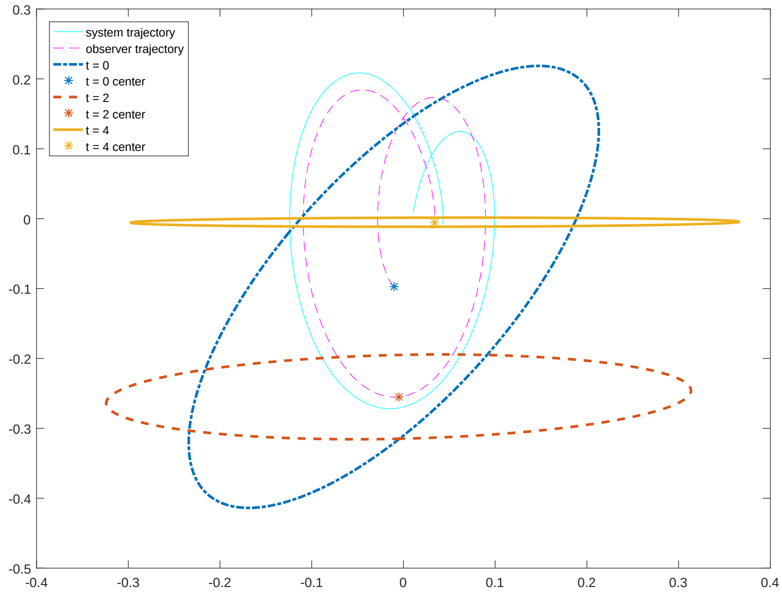

Рис. 3. Траектории системы и эволюция множеств достижимости

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2(1+F(t)) & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = 1.$$

Матрицы для ограничений (12) возьмем в виде

$$G = 1, \quad R = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 \end{pmatrix}.$$

Также выберем значения параметров: $\omega_0 = \pi$, $\omega = 2\pi$, $\varepsilon = 0.1$, $a = 1$, $b = 0.5$, $\mu = 0.1$.

Для нахождения множеств достижимости системы под действием возмущения решим уравнение (15), используя его решение, найдем $L_*(t)$ при помощи (14), далее найдем матрицы замкнутой системы A_c и B_c и с их помощью найдем множества достижимости, решив (16).

Также, для наглядности работы метода, построим траектории системы и наблюдателя.

Для этого добавим в систему (11) нестационарное возмущение $v = 0.5 \sin \pi t$ и сдвинем ее начальное условие в точку $x_0 = \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{pmatrix}$. Тогда из (12) начальным условием для оптимального наблюдателя (13) будет $x_0 - R^{1/2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0.2 \end{pmatrix}$.

Построим траекторию системы и положение наблюдателя. Для этого отдельно построим (x_1, x_2) и (x_3, x_4). Голубой сплошной линией на рис. 3 обозначена траектория системы, сиреневой пунктирной — траектория наблюдателя. Также на нем показана эволюция множеств достижимости в моменты времени $t = 0$ (синий пунктирный с точкой), $t = 2$ (красный пунктирный), $t = 4$ (желтый сплошной) и их центры.

С течением времени размер множеств достижимости уменьшается, при этом они содержат траекторию системы и положение наблюдателя, которое является его центром.

Заключение. Были рассмотрены 2 задачи: задача нахождения множеств достижимости и задача оценивания множества достижимости. Множества достижимости были найдены для задачи с неточно заданными начальным условием и возмущением и для задачи с параметрической неопределенностью, применение обоих методов продемонстрировано на примерах. Также была получена оценка множеств достижимости для задач с неточно известными начальным состоянием и возмущением, работа метода показана на примере.

Список литературы

1. Рогалев А. Н., Рогалев А. А. Управление маршрутом и оценка множеств достижимости беспилотных летательных аппаратов//Математические методы моделирования, управления и анализа данных, 2017.

2. Holmes P., Kousik S., Zhang B. and others Reachable Sets for Safe, Real-Time Manipulator Trajectory Design, 2020.

3. Лагоша Б. А., Апалькова Т. Г. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения. М.: Финансы и статистика, 2008.

4. Болодурина И. П., Луговскова Ю. П. Оптимальное управление иммунологическими реакциями организма человека// Проблемы управления, 2009. № 5. С. 44–52.

5. Шатхан Ф. А. Применение принципа максимума к задачам оптимизации параллельных химических реакций // Автоматика и телемеханика, 1964. Т. 25. Вып. 3. С. 368–373.

6. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988.

7. Баландин Д. В., Бирюков Р. С., Коган М. М. Эллипсоидальные множества достижимости линейных нестационарных систем в задачах оценивания и управления // Дифференциальные уравнения, 2019. Т. 55. № 11. С. 1485–1498.

8. Баландин Д. В., Коган М. М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств М.: Наука, 2007.

9. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления (пер. с англ. Васильева В. А., Николаева Ю. А.) М.: Мир, 1977.

10. Сорокина М. С. Оптимальное оценивание линейных нестационарных систем с использованием множеств достижимости // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ имени Е. В. Воскресенского, 2020.

11. Сорокина М. С. Применение множеств достижимости в оптимальном оценивании линейных нестационарных систем // Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии, 2020.

Сорокина Мария Сергеевна — ассистент кафедры ДУМЧА Института информационных технологий, математики и механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского. E-mail: sorokina@itmm.unn.ru. В 2020 году окончила магистратуру по направлению „Прикладная математика и информатика“ ННГУ им. Н. И. Лобачевского с отличием. На данный момент является аспиранткой 1 года по направлению „Математика и механика“.

Mariya Sorokina — assistant of the Differential Equations, Mathematical and Numerical Analysis Department, the Institute of Information Technology, Mathematics and Mechanics, Lobachevsky University. In 2020 she graduated from the magistracy in the educational program „Applied Mathematics and Informatics“, Lobachevsky University with honors. At the moment she is a 1st year graduate student in the educational program „Mathematics and Mechanics“.

Дата поступления — 06.03.2021