NUMERICAL INVESTIGATION AND OPTIMIZATION OF OUTPUT PROCESSES IN CYCLIC CONTROL OF CONFLICTING FLOWS

A. M. Fedotkin

Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod
603950, Nizhnij Novgorod, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-69-80

In this article, we consider a non-classical queuing system with waiting, in which m conflicting flows are managed in a class of cyclic algorithms. Conflicting threads mean that they cannot be summed up and this does not allow you to reduce the problem to a simpler case with a single thread. Requirements from different conflicting threads are served at non-overlapping intervals. In addition, there are additional time intervals — readjustments, due to which the problem of conflicting threads is resolved. Such systems are adequate models of real-world systems for processing and transmitting information, technological systems, transport systems, etc.

Unlike most well-known works, the so-called non-local description of the requirements flow proposed in [1–6] is used to construct a mathematical model of output flows. The description of output streams includes the state of the service device and the values of queues for conflicting streams. Note that the functioning of the system under consideration for servicing heterogeneous requirements and managing conflict flows in continuous time is a complex non-Markov process. Therefore, studying the characteristics of the system and the properties of the output streams in continuous time is a difficult task. Using the theoretical results of works [7–12], this article substantiates the method of numerical investigation of the system by simulation methods using computer and information technologies. The results of studies of the dynamics of output processes for servicing requirements on a simulation model are interpreted on the problem of managing conflict heterogeneous traffic flows at isolated intersections.

The problem of cyclic management of m conflicting flows $\overline{\Pi}_1, \overline{\Pi}_2, \ldots, \overline{\Pi}_m$ heterogeneous requirements during their maintenance by the system is considered. Input streams $\overline{\Pi}_j$, $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ are considered conflicting and independent. Conflicting input streams means that the maintenance of the streams must occur at non-overlapping intervals. Moreover, the specified intervals should be separated by time intervals during which the service of any requirements is prohibited. The j stream requests only go to the O_j drive with an unlimited number of waiting places. In the system without loss of requests, it is possible to record the outgoing flow N_j with an unlimited supply of pending requirements in the O_j storage and with maximum use of the resources of the service device for each $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Flows $\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_m$ are called saturation flows. The need to introduce saturation flows arises primarily in those real queuing systems in which it is clear in advance that the service durations of different requirements can be determined by the state of the service system and, as a result, be dependent and have different distribution laws. As an example, the process of crossing the stop line by vehicles with a green traffic light allowing it can be cited. If there is a queue, the first cars only start moving and move more slowly than those who arrive at the intersection at the green light interval and continue driving at maximum speed. The service device has $2m$ states $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(2m)}$. For a fixed $n \in \{1, 2, \ldots, 2m\}$, the duration of stay in the state $\Gamma^{(n)}$ is equal to T_n. For all $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ in state $\Gamma^{(2j-1)}$, only the requirements of flow $\overline{\Pi}_j$ are served. The maximum possible number of serviced

requirements of the flow $\overline{\Pi}_j$ in the state $\Gamma^{(2j-1)}$ is determined by the saturation flow Π_j and is equal to l_j. For all $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ in state $\Gamma^{(2j)}$, the requirements of each of the threads are not served. The service device changes states cyclically in the following sequence: $\Gamma^{(1)} \to \Gamma^{(2)} \to \cdots \to \Gamma^{(2m)} \to \Gamma^{(1)}, \ldots$. So, the service of conflicting threads occurs in non-overlapping time intervals, which are separated by changeover intervals. An adequate mathematical model of this kind of real problems is the control systems of service with a variable structure [1].

We consider input streams $\overline{\Pi}_1, \overline{\Pi}_2, \ldots, \overline{\Pi}_m$ to be nonordinary Poisson random processes Gnedenko-Kovalenko [1]. Then the sequence of calling moments at which the requirements arrive in the system for each thread $\overline{\Pi}_j$ is a Poisson process with the parameter λ_j. Moreover, let's assume that at each of these moments, one or two applications appear, respectively, with probabilities p_j or $q_j = 1 - p_j$. Let the random variable $\eta_j(t)$ for each $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ determine the number of received requests to the storage O_j along the stream $\overline{\Pi}_j$ for the time interval $[0, t)$. An important characteristic of the process of cyclic management of conflicting flows of requirements is the loading of the service system for each flow and its overall loading for all or only some pre-fixed flows. Unfortunately, determining the load of managed unconventional queuing systems is always a difficult task. In classical single-channel systems with an unlimited queue, Poisson input flow, and demand service, according to the exponential law, the probability that there will be at least one demand in the system in stationary mode $\lambda\mu^{-1} < 1$. Here, the parameters λ and μ are the intensities of receipt and, respectively, demand service. Let $\theta(t)$ is the total length of those time intervals between zero and the moment t, during which there will be at least one requirement in the system.

Monitor various real experiments show that with increasing system load typically increases during T_{per} the transition process for its entry into the quasi-stationary mode and time computer modeling to calculate its probability and the numerical characteristics with specified degree of accuracy and reliability. Because of this, when the choice of algorithm parameters to determine when T_{per} the end of the transition process, and the job accuracy and reliability of calculations of probability and its numerical characteristics substantially overlook the importance of load estimation system. For the stationary mode of the system at $l_j \neq 1$, it is analytically impossible to obtain observable formulas for the laws of distribution of queue lengths, service waiting time, and, finally, for the laws of distribution of output streams. To obtain estimates of these distributions, some numerical characteristics for the solution of the optimization problem to the minimum weighted average waiting time and service requirements in the arbitrary flow developed a computer simulation videomodel the cyclic control m flows.

Key words: conflict flow, homogeneous Markov sequence, conditional distribution, Markov process.

References

1. Fedotkin M. A., Fedotkin M. A. Analysis and optimization of output processes under cyclic control of conflicting traffic streams Gnedenko-Kovalenko // Automatics and telemechanics. Russian Academy of Sciences. 2009. N 12. P. 92–108.

2. Fedotkin M. A., Fedotkin M. A., Kudryavtsev E. V. Construction and Analysis of a Mathematical Model of the Spatial and Temporal Characteristics of Traffic Flows // Automatic Control and Computer Sciences. Allerton Press, Inc. 2014. Vol. 48. N 6. P. 358–367.

3. Fedotkin A. M. Determination of the stationary regime of recurrent Markov chains by the iterative-majorant method // Bulletin of the Lobachevsky University of Nizhny Novgorod. 2009. N 4. P. 130–140.

4. Fedotkin M. A., Fedotkin A. M., Kudryavtsev E. V. Dynamic models of non-uniform traffic flow on highways // Avtomatika i telemekhanika. Russian Academy of Sciences. 2020. N. 8. P. 149–164.

5. Fedotkin A. M., Fedotkin M. A. Model for refusals of elements of a controlling system // Transactions of the first French-Russian Conference on „Longevity, Aging and Degradation Models in Reliability, Public Health, Medicine and Biology, LAD' 2004". V. 2. Supported by UNESCO. Saint Petersburg: St. Petersburgs SPU. 2004. P. 136–151.

6. Fedotkin A. M. Matematicheskie modeli transportnyh potokov na avtomagistrali i na upravlyaemom po ciklicheskomu algoritmu perekrestke // Nizhegorodskij gosudarstvennyj universitet im N. I. Lobachevskogo. 2009. Dep. v VINITI 11.01.09, № 5-B2009.

7. Fedotkin M. A. Fedotkin A. A. Vyhodnye processy pri ciklicheskom upravlenii neordinarnymi potokami // Sbornik nauchnyh statej Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii „Teoriya veroyatnostej, sluchajnye processy, matematicheskaya statistika i prilozheniya". Minsk: BGU. 2008. P. 362–369.

8. Fedotkin A. M. Arifmeticheskie svojstva raspredelenij vyhodnogo processa pri ciklicheskom upravlenii potokami Gnedenko-Kovalenko // Nizhegorodskij gosudarstvennyj universitet im N. I. Lobachevskogo. 2009. Dep. v VINITI 14.04.09, N 213-B2009.

9. Fedotkin A. M. Svojstva upravlyaemoj vektornoj markovskoj cepi so schetnym chislom sostoyanij, udovletvoryayushchej rekurrentnym sootnosheniyam // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. 2009. N 3. P. 122–141.

10. Fedotkin A. A. , Fedotkin A. M. Izuchenie svojstv potoka Gnedenko-Kovalenko // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. 2008. N 6. P. 156–160.

11. Fedotkin A. A. , Fedotkin A. M. Issledovanie realizacii transportnogo potoka Bartletta // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. 2013. N 3. P. 195–199.

12. Fedotkin A. M. , Golisheva N. M. Ciklicheskoe upravlenie konfliktnymi potokami Gnedenko–Kovalenko // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. 2014. N 4. P. 382–388.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ КОНФЛИКТНЫМИ ПОТОКАМИ

А. М. Федоткин

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия

УДК 519.21
DOI: 10.24412/2073-0667-2021-2-69-80

В данной статье рассматривается неклассическая система массового обслуживания с ожиданием, в которой осуществляется управление m конфликтными потоками в классе циклических алгоритмов. Конфликтность потоков означает, что их нельзя суммировать, и это не позволяет свести задачу к более простому случаю с одним потоком. Обслуживание требований из различных конфликтных потоков происходит в непересекающиеся промежутки времени. Кроме того, есть еще дополнительные промежутки времени — переналадки, за счет которых разрешается проблема конфликтности потоков. Такого рода системы являются адекватными моделями реально действующих систем по переработке и передаче информации, технологических систем, транспортных систем и т. д.
В отличие от большинства известных трудов, для построения математической модели выходных потоков в работе используется так называемое нелокальное описание потока требований. В описание выходных потоков включены состояние обслуживающего устройства и величины очередей по конфликтным потокам. Заметим, что функционирование рассматриваемой системы обслуживания неоднородных требований и управления конфликтными потоками в непрерывном времени является сложным немарковским процессом. Поэтому изучение характеристик системы и свойств выходных потоков в непрерывном времени является трудноразрешимой задачей. В этой статье обосновывается методика численного исследования системы методами имитационного моделирования с использованием компьютерных и информационных технологий. Результаты исследований динамики выходных процессов обслуживания требований на имитационной модели проинтерпретированы на задаче управления конфликтными неоднородными транспортными потоками на изолированных перекрестках.

Ключевые слова: конфликтный поток, однородная марковская последовательность, условное распределение, марковский процесс.

Введение. В отличие от большинства известных трудов, для построения математической модели выходных потоков в работе используется так называемое нелокальное описание потока требований, предложенное в [1–6].

В описание выходных потоков включены состояние обслуживающего устройства и величины очередей по конфликтным потокам. Заметим, что функционирование рассматриваемой системы обслуживания неоднородных требований и управления конфликтными потоками в непрерывном времени является сложным немарковским процессом. Поэтому изучение характеристик системы и свойств выходных потоков в непрерывном времени является трудноразрешимой задачей. Используя теоретические результаты работ [7–12], в этой статье обосновывается методика численного исследования системы методами имитационного моделирования с использованием компьютерных и информационных технологий. Результаты исследований динамики выходных процессов обслуживания требований на имитационной модели проинтерпретированы на задаче управления конфликтными неоднородными транспортными потоками на изолированных перекрестках.

1. Постановка задачи на содержательном уровне. Рассматривается задача циклического управления m конфликтными потоками $\overline{\Pi}_1$, $\overline{\Pi}_2$, $\ldots$, $\overline{\Pi}_m$ неоднородных требований при их обслуживании системой. Входные потоки $\overline{\Pi}_j$, $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ считаются конфликтными и независимыми. Конфликтность входных потоков означает, что обслуживание потоков должно происходить в непересекающиеся промежутки времени. Более того, указанные промежутки должны быть разделены промежутками времени, в которые запрещается обслуживание каких-либо требований. Требования потока $\overline{\Pi}_j$ поступают только в накопитель O_j с неограниченным числом мест для ожидания. В системе без потерь заявок имеется возможность фиксировать выходящий поток Π_j при неограниченном запасе ожидающих требований в накопителе O_j и при максимальном использовании ресурсов обслуживающего устройства при каждом $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Потоки Π_1, Π_2, $\ldots$, Π_m называются потоками насыщения. Необходимость введения потоков насыщения возникает в первую очередь в тех реальных системах массового обслуживания, в которых заранее понятно, что длительности обслуживаний различных требований могут определяться состоянием системы обслуживания и, как следствие, быть зависимыми и иметь разные отличающиеся законы распределения. В качестве примера можно привести процесс пересечения транспортными средствами стоп-линии при разрешающем зеленом сигнале светофора. При наличии очереди первые машины только трогаются с места и совершают переезд медленнее, чем те, кто приезжает к перекрестку на промежутке зеленого света и продолжает движение на максимальной скорости. Обслуживающее устройство имеет $2m$ состояний $\Gamma^{(1)}$, $\Gamma^{(2)}$, $\ldots$, $\Gamma^{(2m)}$. При фиксированном $n \in \{1, 2, \ldots, 2m\}$ длительность пребывания в состоянии $\Gamma^{(n)}$ равна T_n. Для всех $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ обслуживаются только требования потока $\Gamma^{(2j-1)}$. Максимально возможное число обслуженных требований потока $\overline{\Pi}_j$ в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$ определяется потоком насыщения Π_j и равно l_j. Для всех $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ в состоянии $\Gamma^{(2j)}$ требования каждого из потоков не обслуживаются. Обслуживающее устройство изменяет состояния циклически в следующей последовательности: $\Gamma^{(1)} \to \Gamma^{(2)} \to \ldots \to \Gamma^{(2m)} \to \Gamma^{(1)} \to \ldots$ Итак, обслуживание конфликтных потоков происходит в непересекающиеся промежутки времени, которые разделены интервалами переналадок. Адекватной математической моделью такого рода реальных задач являются управляющие системы обслуживания с переменной структурой [1].

2. Численное исследование выходных процессов. Входные потоки $\overline{\Pi}_1, \overline{\Pi}_2, \ldots, \overline{\Pi}_m$ считаем неординарными пуассоновскими случайными процессами Гнеденко-Коваленко [1]. Тогда последовательность вызывающих моментов, в которые требования поступают в систему по каждому потоку $\overline{\Pi}_j$, представляет собой пуассоновский процесс с параметром λ_j. Более того, допустим, что в каждый из этих моментов появляются одна или две заявки соответственно с вероятностями p_j или $q_j = 1 \breve{} p_j$. Пусть случайная величина $\eta_j(t)$ при каждом $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$ определяет число поступивших требований в накопитель O_j по потоку $\overline{\Pi}_j$ за промежуток времени $[0, t)$. Важной характеристикой процесса циклического управления конфликтными потоками требований является загрузка системы обслуживания по каждому потоку и ее общая загрузка по всем или только по некоторым заранее фиксированным потокам. К сожалению, определение загрузки управляемых нетрадиционных систем массового обслуживания всегда представляет собой трудную задачу. В классических одноканальных системах с неограниченной очередью, пуассоновским входным потоком и обслуживанием требований по показательному закону вероятность того, что в стационарном режиме в системе будет не менее одного требования, равна $\lambda\mu^{-1} < 1$. Здесь параметры λ и μ являются интенсивностями поступления и, соответственно, обслуживания требований. Пусть $\theta(t)$ есть суммарная длина тех промежутков времени между нулем и моментом t, в течение которых в системе будет не менее одного требования. Хорошо известно, что для любого $\varepsilon > 0$ имеет место предельное равенство

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{P}(|t^{-1}\theta(t) - \lambda\mu^{-1}| < \varepsilon) = 1.$$

Случайная величина вида $t^{-1}\theta(t)$ определяет среднее относительное время занятости системы на промежутке $[0,t)$ и приближенно при достаточно больших значениях t совпадает с величиной $\lambda\mu^{-1}$ в смысле сходимости по вероятности. Поэтому постоянную $\lambda\mu^{-1}$ естественно называют загрузкой или мерой занятости системы.

Будем теперь для задачи об управлении конфликтными потоками требований в классе циклических алгоритмов рассуждать аналогичным способом. Тогда вероятность ρ_j того, что в стационарном режиме в системе обслуживания по потоку $\overline{\Pi}_j$ будет не менее одной заявки, можно назвать загрузкой системы по этому потоку. Пусть мы хотим определить общую загрузку $\rho_{1,2}$ системы, например, по двум потокам $\overline{\Pi}_1$ и $\overline{\Pi}_2$. Тогда, в силу независимости входных потоков, потоков насыщения и циклического переключения состояний обслуживающего устройства, удается получить [3], что вероятность наличия не менее одной машины хотя бы в одном из потоков $\overline{\Pi}_1$ и $\overline{\Pi}_2$ равна $\rho_1 + \rho_2 - \rho_1\rho_2$. Поэтому можно считать, что по потокам $\overline{\Pi}_1$ и $\overline{\Pi}_2$ общая загрузка $\rho_{1,2} = \rho_1 + \rho_2 - \rho_1\rho_2$. К сожалению, для процесса управления конфликтными транспортными потоками при $l_j \neq 1$ не удается определить простую формулу для вероятности ρ_j. Только при $l_j = 1$ в работе [3] было получено, что для стационарного режима вероятность наличия на перекрестке по потоку $\overline{\Pi}_j$ не менее одного требования равна

$$\rho_j = 1 - \frac{e^{\lambda_j T}}{2m}(1 + e^{-\lambda_j T_{2j}} + e^{-\lambda_j (T_{2j}+T_{2j}+1)} + \ldots + e^{-\lambda_j (T - T_{2j}-1)})(1 - \lambda_j(1+q_j)),$$

где $T = T_1 + T_2 + \ldots + T_{2m}$. Даже эта формула является сложной для вычислений без компьютера. Поэтому возникает непростая задача определения оценки $\widetilde{\rho}_j$ для загрузки ρ_j по потоку $\overline{\Pi}_j$ при $l_j \neq 1$.

Если необходимые и достаточные условия существования стационарного режима в управляемой системе массового обслуживания совпадают и простым образом зависят от интенсивностей поступления и обслуживания требований, то эти условия, как правило, являются основой определения загрузки или, в крайнем случае, оценки для загрузки. Так необходимые и достаточные условия существования стационарного режима в системе по потоку j, согласно результатам работы [3], можно записать в виде $\lambda_j T(1+q_j)/l_j < 1$ или в эквивалентном форме $\lambda_j T(1+q_j)/[\mu_j T_{2j-1}] < 1$. Здесь параметр μ_j^{-1} определяет среднее время обслуживания требования потока $\overline{\Pi}_j$ и $l_j = [\mu_j T_{2j-1}]$. Отсюда следует, что в качестве оценки $\widetilde{\rho}_j$ можно предложить формулу вида: $\widetilde{\rho}_j = \widetilde{\rho}_j(\lambda_j, q_j, \mu_j, T, T_{2j-1}) = \lambda_j T(1+q_j)/[\mu_j T_{2j-1}]$. Будем считать выбранную оценку $\widetilde{\rho}_j$ приемлемой или подходящей, если она удовлетворяет следующим естественным требованиям: 1) для оценки $\widetilde{\rho}_j$ выполняется неравенство $0 < \widetilde{\rho}_j < 1$; 2) при заданных параметрах T и T_{2j-1} значение оценки

$\widetilde{\rho}_j(\lambda_j, q_j, \mu_j, T, T_{2j-1})$ не убывает с ростом каждого из параметров λ_j, q_j и не возрастает с ростом каждого из параметров μ_j, T_{2j-1}; 3) если при некоторых изменениях набора параметров λ_j, q_j, μ_j, T и T_{2j-1} значение $\lambda_j T(1+q_j) - [\mu_j T_{2j-1}]$ приближается к нулю, то значение оценки $\widetilde{\rho}_j$ должно стремиться к единице. Легко проверить, что предлагаемая оценка $\widetilde{\rho}_j$ при $\lambda_j T(1+q_j) < [\mu_j T_{2j-1}]$ является подходящей. В дальнейшем, ради простоты, оценку $\widetilde{\rho}_j$ будем называть квазизагрузкой по потоку $\overline{\Pi}_j$. Теперь можно привести следующую подходящую оценку

$$\widetilde{\rho}_{1,2}(\lambda_1, q_1, \mu_1, \lambda_2, q_2, \mu_2, T, T_1, T_3) = \widetilde{\rho}_1 + \widetilde{\rho}_2 - \widetilde{\rho}_1\widetilde{\rho}_2$$

для загрузки $\rho_{1,2} = \rho_1 + \rho_2 - \rho_1\rho_2$ системы по двум потокам $\overline{\Pi}_1$ и $\overline{\Pi}_2$.

Наблюдения за различными реальными экспериментами показывают, что с увеличением загрузки системы, как правило, увеличивается время T_{trans} переходного процесса системы для ее вхождения в квазистационарный режим и время компьютерного моделирования для вычисления ее вероятностных и числовых характеристик с заданной степенью точности и надежности. В силу этого при выборе как параметров алгоритма определения момента T_{trans} окончания переходного процесса системы, так и при задании точности и надежности для вычислений ее вероятностных и числовых характеристик существенно учитывается значение оценки загрузки системы. Для стационарного режима системы при $l_j \neq 1$ аналитически не удается получить обозримые формулы для законов распределения длин очередей, времени ожидания обслуживания и, наконец, для законов распределения выходных потоков. Для получения оценок указанных законов распределения, некоторых их числовых характеристик и для решения задачи оптимизации по условию минимума среднего взвешенного времени ожидания начала обслуживания требования в системе произвольного потока была разработана компьютерная имитационная видеомодель процесса циклического управления m потоками.

Пусть символ $v = 1, 2, \ldots$ задает порядковый номер требования при его поступлении в накопитель O_j системы обслуживания. Обозначим через $\gamma^0_{j,v}$ время (в секундах) ожидания начала обслуживания v-ой заявки потока $\overline{\Pi}_j$ в системе с нулевыми начальными очередями и через $\gamma^+_{j,v}$ время (в секундах) ожидания начала обслуживания v-ой заявки потока $\overline{\Pi}_j$ в системе с заданными ненулевыми начальными очередями. На первом этапе имитационного моделирования происходит вычисление времени T_{trans} (в секундах) переходного процесса или момента достижения системой квазистационарного режима. Для этого по каждому потоку $\overline{\Pi}_j$ последовательно по $v = 1, 2, \ldots$ происходило вычисление средних арифметических

$$\widetilde{M}(\gamma^0_{j,v}) = v^{-1}(\gamma^0_{j,1} + \gamma^0_{j,2} + \ldots + \gamma^0_{j,v}), \quad v = 1, 2, \ldots,$$

наблюдаемых времен ожидания в системе с нулевыми начальными очередями и вычисление средних арифметических

$$\widetilde{M}(\gamma^+_{j,v}) = v^{-1}(\gamma^+_{j,1} + \gamma^+_{j,2} + \ldots + \gamma^+_{j,v}), \quad v = 1, 2, \ldots,$$

наблюдаемых времен ожидания в системе с заданной величиной $x_{j,0} > 0$ начальной очереди. Наступление момента T_{trans} квазистационарного режима или окончания времени квазипереходного процесса в системе считалось тогда, когда первый раз происходило k кратное по v выполнение условия вида

$$|(\widetilde{M}(\gamma^0_{j,v}) - \widetilde{M}(\gamma^+_{j,v}))/\widetilde{M}(\gamma^0_{j,v})| < \delta$$

сразу для всех $j = 1, 2, \ldots, m$. Здесь натуральное число k и $0 < \delta < 1$ являются заданными параметрами алгоритма определения оценки времени $\widetilde{T}_{trans}$ переходного процесса. На втором этапе продолжалось имитационное моделирование только системы с нулевыми начальными очередями с целью вычисления по каждому из m потоков оценок с заданной точностью ε для основных характеристик системы в квазистационарном режиме. При этом значение точности ε конкретной оценки было равно произведению некоторой константы Δ на значение этой оценки. На имитационной модели для потока $\overline{\Pi}_j$ в квазистационарном режиме с заданной надежностью β и заданной точностью ε вычислялись следующие оценки: 1) оценки $\widetilde{M}(\gamma_j)$ и $\widetilde{D}(\gamma_j)$ для математического ожидания и, соответственно, для дисперсии времени γ_j ожидания начала обслуживания произвольной заявки $\overline{\Pi}_j$; 2) оценка вида $\widetilde{M}(\gamma) = (\sum_{j=1}^m \lambda_j(1+q_j))^{-1} \sum_{j=1}^m \lambda_j(1+q_j)\widetilde{M}(\gamma_j)$ для математического ожидания среднего взвешенного времени γ ожидания начала обслуживания заявки произвольного потока; 3) оценки $\widetilde{M}(æ_j)$ и $\widetilde{D}(æ_j)$ для математического ожидания и, соответственно, дисперсии случайной длины $æ_j$ очереди машин потока $\overline{\Pi}_j$ в произвольный момент включения обслуживающим устройством состояния $\Gamma^{(2j\check{}1)}$; 4) оценки $\widetilde{M}(\xi'_j)$ и $\widetilde{D}(\xi'_j)$ для математического ожидания и, соответственно, дисперсии случайного числа ξ'_j требований потока $\overline{\Pi}_j$, покидающих накопитель O_j за промежуток T_{2j-1}; 5) значение $\widetilde{\rho}_j$ оценки квазизагрузки системы по каждому потоку $\overline{\Pi}_j$ и значение $\widetilde{\rho}_{1,2}$ оценки для общей загрузки системы, например, по потокам $\overline{\Pi}_1$ и $\overline{\Pi}_2$; 6) оценка закона распределения и вид гистограммы относительных частот для величины ξ'_j. В качестве иллюстрации эффективности совместного применения аналитических методов и метода имитационного моделирования приведем решение следующих конкретных задач. Первая задача заключается в качественно-численном исследовании процесса циклического управления только двумя наиболее интенсивными транспортными потоками $\overline{\Pi}_1$ и $\overline{\Pi}_2$ на перекрестке. Поэтому светофор (обслуживающее устройство) имеет четыре фазы или состояния $\Gamma^{(1)}$, $\Gamma^{(2)}$, $\Gamma^{(3)}$ and $\Gamma^{(4)}$. Вторая задача — это определение квазиоптимальной длительности T_1^* зеленой фазы (состояния) $\Gamma^{(1)}$ для потока $\overline{\Pi}_1$ и квазиоптимальной длительности T_3^* зеленой фазы (состояния) $\Gamma^{(3)}$ для потока $\overline{\Pi}_2$ по условию минимума для оценки $\widetilde{M}(\gamma)$ математического ожидания среднего взвешенного времени ожидания начала обслуживания машины произвольного транспортного потока.

Программная реализация имитационной модели на компьютере выполнена средствами разработок Embarcadero Delphi 10.4.1 на языке Object Pascal. Имитационная модель может работать как в режиме, когда требования покидают систему группами, так и в режиме, когда заявки обслуживаются последовательно по одной по мере их поступления. Компьютерная имитационная модель позволяет не только в режиме счета вычислить основные характеристики работы перекрестка с заданной степенью точности и надежности и на этой основе найти квазиоптимальное управление потоками, но также позволяет наблюдать в видеорежиме весь процесс обслуживания требований и управление конфликтными потоками на примере движения автомобилей на перекрестке.

Рассмотрим пример реального перекрестка, для которого $\lambda_1 = 0{,}16$ машин/с, $q_1 = 0{,}3$, $\mu_1 = 1$ машин/с, $\lambda_2 = 0{,}22$ машин/с, $q_2 = 0{,}4$, $\mu_2 = 1$ машин/с, $T_2 = T_4 = 4$ с. Используя имитационную модель при $k = 2$, $\delta = 0{,}1$, $\beta = 0{,}9$, $\Delta = 0{,}02$ и модифицированный метод покоординатного спуска, были определены квазиоптимальные значения $T_1^* = 10$ с и $T_3^* = 15$ с. длительностей зеленых фаз светофора для потока $\overline{\Pi}_1$ и соответственно для потока $\overline{\Pi}_2$. Значения T_1^* и T_3^* обеспечивают квазизагрузку $\rho_{1,2} = 0{,}8989$ и значение величины

Таблица 1

Значения оценок характеристик на кривой равных квазизагрузок

T	T_1	T_3	$\widetilde{M}(\gamma_1)$	$\widetilde{M}(\gamma_2)$	$\widetilde{M}(\gamma)$	$\widetilde{M}(\text{æ}_1)$	$\widetilde{M}(\text{æ}_2)$	$\widetilde{\rho}_1$	$\widetilde{\rho}_2$	$\widetilde{\rho}_{1,2}$	$\widetilde{D}(\text{æ}_1)$	$\widetilde{D}(\text{æ}_2)$	$\widetilde{D}(\xi_1')$
30	9	13	12,883	10,0960	11,220	5,1486	6,1482	0,6933	0,711	0,9113	8,7867	11,635	5,598
31	9	14	14,322	9,2331	11,280	5,4963	5,9406	0,7164	0,682	0,9098	10,5700	10,270	5,534
32	10	14	12,201	10,5290	11,183	5,0690	6,6167	0,6656	0,704	0,9010	8,1432	12,443	6,499
33	10	15	13,148	9,3841	10,903	5,3938	6,1513	0,6864	0,678	0,8989	8,5311	11,086	6,616
34	10	16	14,324	9,1314	11,226	5,8074	6,1556	0,7072	0,655	0,8989	9,3487	11,067	6,409

Таблица 2

Значения оценок основных характеристик на прямой $T_1 + T_2 = 25$

T	T_1	T_3	$\widetilde{M}(\gamma_1)$	$\widetilde{M}(\gamma_2)$	$\widetilde{M}(\gamma)$	$\widetilde{M}(\text{æ}_1)$	$\widetilde{M}(\text{æ}_2)$	$\widetilde{\rho}_1$	$\widetilde{\rho}_2$	$\widetilde{\rho}_{1,2}$	$\widetilde{D}(\text{æ}_1)$	$\widetilde{D}(\text{æ}_2)$	$\widetilde{D}(\xi_1')$
33	8	17	25,5660	7,3854	14,739	8,0262	5,4289	0,858	0,5979	0,9429	25,5150	9,0236	3,167
33	9	16	17,4340	8,2612	11,957	6,4330	5,6971	0,763	0,6353	0,9134	13,9250	9,8279	4,901
33	10	15	13,1480	9,3841	10,903	5,3938	6,1513	0,686	0,6776	0,8989	8,5311	11,0860	6,616
33	11	14	11,5710	10,9960	11,239	5,0696	6,7562	0,624	0,7260	0,8970	8,2046	12,0920	7,463
33	12	13	10,1040	13,0420	11,923	4,6664	7,3472	0,572	0,7819	0,9066	7,2232	16,1610	8,385
33	13	12	8,8784	18,3700	14,090	4,2971	9,2859	0,528	0,8470	0,9278	6,3238	23,6060	8,732
33	14	11	7,9915	33,4080	23,223	4,1897	14,0670	0,490	0,9240	0,9613	5,5462	66,6070	8,696

$\widetilde{M}(\gamma)$, равное 10,93 с. Для сравнения укажем, что используемые на практике длительности $T_1 = 41$ с и $T_3 = 51$ с дают значение $\widetilde{M}(\gamma) = 20{,}265$ с и значение $\widetilde{\rho}_{1,2} = 0{,}8049$.

В табл. 1 приведена часть результатов счета в точках на кривой равных квазизагрузок, а в табл. 2 приведены результаты счета на прямой $T_1 + T_2 = 25$. Отметим, что полный перебор включает 431 точку. Квазиоптимальные длительности $T_1^* = 10$ и $T_3^* = 15$ фаз светофора обеспечивают общую квазизагрузку $\rho_{1,2} = 0{,}8989$ и минимальное значение величины $\widetilde{M}(\gamma)$, равное 10,903, и тем самым решают задачу оптимизации по критерию $\widetilde{M}(\gamma)$.

Для сравнения укажем, что используемые на практике более продолжительные длительности $T_1 = 41$ и $T_3 = 51$ обеспечивают общую квазизагрузку $\rho_{1,2}^* = 0{,}80486$ и дают значение оценки $\widetilde{M}(\gamma)$ среднего взвешенного времени γ ожидания начала обслуживания машины произвольного потока на таком перекрестке, равное величине 20,265. Оценки для среднего времени ожидания машины произвольного потока, как правило, уменьшаются при сокращении значения периода T циклического управления. Например, для этого перекрестка при фиксированном $T = 60$ квазиоптимальное значение для T_1 равно 20, которое обеспечивает общую квазизагрузку $\rho_{1,2}^* = 0{,}84114$ и оценку $\widetilde{M}(\gamma) = 13{,}808$. Эта оценка меньше величины 20,265, которая соответствует значению $T_1 = 41$ и $T_3 = 51$. Заметим, что для этого перекрестка в области существования стационарного режима минимальное значение общей квазизагрузки равно 0,7661, которое достигается при $T = 10000$, $T_1 = 4028$.

Для квазиоптимального управления $T_1^* = 10$ и $T_3^* = 15$ найдем на имитационной модели более точные оценки основных характеристик этого перекрестка. Пусть теперь параметры δ и Δ расчета оценок соответственно равны: $\delta = 0{,}09$ и $\Delta = 0{,}01$. В этом случае более точный численный расчет оценок характеристик дает следующие результаты:

a) оценка $\widetilde{T}_{trans}$ времени T_{trans} переходного процесса равна 472;

b) оценка $\widetilde{M}(\gamma_1) = 13{,}178$ с точностью $\epsilon_{1,1} = 0{,}1317$ и оценка $\widetilde{M}(\gamma_2) = 9{,}4986$ с точностью $\epsilon_{1,2} = 0{,}0949$ для среднего значения времени ожидания начала обслуживания машины по потоку Π_1 и, соответственно, по потоку Π_2;

c) оценка $\widetilde{M}(\gamma) = 10{,}982$ среднего взвешенного времени γ ожидания начала обслуживания машины произвольного потока;

Таблица 3

Значения оценок характеристик

T	T_1	T_3	$\widetilde{M}(\gamma_1)$	$\widetilde{M}(\gamma_2)$	$\widetilde{M}(\gamma)$	$\widetilde{D}(\xi_1')$
33	10	15	13,148	9,3841	10,903	9,5337
40	12	20	15,096	8,9403	11,398	12,827
60	20	32	18,223	10,854	13,808	22,235
80	27	45	23,493	12,316	16,812	30,993
100	34	58	28,722	14,096	19,979	41,793

d) оценка $\widetilde{D}(\gamma_1) = 84{,}9$ с точностью $\epsilon_{2,1} = 0{,}849$ и оценка $\widetilde{D}(\gamma_2) = 60{,}2$ с точностью $\epsilon_{2,2} = 0{,}602$ для дисперсии времени ожидания начала обслуживания машины по потоку Π_1 и, соответственно, по потоку Π_2;

e) оценка $\widetilde{M}(\text{æ}_1) = 5{,}3459$ с точностью $\epsilon_{3,1} = 0{,}0534$ и оценка $\widetilde{M}(\text{æ}_2) = 6{,}2151$ с точностью $\epsilon_{3,2} = 0{,}0621$ для средней длины очереди машин по потоку Π_1 и, соответственно, по потоку Π_2 в момент включения для каждого из них зеленой фазы обслуживания;

f) оценка $\widetilde{D}(\text{æ}_1) = 8{,}7962$ с точностью $\epsilon_{4,1} = 0{,}0879$ и $\widetilde{D}(\text{æ}_2) = 10{,}866$ с точностью $\epsilon_{4,2} = 0{,}1086$ для дисперсии длины очереди машин по потоку Π_1 и, соответственно, по потоку Π_2 в момент включения для каждого из них зеленой фазы обслуживания;

g) оценка $\widetilde{M}(\xi_1') = 6{,}795$ с точностью $\epsilon_{5,1} = 0{,}0679$ и оценка $\widetilde{M}(\xi_2') = 10{,}132$ с точностью $\epsilon_{5,2} = 0{,}1013$ среднего числа машин, которые покидают перекресток за зеленую фазу по потоку Π_1 и, соответственно, по потоку Π_2;

h) оценка $\widetilde{D}(\xi_1') = 6{,}6377$ с точностью $\epsilon_{6,1} = 0{,}0663$ и оценка $\widetilde{D}(\xi_2') = 11{,}733$ с точностью $\epsilon_{6,2} = 0{,}1173$ дисперсии числа машин, которые покидают перекресток за зеленую фазу по потоку Π_1 и, соответственно, по потоку Π_2.

Качественно-численные исследования на имитационной модели позволяют сделать очень важный вывод для выходных потоков при квазиоптимальном управлении конфликтными потоками в классе циклических алгоритмов. При квазиоптимальном управлении конфликтными потоками в классе циклических алгоритмов оценка $\widetilde{D}(\xi')$ средней взвешенной дисперсии выходного потока принимает относительно небольшие значения. Например, для перекрестка с параметрами $\lambda_1 = 0{,}16$, $q_1 = 0{,}3$, $\mu_1 = 1$, $\lambda_2 = 0{,}22$, $q_2 = 0{,}4$, $\mu_2 = 1$ и $T_2 = T_4 = T_0 = 4$ при квазиоптимальном управлении оценка $\widetilde{D}(\xi')$ средней взвешенной дисперсии выходного потока равна 9,5337.

В табл. 3 при заданных длительностях периода $T = 33, 40, 60, 80, 100$ циклического управления приведены соответствующие значения: a) квазиоптимальных параметров длительностей T_1 и T_3 фаз автомата-светофора; b) оценки $\widetilde{M}(\gamma_1)$ для среднего значения времени ожидания начала обслуживания машины по потоку Π_1; c) оценки $\widetilde{M}(\gamma_2)$ для среднего значения времени ожидания начала обслуживания машины по потоку Π_2; d) оценки $\widetilde{M}(\gamma)$ для среднего взвешенного времени ожидания начала обслуживания машины произвольного потока; e) оценки $\widetilde{D}(\xi')$ для средней взвешенной дисперсии выходного потока. Из этой таблицы легко видеть, что происходит резкое увеличение оценки $\widetilde{D}(\xi')$ для средней взвешенной дисперсии выходного потока при отклонении от квазиоптимальных значений параметров управления. Ясно, что выходные потоки машин с некоторого перекрестка поступают на следующий соседний с ним перекресток и являются для следующего перекрестка уже входными потоками. На практике хорошо известно, что алгоритм управления на перекрестке будет более простым (например, с фиксированным ритмом переключения) и тем успешнее, чем меньше дисперсия входного потока, т. е. чем более стандартизованы выходные и входные потоки. Этот вывод подтверждает часто выдвигаемый тезис для случайных экспериментов с управлением о том, что сравнительно большое значение дисперсии некоторой характеристики случайного эксперимента есть результат неоптимального управления.

Список литературы

1. Федоткин А. М., Федоткин М. А. Анализ и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными транспортными потоками Гнеденко-Коваленко // Автоматика и телемеханика. РАН. 2009. № 12. С. 92–108.

2. Fedotkin A. M., Fedotkin M. A., Kudryavtsev E. V. Construction and Analysis of a Mathematical Model of Spatial and Temporal Characteristics of Traffic Flows // Automatic Control and Computer Sciences. Allerton Press, Inc. 2014. Vol. 48. N 6. P. 358–367.

3. Федоткин А.М. Определение стационарного режима рекуррентных марковских цепей итеративно-мажорантным методом // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2009. № 4. С. 130–140.

4. Федоткин М.А., Федоткин А.М., Кудрявцев Е.В. Динамические модели неоднородного потока транспорта на магистралях // Автоматика и телемеханика. РАН. 2020. № 8. С. 149–164.

5. Fedotkin A. M., Fedotkin M. A. Model for refusals of elements of a controlling system // Transactions of the first French-Russian Conference on „Longevity, Aging and Degradation Models in Reliability, Public Health, Medicine and Biology, LAD' 2004". V. 2. Supported by UNESCO. Saint Petersburg: St. Petersburgs SPU. 2004. P. 136–151.

6. Федоткин А. М. Математические модели транспортных потоков на автомагистрали и на управляемом по циклическому алгоритму перекрестке // Нижегородский государственный университет им Н. И. Лобачевского. 2009. Деп. в ВИНИТИ 11.01.09, № 5-В2009.

7. Федоткин М. А., Федоткин А. А. Выходные процессы при циклическом управлении неординарными потоками // Сборник научных статей Международной научной конференции „Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения". Минск: БГУ. 2008. С. 362–369.

8. Федоткин А. М. Арифметические свойства распределений выходного процесса при циклическом управлении потоками Гнеденко-Коваленко. // Нижегородский государственный университет им Н. И. Лобачевского. 2009. 24 с. Деп. в ВИНИТИ 14.04.09, № 213-В2009.

9. Федоткин А. М. Свойства управляемой векторной марковской цепи со счетным числом состояний, удовлетворяющей рекуррентным соотношениям // Нижний Новгород. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2009. № 3. С. 122–141.

10. Федоткин А. А., Федоткин А. М. Изучение свойств потока Гнеденко-Коваленко // Нижний Новгород. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2008. № 6. С. 156–160.

11. Федоткин А. А., Федоткин А. М. Исследование реализации транспортного потока Бартлетта. // Нижний Новгород. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2013. № 3. С. 195–199.

12. Федоткин А. М. , Голышева Н.М. Циклическое управление конфликтными потоками Гнеденко-Коваленко // Нижний Новгород. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2014. № 4. С. 382–388.

Федоткин А. М. — e-mail: `fandr@vmk.unn.ru`; тел. +79519190935. Родился 30 сентября 1961 года в г. Горьком. В 1983 закончил Горьковский государственный университет им. Н. И. Лобачевского.

С 1983 года и по настоящее время работает в Нижегородском государственном университете (ННГУ) им. Н.И. Лобачевского. Осуществляет педагогическую и научную деятельность в Институте информационных технологий математики и механики (ИИТММ) на кафедре „Дифференциальные уравнения, математический и численный анализ“ (ДУМЧА). Читает лекции по дисциплинам: „Математический анализ“, „Численные методы“, „Теория управляющих систем“, „Оптимальное управление конфликтными потоками“.

В 2009 году Федоткину А. М. присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук. Тема диссертации — „Моделирование и оптимизация выходных процессов при циклическом управлении конфликтными потоками Гнеденко-Коваленко“.

В 2012 году Федоткину А. М. было присвоено ученое звание доцента.

Область научных интересов Федоткина А. М.: построение математических моделей сложных систем, использование методов математического анализа, теории вероятностей, численных методов и имитационного моделирования для исследования построенных моделей и оптимизации реальных систем, задачи оптимального управления.

Имеет более 50 публикаций, в том числе учебных изданий и научных трудов. Получено 1 авторское свидетельство об изобретении (патент), (авторское свидетельство на изобретение № 1632045 A1 приоритет изобретения 20.06.1989 от 01.11.1990).

В настоящее время Федоткин А. М. занимает должность доцента кафедры Дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий математики и механики ННГУ.

Fedotkin Andrey Mihailovich was born on September 30, 1961 in the city of Gorky. In 1983 he graduated with honors from the Nizhny Novgorod State University. N. I. Lobachevsky.

Since 1983 and currently works in the Nizhny Novgorod State University (UNN) to them. N. I. Lobachevsky. Carries out teaching activities at the Institute of Information Technologies of Mathematics and Mechanics (IITMM). Lectures on disciplines: „ Mathematical analysis“, „Methods of computation“, „Theory of control systems“.

In 2009 he was awarded the scientific degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences.

In 2012, Fedotkin A. M. was awarded the academic title of associate professor.

The area of scientific interests of Fedotkin A. M.: theory of control, construction of mathematical models of complex systems, the use of methods of probability theory, mathematical statistics and simulation to study the constructed models and optimization of real systems.

Has over 50 publications, including educational publications and scientific papers.

Currently Fedotkin A. M. holds the position of Associate Professor at the Department of DUMCHA at IITMM, NNSU.

Дата поступления — 06.03.2021