

ON RELIABILITY OF A TETHERED UNMANNED HIGH-ALTITUDE PLATFORM USING K -OUT-OF- N SYSTEM AND MACHINE LEARNING METHODS

Ivanova N. M.* , V. M. Vishnevsky

*Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences
Moscow, 117997, Russia
Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University)
Moscow, 117198, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-4-16-39

The article considers the reliability of tethered unmanned high-altitude platforms. These platforms have great potential in the field of telecommunications. In remote and underdeveloped areas, they are one of the main means of communication, providing information interaction with mobile networks and the Internet. Moreover, the platforms are highly energy-efficient, since the long-term operation of these platforms is ensured by the electricity transportation from ground to board via a thin cable-rope. In this paper, the study of tethered high-altitude unmanned platforms is carried out using the so-called k -out-of- n systems. To assess reliability characteristics of such systems for arbitrary distributions of the life and repair time of system's elements new methods and algorithms have been developed. Moreover, to predict the reliability stationary characteristics of the k -out-of- n system, which adequately describes the operation of a tethered unmanned platform, machine learning methods were used for the first time. The results obtained are illustrated by numerical examples.

Key words: tethered unmanned high-altitude platform, k -out-of- n system, system's reliability, Markov process, stationary probabilities, simulation modeling, machine learning, TensorFlow library.

References

1. Mozaffari M., Saad W., Bennis M., Nam Y.-H., Debbah M. A Tutorial on UAVs for Wireless Networks: Applications, Challenges, and Open Problems // IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019. P. 410–438.
2. Khan M. A., Hamila R., Kiranyaz M. S., Gabbou A. M. A Novel UAV — Aided NetWork Architecture Using WiFi Direct // IEEE Access, 2019. V. 7. P. 67305–67318.
3. Tognon M., Franchi A. Theory and Applications for Control of Aerial Robots in Physical Interaction Through Tethers // Springer Tracts in Advanced Robotics, 2021. DOI: 10.1007/978-3-030-48659-4
4. Vishnevsky V. M., Mikhailov E. A., Tumchenok D. A. et al. Mathematical Model of the Operation of a Tethered Unmanned Platform under Wind Loading // Math Models Comput Simul, 2020. V. 12, P. 492–502. DOI: 10.1134/S2070048220040201
5. Kiribayashi S., Yakushigawa K., Nagatani K. Design and Development of Tether-Powered Multirotor Micro Unmanned Aerial Vehicle System for Remote-Controlled Construction Machine // Field and Service Robotics, 2018. P. 637–648.

The research is supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-29-06043 and the RUDN University Strategic Academic Leadership Program.

6. Vishnevsky V., Meshcheryakov R. Experience of Developing a Multifunctional Tethered High-Altitude Unmanned Platform of Long-Term Operation // *Lecture Notes in Computer Science*, 2019. V. 11659. DOI: 10.1007/978-3-030-26118-4_23
7. Wang G., Samarathunga W., Wang S. Uninterruptible Power Supply Design for Heavy Payload Tethered Hexarotors // *International Journal of Emerging Engineering Research and Technology*, 2016. V. 4, Iss. 2. P. 16–21.
8. Vishnevsky V.M., Tereschenko B.N., Tumchenok D.A., Shirvanyan A.M. Optimal Method for Uplink Transfer of Power and the Design of High-Voltage Cable for Tethered High-Altitude Unmanned Telecommunication Platforms // *Communications in Computer and Information Science*, 2017. V. 700. P. 240–247.
9. Kozyrev D.V., Phuong N.D., Houankpo H.G.K., Sokolov A. Reliability Evaluation of a Hexacopter-Based Flight Module of a Tethered Unmanned High-Altitude Platform // *Communications in Computer and Information Science*, 2019. V. 1141, P. 646–656. DOI: 10.1007/978-3-030-36625-4_52
10. Deborah K. Shepherd. *k-out-of-n Systems* // *Encyclopedia of Statistics in Quality and Reliability*, John Wiley & Sons, New York, 2008.
11. Vishnevsky, V.M., Kozyrev, D.V., Rykov, V.V., Nguyen, Z.F. Reliability modeling of an unmanned high-altitude module of a tethered telecommunication platform // *Information technology and computing systems*, 2020, Iss. 4 (In Russian) DOI 10.14357/20718632200403
12. Rykov V.V., Sukharev M.G., Itkin V.Y. Investigations of k-out-of-n systems application possibilities to objects of oil and gas industry // *Journal of Marine Science and Engineering*, 2020. V. 8, Iss. 11. DOI: 10.3390/jmse8110928.
13. Rykov, V., Kochueva, O., Farkhadov, M. Preventive Maintenance of a k-out-of-n System with Applications in Subsea Pipeline Monitoring // *Journal of Marine Science and Engineering*, 2021. V. 9, Iss. 85. DOI: 10.3390/jmse9010085
14. Yang C.-N., Lin Y.-C., Li P. Cheating immune k-out-of-n block-based progressive visual cryptography // *Journal of Information Security and Applications*, 2020. V. 55, Article ID 102660. DOI: 10.1016/j.jisa.2020.102660
15. Goyal N., Ram M., Amoli S., Suyal A. Sensitivity analysis of a three-unit series system under k-out-of-n redundancy // *Int. J. Q. Reliab. Manag.* 2017. V. 34. Iss. 6. P. 770–784. DOI:10.1108/IJQRM-07-2016-0106
16. Hu L., Liu S., Peng R., Liu Z. Reliability and sensitivity analysis of a repairable k-out-of-n:G system with two failure modes and retrial feature // *Communications in Statistics — Theory and Methods*, 2020. DOI: 10.1080/03610926.2020.1788083
17. Zhang Yu., Wu W., Tang Y. Analysis of an k-out-of-n: G system with repairman's single vacation and shut off rule // *Operations Research Perspectives*, 2017. DOI: 10.1016/j.orp.2017.02.002
18. Ivanova N. Modeling and Simulation of Reliability Function of a k-out-of-n: F System // *Communications in Computer and Information Science*, 2020. V. 1337. DOI: 10.1007/978-3-030-66242-4_22
19. Nelles O. Neural Networks // *Nonlinear System Identification*, 2020. DOI: 10.1007/978-3-030-47439-3_11
20. Castro A., Richart M., Baliosian J., Grampin E. Opportunities for AI/ML in Telecommunications Networks // *Association for Computing Machinery*, 2018. P. 89–95. DOI: 10.1145/3277103.3277131
21. Bonetto R. Computing in Communication Networks // *Machine learning*, 2021. P. 135–167. DOI:10.1016/B978-0-12-820488-7.00021-9
22. Rykov V. V., Ivanova N. M., Kozyrev D. V. Sensitivity Analysis of a k-out-of-n: F System Characteristics to Shapes of Input Distribution // *Lecture Notes in Computer Science*, 2020. V. 12563. DOI: 10.1007/978-3-030-66471-8_37

-
23. Rykov V., Kozyrev D. Analysis of Renewable Reliability Systems by Markovization Method // Lecture Notes in Computer Science, 2017. V. 10684. DOI: 10.1007/978-3-319-71504-9_19.
 24. Kuo W., Zuo M.J. Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications // John Wiley & Sons Inc., 2003.
 25. Hornik K., Stinchcombe M., White H. Multilayer feedforward networks are universal approximators // Neural Networks, 1989. DOI : 10.1016/0893-6080(89)90020-8
 26. Ruder S. An overview of gradient descent optimization algorithms // arXiv preprint, 2016. arXiv: 1609.04747.
 27. Abadi M., Agarwal A., Barham P., et al. TensorFlow: Large-Scale Machine Learning on Heterogeneous Distributed Systems. 2015.
 28. Wang Q., Ma Y., Zhao K. et al. A Comprehensive Survey of Loss Functions in Machine Learning // Ann. Data. Sci. 2020. DOI: 10.1007/s40745-020-00253-5
 29. Kingma D.P., Ba J. Adam: A Method for Stochastic Optimization // CoRR, 2015. abs/1412.6980.

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ПРИВЯЗНЫХ ВЫСОТНЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ПЛАТФОРМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ k -ИЗ- n И МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Н. М. Иванова*, В. М. Вишнеvский

*Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,
Москва, Россия, 117997
Российский университет дружбы народов (РУДН),
Москва, Россия, 117198

УДК 519.872

DOI: 10.24412/2073-0667-2021-4-16-39

В статье исследуется надежность привязных беспилотных телекоммуникационных платформ длительного функционирования с использованием математических моделей систем типа k -из- n . Разработаны новые методы и алгоритмы расчета стационарных характеристик таких систем, а также имитационные модели для оценки параметров надежности при произвольных функциях распределения времени жизни и восстановления элементов системы. Для предсказания характеристик надежности системы k -из- n , адекватно описывающей функционирование привязной беспилотной платформы, впервые применены методы машинного обучения. Полученные результаты иллюстрируются численными примерами.

Ключевые слова: привязные БПЛА, система k -из- n , надежность системы, Марковский процесс, стационарные вероятности состояний системы, имитационное моделирование, машинное обучение, нейронная сеть, библиотека TensorFlow.

Введение. В настоящее время широкое развитие получили высотные телекоммуникационные платформы, реализуемые на автономных беспилотных летательных аппаратах [1, 2]. Основным недостатком автономных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является ограниченное время функционирования, связанное с малым ресурсом аккумуляторов БПЛА, оснащенных электрическими двигателями или ограниченным запасом топлива для двигателей внутреннего сгорания. В связи с этим такие БПЛА не могут быть эффективно использованы в системах, где требуется длительное время функционирования. Длительное функционирование могут обеспечивать привязные высотные беспилотные платформы, в которых электропитание двигателей и аппаратуры полезной нагрузки осуществляется от наземных источников энергии [3–5]. Возможность передачи энергии большой мощности (10–15 кВт) по кабелю с земли на борт БПЛА позволяет осуществлять подъем и удержание на высотах 100–200 м полезной телекоммуникационной нагрузки в течение длительного времени, ограниченного лишь надежностными характеристиками БПЛА [6–9]. Высокая надежность беспилотного модуля достигается путем выбора двигательных установок с большой наработкой на отказ, резервированием отдельных элементов

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-06043 и при поддержке Программы стратегического академического лидерства РУДН.

системы управления и, что особенно важно, использованием мультироторной архитектуры (например, в квадрокоптере отказ одного двигателя приводит к полному прекращению функционирования, а при восьмироторном исполнении при отказе 2-х двигателей коптер может продолжать работать).

Для исследования надежности такого типа сложных систем в мировой литературе эффективно используются математические модели k -из- n (их подробное описание можно найти в [10]), имеющие широкие практические приложения в различных отраслях: телекоммуникационной отрасли и робототехнике [11], нефтегазовой отрасли [12], системах мониторинга подводных трубопроводов [12], добыче полезных ископаемых [13], криптографии [14] и т. д. Помимо вычисления качественных характеристик таких систем, интерес представляет также анализ чувствительности результатов к изменению различных параметров системы [15, 16]. Для исследования различных систем k -из- n используются как аналитические методы, базирующиеся на многомерных марковских процессах, так и имитационное моделирование [17, 18]. Однако получение численных результатов с использованием указанных подходов требует значительных затрат машинного времени.

В настоящее время при проектировании сложных систем для быстрого получения численных результатов при различных наборах входных параметров эффективно используются методы и алгоритмы машинного обучения [19–21]. Хотя указанные методы нашли широкое применение в различных областях человеческой деятельности, применение машинного обучения для решения задач теории очередей и теории надежности слабо отражено в мировой литературе.

В настоящей статье наряду с аналитическими и имитационными подходами методы машинного обучения впервые применены для исследования систем k -из- n , адекватно описывающих функционирование беспилотного модуля привязной высотной платформы. Статья организована следующим образом. В разделе 1 приводится постановка задачи и обозначения. В разделе 2 поставленная задача решается аналитически с помощью метода марковизации, который основан на построении двумерного Марковского процесса и введении дополнительных переменных. Этот метод позволяет вычислить стационарные вероятности системы с экспоненциальным временем жизни и произвольным распределением времени ремонта ее элементов. Результаты имитационного моделирования поведения системы k -из- n рассмотрены в разделе 3. Построенная модель базируется на методе дискретно-событийного моделирования и может быть применена для разных функций распределения времени жизни и ремонта элементов системы. Раздел 4 представляет собой исследование поставленной задачи с помощью машинного обучения. Численные результаты сравнения коэффициента готовности системы k -из- n , полученные с помощью аналитики, имитационного моделирования и предсказания нейронной сети, представлены в разделе 5. В заключении представлены основные выводы, а также план дальнейших исследований.

1. Постановка задачи и обозначения. Рассмотрим систему k -из- n : $F(k < n)$ и одну ремонтную единицу. Отказ такой системы происходит при выходе из строя k элементов, каждый из которых немедленно начинает ремонтироваться после прекращения функционирования (частичный ремонт) и после завершения восстановления заново начинает работать. Математическая модель системы k -из- n , в которой ремонт всей системы начинается после отказа всех k элементов (полный ремонт) рассмотрена в [22].

Обозначим через A_i , $i = 1, 2, \dots$, время жизни элементов системы, а через B_i , $i = 1, 2, \dots$, время их ремонта и предположим, что все эти случайные величины взаимно независимы и одинаково распределены. Таким образом, их общие кумулятивные функции

распределения обозначим как $A(x) = \mathbf{P}\{A_i \leq x\}$ и $B(x) = \mathbf{P}\{B_i \leq x\}$ соответственно. Пусть время жизни имеет экспоненциальное распределение с интенсивностью α , тогда $a = \alpha^{-1}$ — среднее время жизни элементов. Среднее время восстановления, соответствующая интенсивность, а также его преобразование Лапласа (П.Л) обозначим как

$$b = \int_0^{\infty} (1 - B(x))dx, \quad \beta(x) = \frac{b(x)}{1 - B(x)}, \quad \tilde{b}(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} b(x)dx.$$

Обозначим $\mathbf{E} = \{0, 1, 2, \dots, k-1, k\}$ — множество состояний системы, где 0 означает, что все элементы системы работают, i означает, что i элементов из n ($1 \leq i \leq k-1$) вышли из строя, один из них ремонтируется, а другие $(n-i)$ работают, k означает, что k элементов вышли из строя, вся система вышла из строя и ремонтируется.

Введем случайный процесс $J = \{J(t), t \geq 0\}$, где

$$J(t) = j, \text{ если за время } t \text{ система находится в состоянии, } j \in \mathbf{E}.$$

В этой статье мы рассматриваем вычисление стационарных вероятностей состояний процесса $J(t)$

$$\pi_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{P}\{J(t) = j\}, j \in \mathbf{E},$$

а также коэффициента доступности (готовности)

$$K_{av} = \sum_{0 \leq i \leq k-1} \pi_i = 1 - \pi_k.$$

В дальнейшем для сокращенного описания системы k -из- n с различными параметрами используется модифицированная нотация Кендалла $\langle GI_{k \leq n} | GI | 1 \rangle$, где символ GI на первой позиции означает произвольное распределение времени жизни компонент системы, этот же символ на второй позиции означает произвольное распределение времени ремонта. Цифра 1 на последней позиции означает количество ремонтных единиц. Символы „ $\langle \rangle$ “ говорят о том, что рассматриваемая система является замкнутой. Символы на первом и втором местах могут быть заменены на M для экспоненциального распределения в марковском случае.

2. Стационарные вероятности состояний системы $\langle M_{k \leq n} | GI | 1 \rangle$. Для расчета стационарных вероятностей состояний системы с показательным распределением времени жизни и произвольно распределенным временем ремонта используется метод введения дополнительных переменных (метод марковизации) [23]. В нашем случае в качестве дополнительной переменной мы используем затраченное время на ремонт отказавшей компоненты. Таким образом, обозначим через

$$\{Z(t)\}_{t \geq 0} = \{J(t), X(t)\}_{t \geq 0}$$

двумерный процесс, где $J(t)$ — это состояние системы в момент времени t и $X(t)$ — время, прошедшее с момента ремонта отказавшего элемента или всей системы. Благодаря дополнительным переменным процесс $Z(t)$ является марковским с пространством состояний $\bar{\mathbf{E}} = \{0, (i, x) \mid i = \overline{1, k}\}$. Граф переходов состояний системы представлен на рис. 1.

Для упрощения введем $\lambda_i = (n-i)\alpha$, ($i = \overline{0, k-1}$) — интенсивность отказа системы, когда выходят из строя i компонент из n . Обозначим также $\pi_0(t) = \mathbf{P}\{J(t) = 0\}$ — вероятность работоспособного состояния всех k компонент в момент времени t ; $\pi_i(t; x) =$

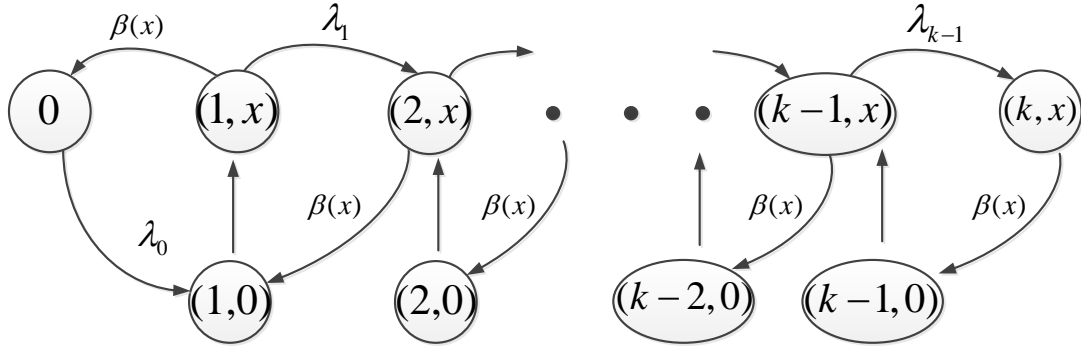


Рис. 1. Граф переходов системы k -из- n с частичным ремонтом

$\mathbf{P}\{J(t) = i; x < X(t) \leq x + dx\}$ ($i = \overline{1, k}$) — совместная вероятность того, что в момент времени t имеется i неисправных компонентов, одна из них ремонтируется с истекшим временем ремонта между x и $x + dx$, $i = \overline{1, k}$.

С помощью графа переходов (рис. 1) система уравнений Колмогорова в частных производных для вероятностей состояний процесса $Z(t)$ выписывается следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\pi_0(t) &= -\lambda_0\pi_0(t) + \int_0^t \pi_1(t,x)\beta(x)dx, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\pi_1(t,x) &= -(\lambda_1 + \beta(x))\pi_1(t,x), \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\pi_i(t,x) &= -(\lambda_i + \beta(x))\pi_i(t,x) + \lambda_{i-1}\pi_{i-1}(t,x), \quad i = \overline{2, k-1}, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\pi_k(t,x) &= -\pi_k(t,x)\beta(x) + \lambda_{k-1}\pi_{k-1}(t,x), \end{aligned} \quad (1)$$

совместно с начальным $\pi_0(0) = 1$ и граничными условиями

$$\begin{aligned} \pi_1(t, 0) &= \lambda_0\pi_0(t) + \int_0^t \pi_2(t,x)\beta(x)dx, \\ \pi_i(t, 0) &= \int_0^t \pi_{i+1}(t,x)\beta(x)dx, \quad i = \overline{2, k-1} \\ \pi_k(t, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Теорема 1. Стационарные вероятности состояний системы $\langle M_{k<n}|GI|1 \rangle$ в терминах преобразования Лапласа (ПЛ) имеют вид:

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \frac{1}{\lambda_0}C_1\tilde{b}(\lambda_1), \\ \pi_1 &= C_1\frac{1 - \tilde{b}(\lambda_1)}{\lambda_1}, \\ \pi_i &= C_i\frac{1 - \tilde{b}(\lambda_i)}{\lambda_i} + S(i-1)\frac{1 - \tilde{b}(\lambda_{i-1})}{\lambda_{i-1}}, \quad i = \overline{2, k-1}, \\ \pi_k &= C_k \cdot b - C_{k-1}\frac{1 - \tilde{b}(\lambda_{k-1})}{\lambda_{k-1}} - \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_{k-2}}S(k-2)\frac{1 - \tilde{b}(\lambda_{k-2})}{\lambda_{k-2}}, \end{aligned} \quad (3)$$

с условием нормировки $\sum_{i \in \mathbf{E}} \pi_i = 1$ и константами

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{C_2 \tilde{b}(\lambda_2)}{1 - \tilde{b}(\lambda_1) \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\right)}, \\ C_i &= C_{i+1} \tilde{b}(\lambda_{i+1}) + S(i) \tilde{b}(\lambda_i) - S(i-1), \quad i = \overline{2, k-2}, \\ C_k &= C_{k-1} + \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_{k-2}} S(k-2), \\ S(i) &= \sum_{j=1}^i (-1)^{i-j+1} \left(\prod_{m=j}^i \frac{\lambda_m}{\lambda_j - \lambda_{m+1}} \right) C_j. \end{aligned} \quad (4)$$

Доказательство. Используя граф переходов, представленный на рис. 1, аналогично случаю марковских процессов с дискретным пространством состояний можно записать следующую систему уравнений баланса для стационарных вероятностей исследуемого процесса $Z(t)$ при $t \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \pi_0 &= -\lambda_0 \pi_0 + \int_0^\infty \pi_1(x) \beta(x) dx, \\ \dot{\pi}_1(x) &= -(\lambda_1 + \beta(x)) \pi_1(x), \\ \dot{\pi}_i(x) &= -(\lambda_i + \beta(x)) \pi_i(x) + \lambda_{i-1} \pi_{i-1}(x), \quad i = \overline{2, k-1}, \\ \dot{\pi}_k(x) &= -\pi_k(x) \beta(x) + \lambda_{k-1} \pi_{k-1}(x), \end{aligned} \quad (5)$$

совместно с начальным $\pi_0(0) = 1$ и граничными условиями

$$\begin{aligned} \pi_1(0) &= \lambda_0 \pi_0 + \int_0^\infty \pi_2(x) \beta(x) dx, \\ \pi_i(0) &= \int_0^\infty \pi_{i+1}(x) \beta(x) dx, \\ \pi_k(0) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение второго из уравнений (5) дает вероятность $\pi_1(x)$ в виде

$$\pi_1(x) = C_1 e^{-\lambda_1 x} (1 - B(x)),$$

с помощью которой находим решение первого уравнения из (5)

$$\pi_0 = \frac{1}{\lambda_0} C_1 \tilde{b}(\lambda_1).$$

Решение следующих двух уравнений системы (5) вычисляется методом вариации постоянных

$$\begin{aligned} \pi_i(x) &= C_i(x) e^{-\lambda_i x} (1 - B(x)), \quad i = \overline{2, k-1}, \\ \pi_k(x) &= C_k(x) (1 - B(x)), \end{aligned}$$

где функции $C_i(x)$ ($i = \overline{1, k}$) вычисляются рекуррентно

$$C_i(x) = C_i + \sum_{j=1}^{i-1} (-1)^{i-j+1} \left(\prod_{m=j}^i \frac{\lambda_m}{\lambda_j - \lambda_{m+1}} \right) C_j e^{-(\lambda_{i-1} - \lambda_i)x},$$

$$C_k(x) = C_k - C_{k-1} e^{-\lambda_{k-1}x} - \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_{k-2}} \sum_{j=1}^{k-2} (-1)^{k-1-j} \left(\prod_{m=j}^{k-2} \frac{\lambda_m}{\lambda_j - \lambda_{m+1}} \right) C_j e^{-\lambda_{k-2}x}.$$

Граничные условия (6) позволяют найти константы C_i ($i = \overline{1, k}$). Первое граничное условие дает представление C_1 через C_2 в терминах ПЛ

$$C_1 = C_1 \tilde{b}(\lambda_1) + C_2 \tilde{b}(\lambda_2) - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} C_1 \tilde{b}(\lambda_1).$$

Второе граничное условие дает рекуррентное выражение для C_i через C_{i+1} для $i = \overline{2, k-2}$

$$C_i = C_{i+1} \tilde{b}(\lambda_{i+1}) + S(i) \tilde{b}(\lambda_i) - S(i-1),$$

где

$$S(i) = \sum_{j=1}^i (-1)^{i-j+1} \left(\prod_{m=j}^i \frac{\lambda_m}{\lambda_j - \lambda_{m+1}} \right) C_j.$$

Последнее граничное условие дает представление для C_k через C_{k-1}

$$C_k = C_{k-1} + \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_{k-2}} S(k-2).$$

Константа C_{k-1} вычисляется из уравнения нормировки

$$\sum_{i \in \mathbf{E}} \pi_i = 1$$

Простое вычисление $\pi = \int_0^\infty \pi(x) dx$ и замена на $S(i)$, где это возможно, завершают доказательство теоремы.

Замечание 1. Для экспоненциального распределения времени ремонта $B(x) = 1 - e^{-x/b}$ с ПЛ $\tilde{b}(\lambda) = (1 + b\lambda)^{-1}$ вероятности макросостояний совпадают с вероятностями, полученными для простой марковской модели $\langle M_{k < n} | M | 1 \rangle$. Например, рассмотрим систему 3-из-6. Из теоремы 1, используя обратную замену $\lambda_i = (n - i)\alpha$, получаем

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \frac{\tilde{b}(4\alpha)\tilde{b}(5\alpha)}{6\alpha(1 + 4\tilde{b}(5\alpha))} C, \\ \pi_1 &= \frac{\tilde{b}(4\alpha)(1 - \tilde{b}(5\alpha))}{5\alpha(1 + 4\tilde{b}(5\alpha))} C, \\ \pi_2 &= \frac{1 - 5\tilde{b}(4\alpha) + 4\tilde{b}(5\alpha)}{4\alpha(1 + 4\tilde{b}(5\alpha))} C, \\ \pi_3 &= \frac{\tilde{b}(4\alpha)(21 + 4\tilde{b}(5\alpha) - 80ab) - 5(1 - 4ab)(1 + 4\tilde{b}(5\alpha))}{20\alpha(1 + 4\tilde{b}(5\alpha))} C, \end{aligned}$$

где

$$C = \frac{6\alpha(1 + 4\tilde{b}(5\alpha))}{6\alpha b(1 - 4\tilde{b}(4\alpha)) + \tilde{b}(5\alpha)(24\alpha b + \tilde{b}(4\alpha))}.$$

При подстановке $\tilde{b}(\lambda) = (1 + b\lambda)^{-1}$ мы получим следующий результат, который будет таким же, как если бы мы вычисляли вероятности состояний процесса непосредственно из случая $\langle M_{3<6} | M | 1 \rangle$

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \frac{1}{120\alpha^3 b^3 + 30\alpha^2 b^2 + 6\alpha b + 1}, & \pi_1 &= \frac{6\alpha b}{120\alpha^3 b^3 + 30\alpha^2 b^2 + 6\alpha b + 1}, \\ \pi_2 &= \frac{30\alpha^2 b^2}{120\alpha^3 b^3 + 30\alpha^2 b^2 + 6\alpha b + 1}, & \pi_3 &= \frac{120\alpha^3 b^3}{120\alpha^3 b^3 + 30\alpha^2 b^2 + 6\alpha b + 1}. \end{aligned}$$

Замечание 2. Поскольку процесс $Z(t)$ описывает поведение системы $\langle M_{k<n} | GI | 1 \rangle$, с помощью которой исследуется функционирование привязной беспилотной платформы, полученные вероятности можно использовать для дальнейшего расчета показателей надежности мультикоптера, а также для анализа чувствительности этой модели к входным параметрам.

3. Результаты имитационного моделирования. В этом разделе представлены результаты имитационного моделирования системы $\langle GI_{k<n} | GI | 1 \rangle$ для случая $k = 3$ и $n = 6$. Для построения имитационной модели был выбран язык программирования Python. Имитационное моделирование проводится с помощью метода дискретно-событийного моделирования [24]. Программа имитационной модели представлена в виде псевдокода (см. Алгоритм в приложении).

Целью построения имитационной модели является оценка стационарных вероятностей состояний системы с различными входными распределениями времен жизни и ремонта. Более того, эта модель может служить инструментом для анализа чувствительности системы к ее входным параметрам.

Выполним сравнение аналитических результатов и результатов моделирования стационарных вероятностей состояний системы 3-из-6: F. Все имитационные эксперименты проводились с общим временем моделирования $T = 10^4$. В качестве параметра системы мы используем значение $\rho = \frac{a}{b}$, которое можно интерпретировать как относительную скорость восстановления системы. Параметры a, b имеют тот же смысл, что и в разделе 1.

В наших экспериментах в качестве времени жизни и ремонта используются следующие распределения и их характеристики:

– Экспоненциальное ($Exp = Exp(\alpha)$)

$$a(b) = \alpha^{-1}, \quad c = 1;$$

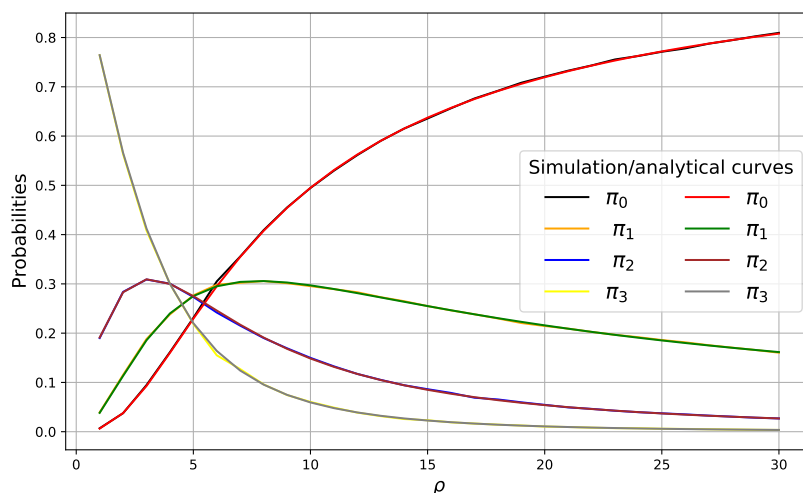
– Гамма ($G = G(k, \theta)$)

$$a(b) = k \cdot \theta, \quad c = 1/\sqrt{k};$$

– Гнеденко-Вейбулла ($GW = GW(k, \lambda)$)

$$a(b) = \lambda \cdot \Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right), \quad c = \frac{\sqrt{\lambda^2 \cdot \Gamma(1 + 2/k) - a^2}}{a};$$

где c означает коэффициент вариации.

Рис. 2. Аналитические и имитационные результаты системы $\langle M_{3<6} | M | 1 \rangle$

В первом примере мы сравниваем аналитические результаты и результаты моделирования стационарных вероятностей состояний системы $\langle M_{3<6} | M | 1 \rangle$. Среднее время жизни $a = 1$, коэффициент вариации длительностей жизни и ремонта также равен 1. Относительная скорость восстановления компонент системы лежит в интервале $\overline{0.001, 30}$, таким образом, среднее время ремонта b находится в соответствующих пределах определения ρ .

Как видно из рис. 2, кривые вероятностей для аналитического и имитационного подходов очень близки друг к другу. Обозначения в левом и правом столбце в легенде рисунка соответствуют кривым имитационных и аналитических результатов соответственно. Максимальная разница между аналитическими значениями и значениями моделирования составила приблизительно 0.005. Этот результат показывает достоверность инструмента моделирования.

В качестве второго эксперимента мы сравниваем результаты теоретических расчетов из раздела 2 и имитационного моделирования коэффициента готовности K_{av} для системы $\langle M_{3<6} | GI | 1 \rangle$. В качестве времени жизни используется экспоненциальное распределение с параметром $\alpha = 0.5$, тогда среднее время жизни элементов $a = 2$. Время ремонта элементов имеет распределения, обозначенные выше, с фиксированным средним значением $b = [0.1, 5]$ и коэффициентом вариации $c = 0.5$ и $c = 2$ для двух рассматриваемых случаев соответственно (рис. 3).

Рис. 3 демонстрирует коэффициент готовности системы K_{av} в зависимости от относительной скорости восстановления ρ при разных значениях коэффициента вариации c времени ремонта. Левый и правый столбец обозначений в легенде рисунка обозначают результаты моделирования и аналитики для $c = 0.5$ и $c = 2$ соответственно. Представленный пример показывает, что при $\rho \rightarrow \infty$ и фиксированных средних, а также различных значениях c времени восстановления система k -из- n асимптотически нечувствительна к виду распределения этого времени. Использование распределений Гамма и Гнеденко-Вейбулла времени восстановления показывает одинаковые результаты K_{av} для рассматриваемых значений c . Представленные аналитические результаты были получены с помощью теоре-

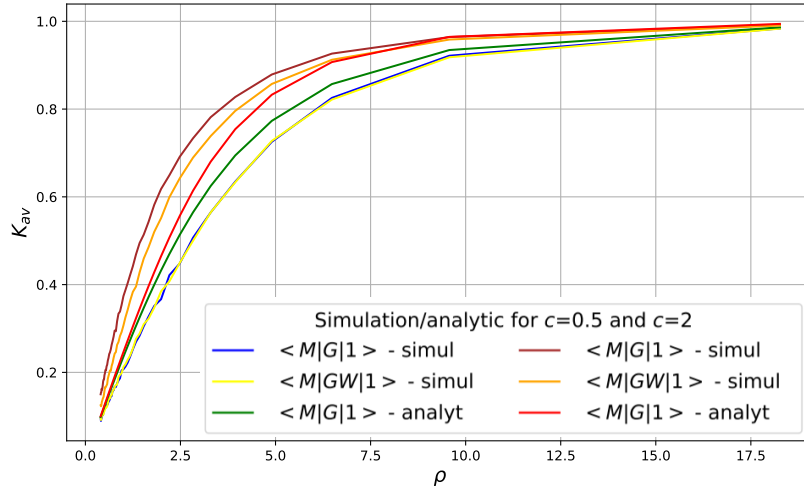


Рис. 3. Аналитические и имитационные результаты K_{av} для $\langle M_{3<6}|GI|1 \rangle$

мы 1 для Гамма распределения. Максимальная разница для аналитических и имитационных результатов составила примерно 0.001 для $c = 0.5$ и 0.15 для $c = 2$. Тем не менее, с ростом ρ все различия становятся незначительными и $K_{av} \rightarrow 1$.

В последнем примере рассмотрим поведение кривых системы $\langle GI_{3<6}|GI|1 \rangle$, полученных с помощью имитационной модели (рис. 4). Здесь распределения Гамма и Гнеденко-Вейбулла применены и для времени жизни, и для времени ремонта элементов, для которых зафиксированы следующие параметры: $a = 1.5$, $b = \overline{0.1, 2}$, коэффициент вариации времени ремонта $c = 0.5$. Рассматривается коэффициент готовности системы K_{av} в зависимости от относительной скорости сходимости ρ при разных значениях коэффициента вариации времени жизни.

Рис. 4, а, представляет результаты для $c = 0.5$. В этом случае мы видим, что все кривые расположены очень близко друг другу, несмотря на разные распределения времени жизни и ремонта. Таким образом, делаем вывод о том, что система k -из- n асимптотически нечувствительна к виду распределения времени ремонта при фиксированном среднем и коэффициенте вариации. Кроме того, она же нечувствительна к виду распределения времени жизни при фиксированном среднем и коэффициенте вариации $c < 1$.

Рассмотрим рис. 4, б, где $c = 2$ для времени жизни. Из графика видно, что асимптотическая нечувствительность системы к виду распределения времени ремонта сохраняется. Однако, если коэффициент вариации велик ($c > 1$), значения K_{av} системы имеют значительную разницу при небольших ρ . Приведем значения K_{av} при больших значениях ρ (табл. 1). Из приведенных значений, видно, что с ростом ρ коэффициент готовности стремится к 1. Можно сделать вывод, что асимптотическая нечувствительность системы к виду функции распределения времени жизни при фиксированных среднем и коэффициенте вариации $c > 1$ есть, однако она очень медленная.

4. Модель искусственной нейронной сети. В этом разделе представлены результаты применения машинного обучения к задаче предсказания коэффициента готовности

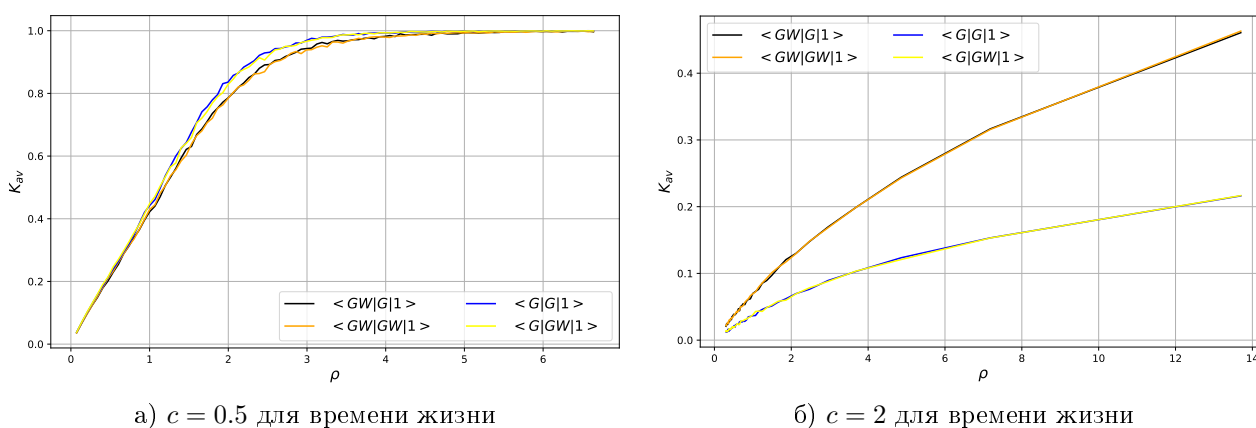
а) $c = 0.5$ для времени жизниб) $c = 2$ для времени жизниРис. 4. Имитационные результаты K_{av} для $\langle GI_{3<6}|GI|1 \rangle$

Таблица 1

Значения коэффициента готовности системы $\langle GI_{3<6}|GI|1 \rangle$ при больших ρ

ρ	50	100	200	500	1000
$\langle GW_{3<6} GW 1 \rangle$	0.714032	0.877517	0.960565	0.991782	0.998094
$\langle G_{3<6} G 1 \rangle$	0.318079	0.426447	0.597291	0.795589	0.922831

K_{av} системы k -из- n . На рис. 5 схематично излагается исходная постановка задачи в виде четырех последовательных этапов.

Первый этап отображает реальное физическое устройство, которое можно рассматривать как систему k -из- n . В данном случае мы рассматриваем высотную привязную беспилотную платформу (мультикоптер) как пример такого устройства. Его инфраструктура имеет определенные характеристики, такие как топология (параметры k и n), средние времена жизни и ремонта компонент системы.

Второй шаг представляет собой математическую модель системы k -из- n . Для ее построения и последующего исследования с помощью теоретических методов необходимо ввести некоторые ограничения. Например, ввести предположение о виде распределения времени жизни или ремонта. В разделе 2, например, вводится конкретное распределение времени жизни элементов системы.

Чтобы выдвинуть предположение о различных распределениях времен жизни и восстановления, необходимо перейти к следующему этапу, который представляет собой построение имитационной модели (см. раздел 3). Однако, несмотря на высокую точность полученных с помощью имитации результатов, этот метод также имеет некоторые ограничения. Например, в случае вычисления стационарных характеристик системы необходимо проводить моделирование на большом интервале времени, чтобы собрать корректные статистические данные.

Наконец, последний этап — это применение машинного обучения, а именно создание и обучение нейронной сети, описывающей функционирование мультикоптера, с помощью которой можно находить различные характеристики системы k -из- n без указанных выше ограничений. Опираясь на такие базовые характеристики системы, как средние времена жизни и ремонта, а также их дисперсии, нейронная сеть может предсказать различные

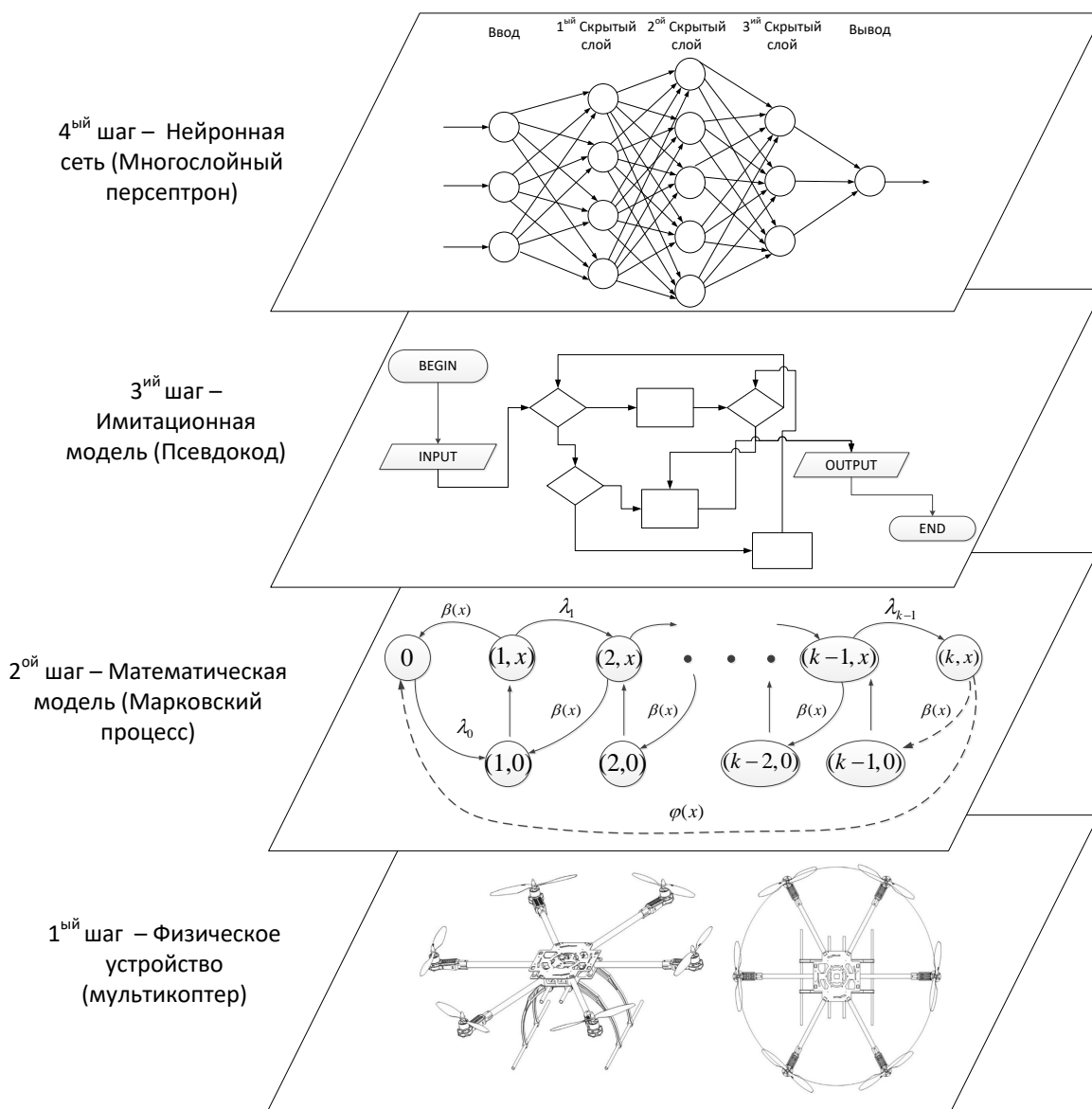


Рис. 5. Графическое представление постановки задачи

показатели работы и эффективности системы: доступность и надежность системы, а также нестационарные и стационарные вероятности ее состояний.

В этом разделе мы подробно рассмотрим методику построения нейронной сети, определим ее основные параметры и методы обучения, после чего приведем результаты обучения и качества построенной нейросети.

Однако, сперва необходимо ввести некоторые пояснения, основанные на выводах, сделанных в предыдущих разделах. Ранее было показано, что система k -из- n асимптотически нечувствительна к виду функции распределения времени ремонта при фиксированном среднем значении для разных коэффициентов вариации. Однако, эта нечувствительность исчезает при относительно небольших ρ для больших или малых c . С другой стороны, система также нечувствительна к виду функции распределения времени жизни при фик-

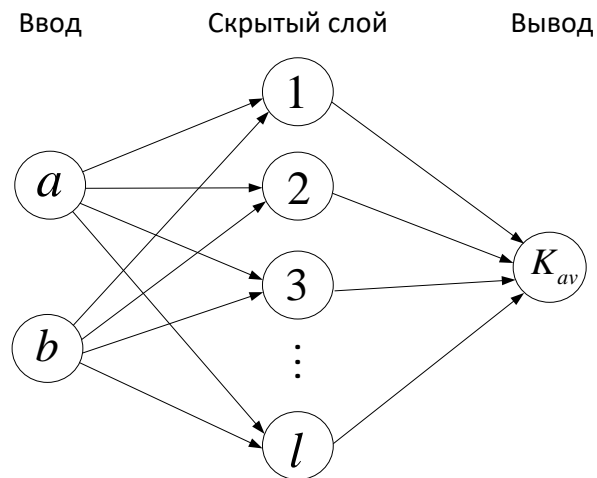


Рис. 6. Архитектура сети многослойного персептрона

сированном среднем и малом коэффициенте вариации $c < 1$. Однако, эта нечувствительность становится очень медленной, если $c \geq 1$. Таким образом, возникает зависимость поведения системы от различных коэффициентов вариации и времени жизни, и времени ремонта.

В настоящей работе для исследования возможности применения нейронной сети к задаче предсказания характеристик надежности рассматриваемой системы введем следующие ограничения. Модель предполагает, что 1) параметры системы k и n уже известны и включены в исходные данные; 2) коэффициент вариации c времени жизни мал, $c < 1$; 3) коэффициент вариации c времени ремонта ограничен некоторым интервалом, скажем, $0.5 < c < 2$.

Таким образом, нейронная сеть будет осуществлять предсказания только на основе средних длительностей жизни и ремонта элементов системы.

4.1. *Построение и настройка нейронной сети.* Методология проектирования нейронной сети в целом одинакова, но может отличаться в зависимости от специфики задачи. Ниже приведены основные шаги для построения и обучения сети.

Сбор и подготовка данных. В данной работе был использован многослойный персептрон для оценки доступности системы k -из- n . Сеть состоит из входного слоя с двумя значениями (среднее время жизни a и среднее время ремонта b), выходного слоя с параметром K_{av} и одного скрытого слоя (рис. 6). Заметим, что нейронная сеть может иметь несколько скрытых слоев. Однако, согласно [25], многослойная сеть с прямой связью с одним скрытым слоем рассматривается как универсальный аппроксиматор.

Описание входных и выходных переменных для модели нейронной сети приведено в таблице 2. Выбор этих параметров обусловлен практической применимостью системы в реальных задачах, а также ограниченностью математической модели, с помощью которой был сформирован набор данных для обучения, проверки и тестирования. Всего было сгенерировано 10.000 пар данных для средних времен жизни и ремонта и столько же данных для коэффициента готовности системы. Диапазон входных параметров представлен в исходном формате. Заметим, что для проведения тестов на данных со значениями вне представленного диапазона их необходимо нормализовать.

Таблица 2

Переменные нейронной сети и диапазон их значений

	Переменные	Символы	Диапазон
Входные	Среднее время жизни	a	0.001 – 1
	Среднее время ремонта	b	0.001 – 1
Выходные	Коэффициент готовности	K_{av}	0 – 1

Для реализации процесса обучения нейронной сети был сформирован набор данных на основе полученных аналитических выражений системы $\langle M_{k < n} | M | 1 \rangle$ (коэффициент вариации $s = 1$ для длительностей жизни и ремонта). Этот набор данных был разделен на три части: данные для обучения, проверки и тестирования с соотношениями 70 %, 20 % и 10 % соответственно. Обучающий набор используется для обучения модели; набор проверки используется для оценки модели в процессе обучения с использованием метода перекрестной проверки, а тестовый используется для обеспечения независимого прогнозирования результата и оценки качества обучения сети.

Тип обучения. Поскольку из данных, сгенерированных для обучения сети, нам известен параметр, который мы хотим предсказывать, в качестве типа обучения выбрано обучение с учителем. Целью такого типа обучения является сопоставление входных данных с выходными на примере пар вход–выход.

Процесс обучения. Весь процесс разделен на три этапа — обучение, проверка и тестирование. Конечной целью обучения является подбор весов сети (коэффициентов зависимости между нейронами в сети) так, чтобы ошибка предсказания на выходном слое была минимальна, или другими словами, чтобы образовалась устойчивая связь между входным и выходным слоями. Перед началом обучения исходные веса сети инициализируются как случайные числа со средним 0. Далее все обучение строится на трех базовых шагах: расчет прогнозируемых значений (метод прямого распространения); расчет ошибки прогноза (функция потерь (ошибки)); обновление весов (метод обратного распространения).

Первый шаг представляет собой распространение информации (значение нейрона и вес) от входного слоя через скрытый к выходному путем преобразования этой информации в некоторую функцию (активации). Далее переход ко второму шагу, а именно вычисление функции потерь, которая показывает, насколько сеть ошиблась в предсказании. Когда сеть измерила свою ошибку, ее необходимо распространить назад к входному слою, после чего обновить все веса. Для определения правила корректировки весов используется алгоритм градиентного спуска. В данной работе используется мини-пакетный градиентный спуск с размером пакета 32 [26]. Таким образом, процесс обучения продолжается, пока сеть не достигнет своей цели.

Наряду с процессом обучения на обучающей выборке важным этапом является валидация. Этот этап проверки помогает избежать переобучения сети. Смысл валидации заключается в перекрестной проверке предсказания сети на валидационном и обучающем наборах данных на некоторых итерациях процесса обучения и сравнении ошибок между ними.

На последнем этапе (тестирование) проверяется качество обучения сети на данных, взятых из исходного набора.

Планирование эксперимента. При подготовке нейросети к обучению необходимо настроить следующие гиперпараметры: количество нейронов и скрытых слоев, скорость обу-

чения, а также определить функцию активации и функцию потерь. Для реализации модели нейронной сети была использована библиотека TensorFlow (Keras) [27] со следующими параметрами:

- 16 нейронов в скрытом слое;
- функция активации: гиперболический тангенс $\tanh(x)$ и его производная

$$\tanh(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1, \quad \frac{d}{dx} \tanh(x) = 1 - \tanh^2(x);$$

- MSE в качестве функции потери [28];
- скорость обучения = 0.01;
- алгоритм обучения: Adam Optimizer [29];
- критерий останова: стратегия ранней остановки (с параметром patience = 5).

Оценка точности. Различные функции, известные из математической статистики, можно рассматривать как метрики для оценки точности обучения нейронной сети (некоторые из них также используются как функция потерь):

- Средняя квадратичная ошибка MSE = $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$,
- Средняя абсолютная ошибка MAE = $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|$,
- Среднеквадратическая ошибка RMSE = $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}}$,
- Коэффициент детерминации $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2}$, где y_i — целевое/истинное значение, \hat{y}_i — предсказанное значение, \bar{y}_i — среднее истинное значение.

значение, \hat{y}_i — предсказанное значение, \bar{y}_i — среднее истинное значение.

4.2. *Обучение сети.* Перейдем непосредственно к обучению нейронной сети, чтобы оценить доступность системы k -из- n на основе средних времен жизни и ремонта ее компонент. В этом разделе, как и в предыдущих, будет исследована система 3-из-6. Используя приведенные выше гиперпараметры, представим результаты обучения сети.

На рис. 7 показаны результаты обучения сети и перекрестной проверки. Обучение завершилось на 41-й эпохе. График 7, а, показывает изменение функции потерь MSE. Здесь мы видим, что кривые обучения и валидации практически идентичны начиная с 3–5 эпох. Кроме того, потеря очень быстро уменьшается и стремится к 0. По кривым функции ошибок можно сделать вывод, что модель обучена правильно. Оценка R^2 для обучения и валидации представлена на графике 7, б. Кривые монотонно растут и показывают стабильное улучшение качества обучения. К концу обучения коэффициент детерминации R^2 практически достигает уровня 0.999, что говорит о высоком уровне значимости модели.

Результаты оценок точности на некоторых эпохах представлены в табл. 3. Параметры MSE, RMSE и MAE убывают и стремятся к 0, а R^2 наоборот увеличивается и практически достигает уровень 0.999. Группа средних оценок свидетельствует о близости предсказанных значений нейросети к истинным. Высокий коэффициент детерминации говорит о том, что структура построенной модели соответствует исходным данным и точно описывает рассматриваемую модель 3-из-6.

Рассмотрим результаты этапов валидации и тестирования. Результаты сравнения целевых и прогнозируемых значений с использованием нейронной сети для каждой из выборок представлены на рис. 8. Здесь точки обозначают истинные значения из выборки входных данных, сплошная линия обозначает построенную кривую регрессии для прогнозируемых

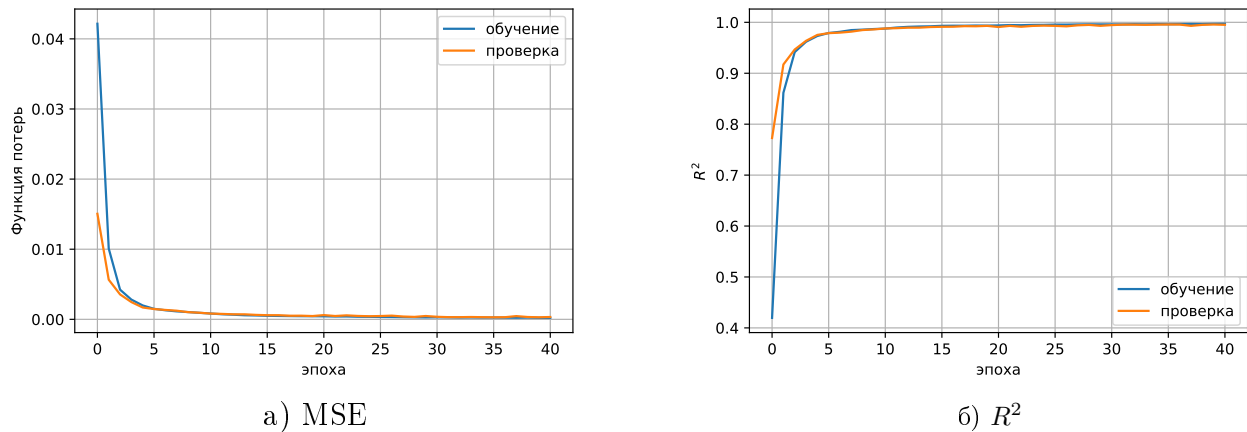


Рис. 7. Показатели точности нейронной сети во время тренировки

Таблица 3

Показатели точности нейронной сети во время тренировки

№ эпохи	MSE		RMSE		MAE		R^2	
	обучение	проверка	обучение	проверка	обучение	проверка	обучение	проверка
1	0.0422	0.0151	0.9049	0.6821	0.1261	0.1361	0.0965	0.7728
10	0.0010	9.3E-04	0.1631	0.1514	0.0183	0.0170	0.9868	0.9861
20	4.4E-04	4.7E-04	0.1021	0.0999	0.0118	0.0102	0.9956	0.9921
30	2.78E-04	4.7E-04	0.0667	0.0816	0.0074	0.0089	0.9971	0.9935
40	2.2E-04	2.9E-04	0.0681	0.0716	0.0077	0.0071	0.9970	0.9957

Таблица 4

Показатели точности предсказания нейронной сети на тестовом наборе

Набор данных	MSE	MAE	RMSE	R^2
тестовый	0.00008	0.0046	0.0438	0.9986

значений. Заметим, что для каждой фазы были отобраны пары данных по 2000 и 1000 для наборов валидации и теста соответственно, и только 100 случайных значений для каждого из них отображаются на рисунке для более точной видимости результата. Результаты для обеих фаз показывают высокую точность предсказания сетью, прогнозируемая линия регрессии покрывает почти все целевые данные.

Кроме того, в табл. 4 представлены данные показателей точности для фазы теста. Представленные параметры очень близки к результатам табл. 3. Полученные значения показывают высокую точность прогноза сети, а также соответствуют всем выводам выше.

5. Сравнительный анализ результатов аналитики, имитационного моделирования и предсказания нейронной сети. Рассмотрим сходимость аналитических и имитационных методов, а также предсказания нейронной сети в вычислении коэффициента готовности системы 3-из-6. Во всех представленных примерах аналитические результаты представлены для системы $\langle M_{3<6} | M | 1 \rangle$, для которой $c = 1$. Прогноз нейронной сети

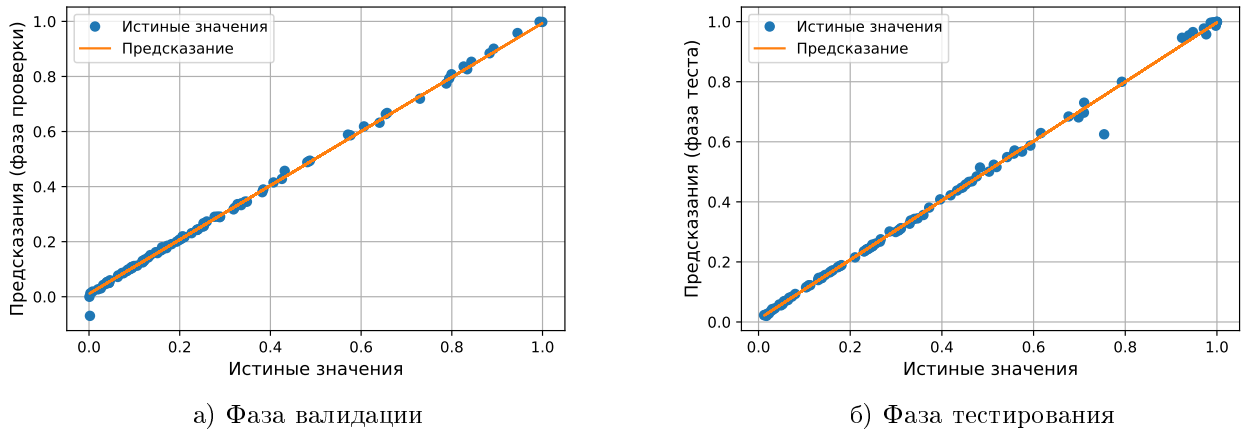


Рис. 8. Целевые и предсказанные значения на валидационном и тестовом наборах

строится на средних значениях, которые рассматриваются в других подходах. Поскольку обучение сети проводилось для значений $a, b = \overline{0.001, 1}$, необходимо нормализовать входные параметры, значения которых лежат вне этого интервала.

В первом примере среднее время жизни $a = 7$ и среднее время ремонта $b = \overline{0.4, 10}$. В качестве результатов имитационного моделирования выбрана система $\langle M_{3<6}|G|1 \rangle$, коэффициент вариации времени ремонта $c = 0.1$. Рис. 9 демонстрирует полученные значения для трех методов. Из примера видно, что предсказанные нейронной сетью значения близки к аналитической кривой, средняя абсолютная ошибка между ними составила 0.007. Коэффициент детерминации в этом примере достаточно высок. Кривая, которая соответствует результатам имитационного моделирования, лежит ниже аналитической кривой. При $\rho \rightarrow \infty$ эта разница уменьшается и становится незначительной.

Во втором примере в качестве имитационных результатов рассмотрена система $\langle M_{3<6}|GW|1 \rangle$ со следующими параметрами: $a = 20$, $b = \overline{1, 5}$, коэффициент вариации времени ремонта $c = 1.5$. Рассмотрим полученные результаты для этого примера (рис. 10). Поведение кривой, отражающей предсказание нейронной сети, близко к аналитической кривой. В то время как имитационная кривая отличается от других. При относительно малых значениях ρ разница между аналитикой и имитацией достаточно существенна, но с ростом ρ она уменьшается. Такое поведение объясняется относительно высоким коэффициентом вариации времени ремонта элементов системы $\langle M_{3<6}|GW|1 \rangle$. Тем не менее, при $\rho \rightarrow \infty$ коэффициент готовности $K_{av} \rightarrow 1$.

В следующем примере рассмотрим неэкспоненциальное распределение времени жизни для имитационного подхода. Рассмотрим систему $\langle GW_{3<6}|Exp|1 \rangle$, где $a = \overline{0.1, 10}$ с коэффициентом вариации $c = 0.5$ и $b = 0.5$. Кривые на рис. 11 показывают, что предсказание нейронной сети очень близко к аналитике, однако результаты имитационного моделирования показывают отличный от предыдущих результат. Эта разница объясняется влиянием функции распределения времени жизни и его коэффициента вариации на поведение системы. С ростом ρ , как и в других примерах, наблюдается слияние кривых для всех трех подходов.

В последнем примере рассмотрим поведение системы $\langle G_{3<6}|G|1 \rangle$, где $a = \overline{0.1, 10}$, $b = 0.1$, а коэффициент вариации для обоих времен $c = 2$. Как и в предыдущем примере, мы

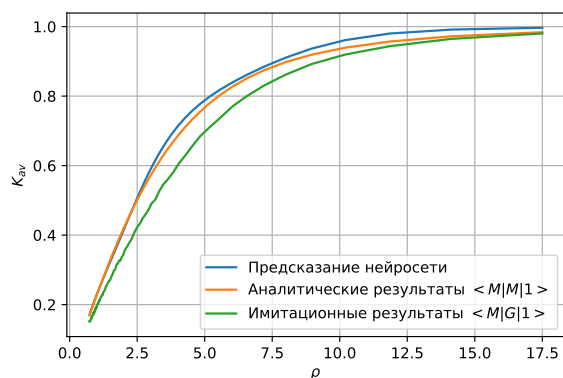


Рис. 9. Сравнение результатов, пример 1

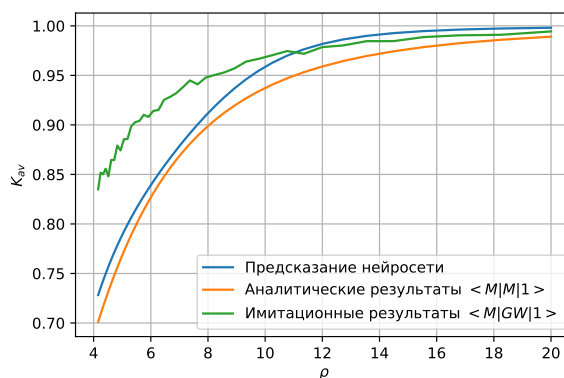


Рис. 10. Сравнение результатов, пример 2

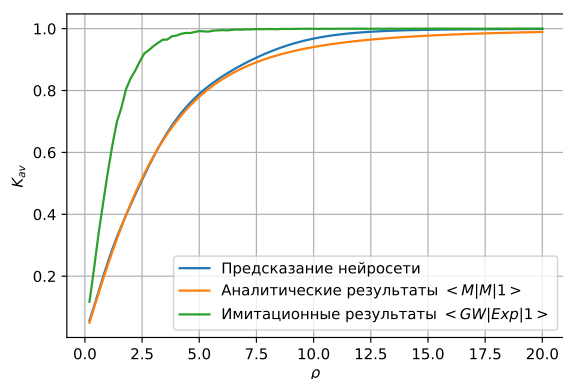


Рис. 11. Сравнение результатов, пример 3

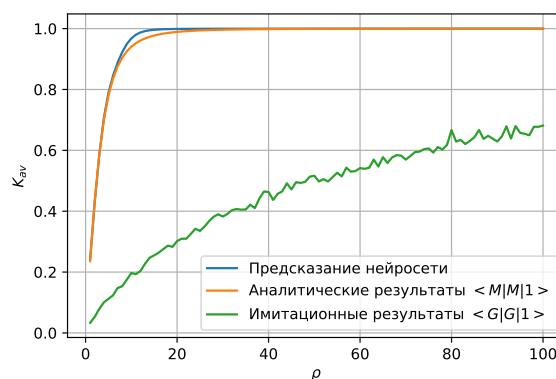


Рис. 12. Сравнение результатов, пример 4

Таблица 5

Показатели точности финальных примеров

	MSE	MAE	RMSE	R^2
Пример 1	0.0072	0.0135	0.0850	0.9986
Пример 2	0.0104	0.0641	0.1020	0.9687
Пример 3	0.0089	0.0487	0.0701	0.9945
Пример 4	0.0049	0.0095	0.0129	0.9968

наблюдаем высокую сходимость аналитического подхода и предсказания нейросети. В то время как поведение имитационной кривой показывает другой результат. Кривая лежит ниже других и приближается к 1 достаточно медленно.

Поскольку обучение нейронной сети проводилось на аналитических данных системы $\langle M_{3<6} | M | 1 \rangle$, рассмотрим основные показатели качества прогноза нейросети, где сравниваются данные между аналитикой и предсказанием для вышеописанных примеров (табл. 5). Все показатели принимают удовлетворительные значения, что подтверждает факт того, что предсказания сети имеют высокую сходимость с аналитическими результатами.

Заключение. В работе представлено исследование функционирования привязной беспилотной платформы с помощью системы k -из- n . Рассмотрены аналитические и имитационные методы, а также машинное обучение. Получены аналитические выражения

стационарных вероятностей состояний системы k -из- n с показательным временем жизни и произвольным распределением времени ремонта элементов. Разработан алгоритм для моделирования исследуемой системы, реализация которого позволила провести анализ чувствительности. С помощью численных примеров показано, что система k -из- n нечувствительна к виду распределения длительности ремонта ее компонент при фиксированном среднем. Однако, поведение системы зависит от коэффициента вариации, а также распределения времени жизни и его коэффициента вариации. Кроме того, для оценки коэффициента готовности системы создана и обучена нейронная сеть. Представленные примеры в разделе 5 показывают, что построенная нейронная сеть, обученная на аналитических данных системы $\langle M_{3<6}|M|1 \rangle$, хорошо предсказывает заданные значения. Однако, при небольших значениях относительной скорости восстановления системы имитационные результаты отличаются и от аналитики, и от предсказания нейросети. Это объясняется влиянием коэффициента вариации длительностей жизни и ремонта элементов на поведение системы. Расширение построенной нейросети, а именно добавление в ее входной слой значений коэффициента вариации длительностей жизни и ремонта элементов системы, улучшит качество предсказаний. Предложенную архитектуру нейросети также можно применять к системе k -из- n с полным восстановлением.

Приложение. Псевдокод процесса моделирования системы $\langle GI_{k<n}|GI|1 \rangle$.

Ввод: $k, n, a, b, T, GI^{(1,2)}$

k — максимальное количество отказавших элементов;

n — общее число элементов системы;

$GI^{(1,2)}$ — функции распределения времен жизни и ремонта;

a, b — средние времена жизни и ремонта;

T — общее модельное время.

Вывод: стационарные вероятности состояний системы $\hat{\pi}_i, i = \overline{0, k}$.

Начало

```
double  $t := 0.0$  ;
```

```
int  $i := 0$ ;
```

```
double  $t_{fail} := 0.0$ ;
```

```
double  $t_{repair} := 0.0$ ;
```

```
array  $T_{stay}[] := [0] * (k + 1)$ ;
```

```
while  $t < T$  do
```

```
    if  $i = 0$  then
```

```
         $r[] := [0] * n$ 
```

```
         $r := GI^{(1)}(a)$ 
```

```
         $t_{fail} := \min(r)$ 
```

```
         $t := t + t_{fail}$ 
```

```
         $T_{stay}[i] := T_{stay}[i] + t_{fail}$ 
```

```
         $i := i + 1$ 
```

```
    else if  $i = k$  then
```

```
         $t_{repair} := GI^{(2)}(b)$ 
```

```
         $t := t + t_{repair}$ 
```

```
         $T_{stay}[i] := T_{stay}[i] + t_{repair}$ 
```

```
         $i := i - 1$ 
```

```
    else
```

```
         $r[] := [0] * (n - i)$ 
```

```

r := GI(1)(a)
tfail := min(r)
trepair := GI(2)(b)
if trepair > tfail then
    t := t + tfail
    Tstay[i] := Tstay[i] + tfail
    i := i + 1
else
    t := t + trepair
    Tstay[i] := Tstay[i] + trepair
    i := i - 1
end if
end if
if t > T then
    t := T
end if
end while

```

Оценка стационарных вероятностей состояний системы $\hat{\pi}_i = \frac{T_{stay}[i]}{T}, i = \overline{0, k}$

Список литературы

1. Mozaffari M., Saad W., Bennis M., Nam Y.-H., Debbah M. A Tutorial on UAVs for Wireless Networks: Applications, Challenges, and Open Problems // IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019. P. 410–438.
2. Khan M. A., Hamila R., Kiranyaz M. S., Gabbou A. M. A Novel UAV — Aided NetWork Architecture Using WiFi Direct // IEEE Access, 2019. V. 7. P. 67305–67318.
3. Tognon M., Franchi A. Theory and Applications for Control of Aerial Robots in Physical Interaction Through Tethers // Springer Tracts in Advanced Robotics, 2021. DOI: 10.1007/978-3-030-48659-4
4. Vishnevsky V. M., Mikhailov E. A., Tumchenok D. A. et al. Mathematical Model of the Operation of a Tethered Unmanned Platform under Wind Loading // Math Models Comput Simul, 2020. V. 12, P. 492–502. DOI: 10.1134/S2070048220040201
5. Kiribayashi S., Yakushigawa K., Nagatani K. Design and Development of Tether-Powered Multirotor Micro Unmanned Aerial Vehicle System for Remote-Controlled Construction Machine. // Field and Service Robotics, 2018. P. 637–648.
6. Vishnevsky V., Meshcheryakov R. Experience of Developing a Multifunctional Tethered High-Altitude Unmanned Platform of Long-Term Operation // Lecture Notes in Computer Science, 2019. V. 11659. DOI: 10.1007/978-3-030-26118-4_23
7. Wang G., Samarathunga W., Wang S. Uninterruptible Power Supply Design for Heavy Payload Tethered Hexarotors // International Journal of Emerging Engineering Research and Technology, 2016. V. 4. Iss. 2. P. 16–21.
8. Vishnevsky V. M., Tereschenko B. N., Tumchenok D. A., Shirvanyan A. M. Optimal Method for Uplink Transfer of Power and the Design of High-Voltage Cable for Tethered High-Altitude Unmanned Telecommunication Platforms // Communications in Computer and Information Science, 2017. V. 700. P. 240–247.
9. Kozyrev D. V., Phuong N. D., Houankpo H. G. K., Sokolov A. Reliability Evaluation of a Hexacopter-Based Flight Module of a Tethered Unmanned High-Altitude Platform // Communications in Computer and Information Science, 2019. V. 1141. P. 646–656. DOI: 10.1007/978-3-030-36625-4_52

10. Deborah K. Shepherd. *k-out-of-n Systems* // Encyclopedia of Statistics in Quality and Reliability, John Wiley & Sons, New York, 2008.
11. Вишневецкий В. М., Козырев Д. В., Рыков В. В., Нгуен З. Ф. Моделирование надежности беспилотного высотного модуля привязной телекоммуникационной платформы // ИТиВС, 2020. № 4. С. 26–38
12. Rykov V. V., Sukharev M. G., Itkin V. Y. Investigations of k-out-of-n systems application possibilities to objects of oil and gas industry // Journal of Marine Science and Engineering, 2020. V. 8, Iss. 11. DOI: 10.3390/jmse8110928.
13. Rykov, V., Kochueva, O., Farkhadov, M. Preventive Maintenance of a k-out-of-n System with Applications in Subsea Pipeline Monitoring // Journal of Marine Science and Engineering, 2021. V. 9. Iss. 85. DOI: 10.3390/jmse9010085
14. Yang C.-N., Lin Y.-C., Li P. Cheating immune k-out-of-n block-based progressive visual cryptography // Journal of Information Security and Applications, 2020. V. 55. Article ID 102660. DOI: 10.1016/j.jisa.2020.102660
15. Goyal N., Ram M., Amoli S., Suyal A. Sensitivity analysis of a three-unit series system under k-out-of-n redundancy // Int. J. Q. Reliab. Manag. 2017. V. 34. Iss. 6. P.770–784. DOI:10.1108/IJQRM-07-2016-0106
16. Hu L., Liu S., Peng R., Liu Z. Reliability and sensitivity analysis of a repairable k-out-of-n: G system with two failure modes and retrial feature // Communications in Statistics — Theory and Methods, 2020. DOI: 10.1080/03610926.2020.1788083
17. Zhang Yu., Wu W., Tang Y. Analysis of an k-out-of-n:G system with repairman’s single vacation and shut off rule // Operations Research Perspectives, 2017. DOI: 10.1016/j.orp.2017.02.002
18. Ivanova N. Modeling and Simulation of Reliability Function of a k-out-of-n: F System // Communications in Computer and Information Science, 2020. V. 1337. DOI: 10.1007/978-3-030-66242-4_22
19. Nelles O. Neural Networks // Nonlinear System Identification, 2020. DOI: 10.1007/978-3-030-47439-3_11
20. Castro A., Richart M., Baliosian J., Grampin E. Opportunities for AI/ML in Telecommunications Networks // Association for Computing Machinery, 2018. P. 89–95. DOI: 10.1145/3277103.3277131
21. Bonetto R. Computing in Communication Networks // Machine learning, 2021. P. 135–167. DOI:10.1016/B978-0-12-820488-7.00021-9
22. Rykov V. V., Ivanova N. M., Kozyrev D. V. Sensitivity Analysis of a k-out-of-n:F System Characteristics to Shapes of Input Distribution // Lecture Notes in Computer Science, 2020. V. 12563. DOI: 10.1007/978-3-030-66471-8_37
23. Rykov V., Kozyrev D. Analysis of Renewable Reliability Systems by Markovization Method // Lecture Notes in Computer Science, 2017. V.10684 DOI: 10.1007/978-3-319-71504-9_19.
24. Kuo W., Zuo M. J. Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications // John Wiley & Sons Inc., 2003.
25. Hornik K., Stinchcombe M., White H. Multilayer feedforward networks are universal approximators // Neural Networks, 1989. DOI : 10.1016/0893-6080(89)90020-8
26. Ruder S. An overview of gradient descent optimization algorithms // arXiv preprint, 2016. arXiv:1609.04747.
27. Abadi M., Agarwal A., Barham P., et al. TensorFlow: Large-Scale Machine Learning on Heterogeneous Distributed Systems. 2015.
28. Wang Q., Ma Y., Zhao K. et al. A Comprehensive Survey of Loss Functions in Machine Learning // Ann. Data. Sci. 2020. DOI: 10.1007/s40745-020-00253-5
29. Kingma D. P., Ba J. Adam: A Method for Stochastic Optimization // CoRR, 2015. abs/1412.6980.



Иванова Ника Михайловна в 2019 г. окончила Российский университет дружбы народов (РУДН) по специальности „Прикладная математика и информатика“. С 2020 г. по настоящее время — младш.

науч. сотр. Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН (ИПУ РАН). Автор более 10 публикаций. Область научных интересов: теория массового обслуживания, прикладные стохастические модели, теория надежности, имитационное моделирование, машинное обучение.

Nika M. Ivanova received the degree in „Applied Mathematics and Informatics“ from People’s Friendship University of Russia (RUDN-University) in 2019. From 2020 to nowadays she is a Junior scientific researcher of the Network systems control Laboratory in the V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences (ICS RAS). She is an author of more than 10 papers. Her research interests are queueing theory, applied stochastic models, reliability theory, simulation modeling, machine learning.



Вишневский Владимир Миронович в 1971 г. окончил Московский институт электроники и математики. В 1974 г. получил ученую степень кандидата технических наук, а в 1988 г. — доктора технических наук в Институте проблем управления

им. В. А. Трапезникова РАН (ИПУ РАН). С 1989 г. — профессор ИПУ РАН и Московского физико-технического института. С 1990 по 2010 гг. — ведущий лабораторией, заместитель директора Института проблем передачи информации РАН (ИППИ РАН). С 2010 г. по настоящее время — ведущий лаборатории „Управление сетевыми системами“ ИПУ РАН. Является членом IEEE Communication Society, International Telecommunications Academy и New York Academy of Science. Член редколлегии журналов „Автоматика и телемеханика“, „Проблемы управления“, „Электроника“, „Проблемы информатики“, главный редактор сборников LNCS и CCIS „Distributed Computer

and Communication Networks“ издательства Springer. В 2019 г. В. М. Вишневскому присвоено звание „Залуженный деятель науки Российской Федерации“.

Автор более 350 публикаций, включая 10 монографий. Член программных комитетов международных конференций IEEE ICUMT, RTUWO, председатель программного комитета конференции IEEE DCCN. Область научных интересов: компьютерные сети, стохастические системы, дискретная математика (теория экстремальных графов, математическое программирование) и широкополосные беспроводные сети.

Vladimir M. Vishnevsky received the Engineering degree in applied mathematics from the Moscow Institute of Electronics and Mathematics (Russia) in 1971, the Ph.D. degree in queueing theory and telecommunication networks and the D.Sc. degree in telecommunication networks from the V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences (ICS RAS), in 1974 and 1988, respectively. He became a Full Professor with ICS RAS in 1989 and the Moscow Institute of Physics and Technology in 1990. He was the Head of Laboratory and the Deputy Director of the Institute of Information Transmission Problems of RAS from 1990 to 2010. Since 2010 through the present, he is the Head of Network systems control Laboratory, ICS RAS. He is a member of IEEE Communication Society, International Telecommunications Academy and New York Academy of Science, a member of the editorial boards of journals „Automation and Remote Control“, „Control Problems“, „Electronics“, „Problems of Informatics“, editor-in-chief of the LNCS and CCIS series „Distributed Computer and Communication Networks“ published by Springer. In 2019, V. M. Vishnevsky was awarded the title of Honored Scientist of the Russian Federation.

He is an author of more than 300 papers and 10 books. He is a Co-Chair of IEEE Conferences (ICUMT, RTUWO) and the General Chair of IEEE DCCN Conference. His research interests lie in the area of computer networks, stochastic systems, discrete mathematics (extremal graph theory, mathematical programming) and broadband wireless telecommunication networks.

Дата поступления — 04.08.2021