

## OPTIMIZING PLACEMENT OF CONTROL DEVICES ON CHANNELS IN MONITORING NETWORKS

A. M. Kalney

Technograd Plus Ltd,  
630087, Novosibirsk, Russia,  
Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,  
630090, Novosibirsk, Russia

---

DOI: 10.24412/2073-0667-2022-4-28-38

EDN: FBQEUC

The main task of any information control in the network is to analyze the behavior of the network and simulate options for its development based on real information. The more complex the network topology and configuration, the more information is required to conduct its adequate analysis. When analyzing or designing large monitoring networks, the problem of chosen control devices (b-nodes) for gathering information is often arisen. After some pre-processing or directly b-nodes transfer information to central node (c-node) by reliable channels. One of the main indices of quality for such networks is a size of area that is under reliable monitoring, which may be estimated by MENC — a mathematical expectation of a number of nodes that are connected with one special node.

Earlier this problem of optimal placement of control devices was described in [1]. But model was limited by graph only and no algorithm was offered for optimization. In present paper random hypernet with unreliable branches are considered. Simulated annealing algorithm was applied to optimize the cost-consuming placement of b-nodes.

As need in adequate presentation of multi-layered networks is urgent, many researchers propose their models, mainly while solving special tasks. Yet there are some papers that consider the problem in general terms. Most known are such models as sandwiching graphs [2], graphs with different kinds of edges [3], and layered complex networks (LCN) [4]. All these models lacks fundamental and systematical mathematical description. At the same time, more than 30 years ago Russian scientist Vladimir Popkov invented conception of hypernets that allows description of multi-layered networks of different kinds using common basics. Unfortunately, first mention of this model in English occurs in 2005 only [12]. Later some papers had been published concerning solving some special problems based on the hypernet model: the task of optimal placement of the monitoring devices on channels of communication network [6]; design of utility network [7–8]; optimizing transport network [9]. Last two use random and fuzzy hypernet, respectively.

The task of accurately calculating the connectivity probability of a random network with unreliable elements belongs to the class of NP-hard ones; therefore, various approximate methods were previously used in practice, while exact calculation methods were mostly of purely academic interest. However, the development of computer technology has led to a revival of interest in the use of exact methods in practice, since it became possible in a reasonable time to calculate the reliability of small and medium-sized networks (up to tens of nodes). Of the exact methods for determining the probability of a network being connected with unreliable elements, the factorization or Moore-Shannon method is most widely known. This method consists in recursively breaking a hypernet into several simpler branches, respectively, where the vertex is “reliable” (the probability of presence becomes equal to one)

and where it is removed. Recursion continues until a reliable path connecting the selected vertices is obtained, or until an unconnected secondary network is obtained; the recursion also ends when a two-vertex hypernet is received. Due to the fact that the number of recursions grows exponentially with the number of vertices, additional techniques are required to accelerate this method. The following methods are used: before calling a recursion, edges in hanging trees and in connected components that do not contain selected vertices in the secondary network are deleted, when the vertex is deleted, the network connectivity is checked and if both selected vertices are in the same connected component, then the reliability is calculated in this component, if the selected vertices lie in different components, then we get a disconnected network. In both of the above methods, the number of elements of the hypernet decreases, the reliability indicator does not change.

Classic cost-reliability model is considered for optimization. Each placement of b-node on branch changes hypernet elements. First we get b-node that split branch and also creates new edges in secondary network.

It is required to design a hypernet taking throughputs of channels and route length into account. For solving this problem we search the shortest route for each pair of nodes from X on branches of a primary network. Breadth-first search algorithm is used. By solving this problem the embedding of the secondary network into the primary is obtained, and therefore hypernet is obtained.

Various heuristic algorithms have been considered. Simulated annealing (SA) algorithm seems quite appropriate because it does not require too much calculation MENC in condition (3). As a negative example, a genetic algorithm can be cited, which requires frequent computation of this condition. On every step of SA algorithm we found solution that satisfy condition (3) by one-point random change.

This paper continues research of finding optimal placement in monitoring network. Instead of well known graph model, hypernet model are considered. Also was offered appropriate optimization algorithm. Future works may concern parallel realizations of algorithm, extension of model (e.g. adding lengths for channels), consideration of reliability maximization problem with limited number of b-nodes.

**Key words:** Network reliability, hypernets, optimizing placement of control devices.

## References

1. Rodionov A. S., Kalney A. M. Reliability Polynomials in Optimizing Placement of Base Stations in Monitoring Networks // Proc. of the XIV International Scientific-Technical Conference "Actual Problems of Electronic Instrument Engineering", APEIE 2018. P. 252–259.
2. Kim J., Vu V. Sandwiching random graphs: universality between random graph models // Advances in Mathematics, 2004. V. 188. N 2. P. 444–469. [Electron. Res.]: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0001870803003475>.
3. Dijkstra F., Andree B., Koymans K., van der Ham J., Grosso P., de Laat C. A multi-layer network model based on itu-t g.805 // Computer Networks, 2008. V. 52. N 10. P. 1927–1937. Challenges and Opportunities in Advanced Optical Networking. [Electron. Res.]: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128608000844>.
4. Kurant M., Thiran P. Layered complex networks // Phys. Rev. Lett., 2006. V. 96.
5. Rodionov A., Sokolova O., Yurgenson A., Choo H. On optimal placement of the monitoring devices on channels of communication network // Computational Science and Its Applications, ICCSA 2009. Gervasi O., Taniar D., Murgante B., Laganà A., Mun Y., Gavrilova M. L., Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. P. 465–478.
6. Toktoshov G. Y., Yurgenson A. N., Migov D. A. Design of Utility Network Subject to Reliability Constraint // Proc. of International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, IEEE SIBIRCON 2017, Novosibirsk, Russia, 18–22 Sept. 2017. P. 172–17.

7. Toktoshov G. Y., Yurgenson A. N., Migov D. A. On a Problem of the Utility Network Design // Proc. of OPTA-SCL 2018, (Springer), 8–14 July 2018. V. 2098. P. 385–395.
8. Garbuzov K. E. Some problems of fuzzy networks modeling // Computational Science and Its Applications. ICCSA 2016. 16th International Conference, Beijing, China, July 4–7, 2016. Proceedings, Part I, ser. Lecture Notes in Computer Science. O. Gervasi, B. Murgante, S. Misra, A. M. A. C. Rocha, C. M. Torre, D. Taniar, B. O. Apduhan, E. N. Stankova, and S. Wang, Eds. Springer, 2016. V. 9786. P. 529–535. [Electron. Res.]: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-42085-1\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42085-1_42).
9. Popkov V. K., Sokolova O. D. Application of Hyperneet Theory for the Networks Optimazation Problems // 17th IMACS World Congress, Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, July 2005, Paper T4-I-42-0112.
10. Rodionov A. S., Rodionova O. K. Random Hypernets in Reliability Analysis of Multilayer Networks // Lecture Notes in Electrical Engineering, 2015. N 343. P. 307–315.
11. Moore E. F., Shannon C. E. Reliable Circuits Using Less Reliable Relays // Journal of the Franklin Institute. 1956. N 262. P. 191–208. 10.1016/0016-0032(56)90559-2.
12. Rodionov A. S., Migov D. A. Obtaining and Using Cumulative Bounds of Network Reliability // System reliability, C. Volosencu, editor, Chapter 5, Intech, P. 93–112, DOI: 10.5772/intechopen.72182.
13. Valiant L. G. The complexity of computing the permanent // Theor. Comput. Sci. 1979. P. 189–201.
14. Kivela M., Arenas A., Barthelemy M., Gleeson J. P., Moreno Y., Porter M. A. Multilayer networks // Journal of Complex Networks, July 2014. V. 2. N 3. P. 203–271. [Electron Res.]: <https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016>.

# ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕЩЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ НА КАНАЛАХ В СЕТЯХ МОНИТОРИНГА

А. М. Кальней

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
630090, Новосибирск, Россия

УДК 519.718

DOI: 10.24412/2073-0667-2022-4-28-38

EDN: FBQEUC

При анализе или проектировании больших сетей мониторинга часто возникает проблема выбора контрольных устройств (b-узлов) для сбора информации. После некоторой предварительной обработки или напрямую b-узлы передают информацию центральному узлу (c-узлу) по надежным каналам. Одним из основных показателей качества таких сетей является размер территории, находящейся под надежным контролем, которую можно оценить с помощью MENC — математического ожидания количества узлов, связанных с одним специальным узлом. Гиперсети используются для представления сети. Задача вычисления MENC является NP-сложной задачей. Поэтому для оптимизации дорогостоящего размещения b-узлов был применен алгоритм имитации отжига.

**Ключевые слова:** надежность сети, гиперсети, оптимизация размещения контрольных устройств.

**Введение.** Основной задачей любого информационного управления в сети является анализ поведения сети и моделирование вариантов ее развития на основе реальной информации. Чем сложнее топология и конфигурация сети, тем больше информации требуется для проведения ее адекватного анализа. При анализе или проектировании больших сетей мониторинга часто возникает проблема выбора контрольных устройств (b-узлов) для сбора информации. После некоторой предварительной обработки или напрямую b-узлы передают информацию центральному узлу (c-узлу) по надежным каналам. Одним из основных показателей качества таких сетей является размер территории, находящейся под надежным контролем, которую можно оценить с помощью MENC — математического ожидания количества узлов, связанных с одним специальным узлом.

Ранее эта проблема оптимального размещения контрольных устройств была описана в [1]. Но модель ограничивалась только графом, и не предлагалось никакого алгоритма для оптимизации. В настоящей работе рассматривается случайная гиперсеть с ненадежными ветвями. Алгоритм имитации отжига был применен для оптимизации дорогостоящего размещения b-узлов.

Поскольку потребность в адекватном представлении многоуровневых сетей является острой, многие исследователи предлагают свои модели, в основном, при решении специальных задач. Пока что есть работы, в которых проблема рассматривается в общих чертах.

---

Данные работы выполнены по государственному контракту с ИВМ и МГ СО РАН 0251-2021-0005

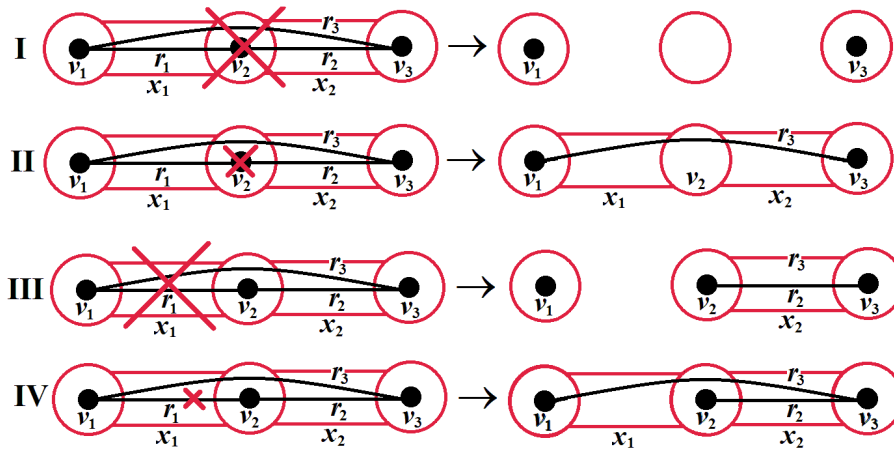


Рис. 1. Возможные случаи разрушения

Самми известными являются такие модели как сэндвич-графы [2], графы с разными видами ребер [3] и многоуровневые сложные сети (LCN) [4]. Во всех этих моделях отсутствует фундаментальное и систематическое математическое описание. В то же время более 30 лет назад российский ученый Владимир Попков изобрел концепцию *гиперсетей*, которая позволяет описывать многослойные сети различных типов с использованием общей основы. Позднее были опубликованы работы по решению некоторых частных задач на основе гиперсетевой модели: задача оптимального размещения мониторинга устройств на каналах сети связи [5]; проектирование инженерной сети [6–7]; оптимизация транспортной сети [8]. Последние два используют случайную и нечеткую гиперсети соответственно.

Остальная часть статьи организована следующим образом: в разделе 2 мы даем математическую постановку задачи. В разделах 3 и 4 мы обсуждаем вычисление критерия *MENC* и оптимизацию структуры соответственно. В разделе 5 мы представляем тематические исследования предлагаемого алгоритма, а раздел 6 является кратким заключением.

**1. Модель гиперсети.** Общее описание модели гиперсети дано в [9]. Модель случайной гиперсети, основанная на этом описании, предложена в [10].

–  $H = (PN, SN, F)$  — гиперсеть состоит из первичной сети  $PN$ , вторичной сети  $SN$  и отображения  $F$ .

–  $PN = (X, V)$  — неориентированный граф с множеством узлов  $X$  (узлы общие для первичной и вторичной сети) и множеством ветвей  $V$ . Каждая ветвь (канал) имеет информацию о своей пропускной способности.

–  $SN = (X, R)$  — неориентированный граф с множеством узлов  $X$  и множеством ребер  $R$ .

–  $F : R \rightarrow 2^V$  — отображение ребер в маршруты  $PN$ . Длина каждого маршрута не может быть больше определенного значения  $D$ .

–  $n = |X|$  — количество узлов.

–  $m = |V|$  — количество ветвей.

–  $k = |R|$  — количество ребер.

–  $p_i$  — вероятность того, что ветка  $i$  исправна (без повреждений, аварий и т. п.).

–  $q_i = (1 - p_i)$  — вероятность того, что ветвь не работает.

–  $R_k(p_1 \dots p_n)$  — вероятность того, что гиперсеть соединила  $k$  выбранных узлов в  $SN$ .

Инцидентность и смежность в  $PN$  и  $SN$  определяются аналогично для графов, а отображение  $F$  дает эти понятия для гиперсети в целом.  $F$  может быть представлен специальными матрицами смежности, описывающими смежность ребер ( $v$ -смежность, если ребра инцидентны одной вершине, и  $x$ -смежность, если ребра лежат в одной ветви). Если ребро проходит *сквозь* вершину, не являющуюся ей инцидентной, то имеем *слабую* инцидентность этих вершин и ребер.

Возможны различные разрушения гиперсети, они изображены на рис. 1, заимствованном из [10]. В текущей работе используются варианты I, III и IV для удаления узлов, ветвей и ребер соответственно.

Первым рассматриваемым критерием надежности будет  $R_{st}$  вероятность соединения пары узлов во вторичной сети. Выбранные узлы обозначаются как  $s, t$ .

Одним из возможных аддитивных критериев, который можно получить из этого критерия, является  $MENC(H) = \sum_{1 \leq i \leq n} R_{CNx_i}(H)$ . Центральный узел помечен как  $CN$ . Этот критерий используется как характеристика качества сети мониторинга с точки зрения охвата контролируемой территории.

**2. Вычисление связности гиперсети.** Из точных методов определения вероятности связности сети с ненадежными элементами наиболее широко известен метод факторизации или метод Мура-Шеннона [11] (см. пример на рис. 2):

$$R_{st}(H) = pR_{st}(H/v_{xy}) + (1 - p)R_{st}(H \setminus v_{xy}),$$

где  $v_{xy}$  — случайная ветвь гиперсети  $H$ ,  $p$  — вероятность наличия ветви  $v_{xy}$ ,  $H/v_{xy}$  — гиперсеть, где ветвь  $v_{xy}$  надежна (вероятность наличия ветви становится равной единице),  $H \setminus v_{xy}$  — гиперсеть, полученная из  $H$  удалением ветви  $v_{xy}$ . Обратим внимание, что при удалении ветви может быть уничтожено более одного ребра, либо ни одно. Этот метод заключается в рекурсивном разбиении гиперсети по ветви на несколько более простых, соответственно где ветвь надежная и где она удалена. Рекурсия продолжается до получения:

- 1) Надежного пути, соединяющего выбранные узлы. Рекурсия завершается и возвращает  $R_{st} = 1$ .
- 2) Несвязанной вторичной сети. Рекурсия завершается и возвращает  $R_{st} = 0$ .
- 3) Гиперсеть с двумя узлами. Рекурсия завершается и возвращает  $R_{st} = p_{st}$ .

Для сокращения пространства перечисления предлагаются методы редукции гиперсети:

1) Удаление ребер (см. пример на рис. 3) в висячих деревьях и компонентах связности, не содержащих оба выбранных узла, выполняется во вторичной сети  $SN$ . Назовем это преобразование редукцией ребер.

2) Редукция моста (см. пример на рис. 4) происходит, когда при удалении ветви мы получаем несколько компонент связности в первичной сети  $PN$ . Если одна из них содержит оба выбранных узла, то расчет надежности выполняется в этой компоненте связности. В противном случае мы получаем несвязанную вторичную сеть.

3) Редукция «простых» цепей (или редукция цепей) в первичной сети (см. пример на рис. 5). Цепь будет называться простой, если она «корректная», т. е. при удалении любой ее ветви будут удалены все ребра цепи, и этот случай также можно обработать. В настоящий момент обрабатываются случаи, когда ребра слабо инцидентны (см. терм в [9]) узлам цепи, и если инцидентности имеют степень два.

Во всех вышеперечисленных редукциях количество элементов гиперсети уменьшается, связность гиперсети не меняется.

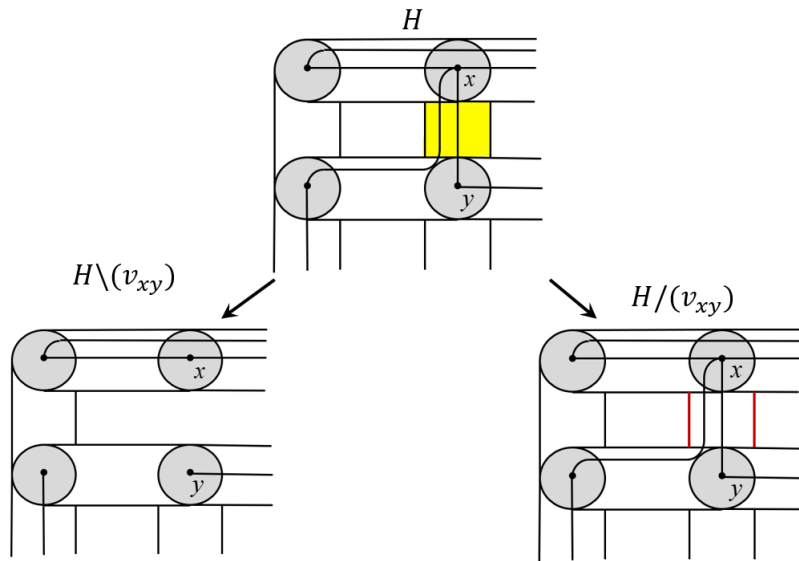


Рис. 2. Метод факторизации

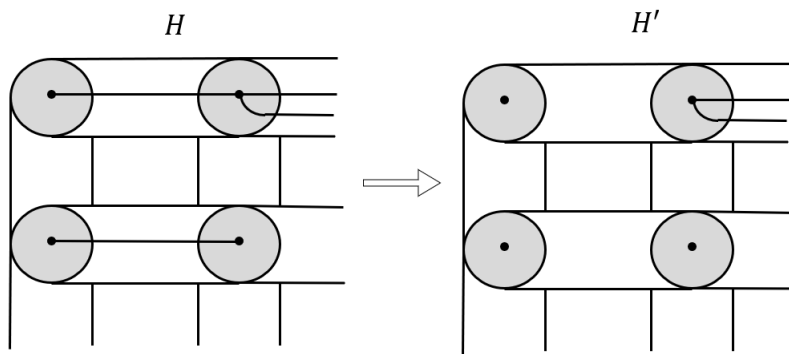


Рис. 3. Редукция ребер

При вычислении  $MENC$  мы получаем кумулятивные границы [12], которые могут помочь остановить вычисления, когда требуемое значение  $MENC$  больше верхней границы или меньше нижней границы.

**3. Оптимизация структуры гиперсети.** Рассмотрена классическая модель «затраты — надежность»:

$$\sum_{j \in 1, \dots, m} c_j y_j \rightarrow \min_{y_j} \tag{1}$$

$$MENC \geq R, \tag{2}$$

где  $c_j$  — стоимость размещения  $b$ -узла в ветви  $v_j$ ;  $y_j$  — флаг выбранной ветви  $v_j$ ;  $R$  — требуемое значение надежности. Если все затраты равны, то получаем следующую задачу:

$$\sum_{j \in 1, \dots, m} y_j \rightarrow \min_{y_j} \tag{3}$$

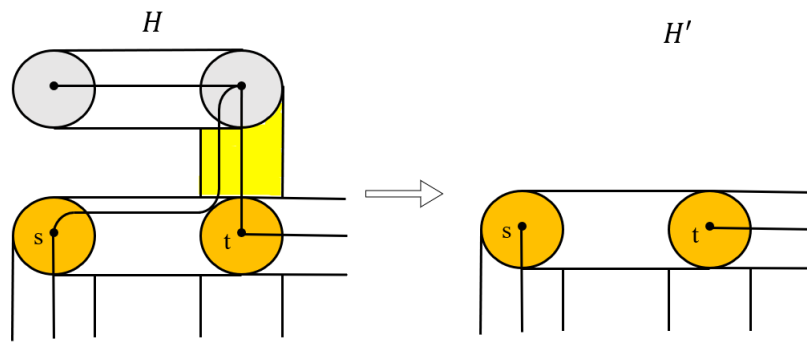


Рис. 4. Редукция мостов

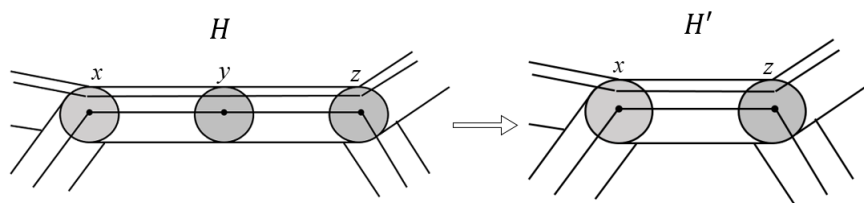


Рис. 5. Редукция цепей

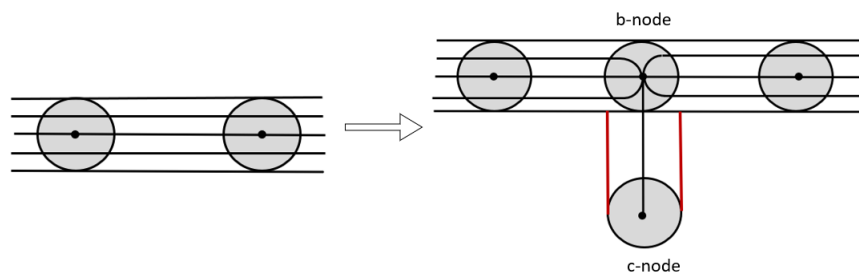


Рис. 6. b-узел на ветви

$$MENC \geq R. \quad (4)$$

Каждое размещение b-узла на ветви изменяет элементы гиперсети, как показано на рис. 6. Сначала мы получаем b-узел, который разделяет ветвь, а также создает новые ребра во вторичной сети. Затем соединяем его надежной ветвью с c-узлом.

Требуется спроектировать гиперсеть с пропускной способностью каналов и длиной маршрутов. Для решения этой задачи ищем кратчайший маршрут для каждой пары узлов из  $X$  на ветвях первичной сети. Используется алгоритм поиска в ширину. Решая эту задачу, вкладываем вторичную сеть в первичную и соответственно получаем гиперсеть.

Задача точного расчета вероятности связности случайной сети с ненадежными элементами относится к классу NP-трудных задач [13]. Поэтому были рассмотрены различные эвристические алгоритмы. Алгоритм имитации отжига (SA) кажется вполне подходящим, поскольку он не требует слишком большого вычисления  $MENC$  в условии (3). В качестве отрицательного примера можно привести генетический алгоритм, требующий частого вычисления этого условия. На каждом шаге алгоритма SA мы находим решение, удо-



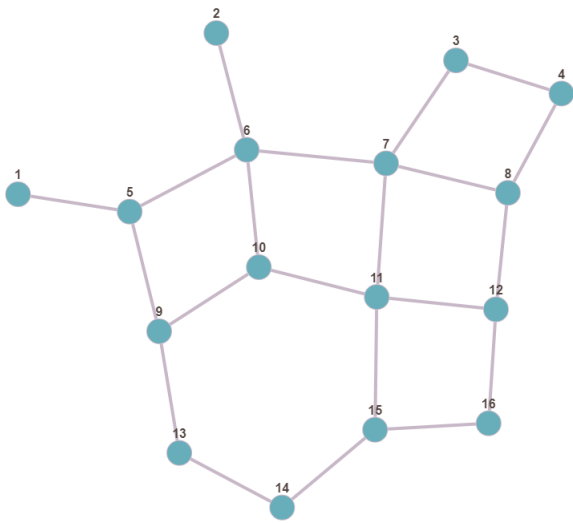


Рис. 7. Первичная сеть  
(топология физической сети)

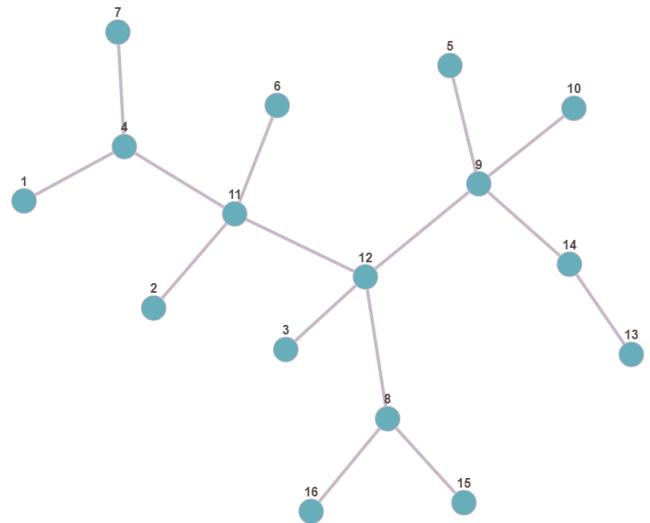


Рис. 8. Вторичная сеть  
(топология сети мониторинга)

Таблица 1  
Результаты алгоритма SA для  $R = 11$  с  $N = 1$

Решение	расчеты <i>MENC</i>
(5,9)	83
(5,9)	39
(8,12);(12,16)	97
(15,16)	41
(14,15)	42
(5,9)	93
(3,7)	19
(5,9)	39
(3,7)	16
(5,9)	27

влетворяющее условию (3) путем случайной замены одной точки. Проверенные решения сохраняются в памяти.

**4. Расчеты.** Алгоритм тестировался на сети мониторинга, представленной случайным деревом (см. рис. 8).

Эта сеть встроена в первичную сеть (см. рис. 7). Каждый канал имеет пропускную способность, равную двум,  $D = 12$ .

Параметры алгоритма SA:  $T_{max} = 10, T_{min} = 0,01$ , функция температуры:  $T = 0,1T_{max}/k$ , где  $k$  — количество итераций. В качестве исходного решения выбирается некоторое количество ветвей  $N$  с наибольшей пропускной способностью. Алгоритм запускался десять раз для модели с параметрами  $R = 11$  и  $R = 12$ . Результаты представлены в табл. 1 и 2 соответственно.

На основании этих результатов можно сделать следующие выводы:

— Значение целевой функции одинаково для всех тестов. Кроме одного для параметра  $R = 11$ . Это позволяет предположить работоспособность алгоритма.

Таблица 2

Результаты алгоритма SA для  $R = 12$  с  $N = 2$ 

Решение	расчеты <i>MENC</i>
(6,10);(15,16)	99
(10,11);(14,15)	64
(11,15);(13,14)	54
(11,12);(13,14)	88
(11,15);(13,14)	55
(11,12);(14,15)	104
(9,3);(15,16)	86
(9,10);(15,16)	99
(6,10);(7,8)	73
(9,13);(14,15)	43

- Для  $MENC = 12$  необходимо более одного  $b$ -узла.
- Количество вычислений  $MENC$  растет с ростом параметра  $R$ .
- Каждое размещение  $b$ -узла значительно увеличивает время вычислений.

**Заключение.** Эта статья продолжает исследования по поиску оптимального размещения в сети мониторинга. Вместо известной графовой модели рассматривается гиперсетевая модель. Также был предложен соответствующий алгоритм оптимизации. Будущие работы могут касаться параллельных реализаций алгоритма, расширения модели (например, добавления длин каналов), рассмотрения задачи максимизации надежности при ограниченном числе  $b$ -узлов.

## Список литературы

1. Rodionov A. S., Kalney A. M. Reliability Polynomials in Optimizing Placement of Base Stations in Monitoring Networks // Proc. of the XIV International Scientific-Technical Conference “Actual Problems of Electronic Instrument Engineering”, APEIE 2018. P. 252–259.
2. Kim J., Vu V. Sandwiching random graphs: universality between random graph models // Advances in Mathematics, 2004. V. 188. N 2. P. 444–469. [Electron. Res.]: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0001870803003475>.
3. Dijkstra F., Andree B., Koymans K., van der Ham J., Grosso P., de Laat C. A multi-layer network model based on itu-t g.805 // Computer Networks, 2008. V. 52. N 10. P. 1927–1937. Challenges and Opportunities in Advanced Optical Networking. [Electron. Res.]: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128608000844>.
4. Kurant M., Thiran P. Layered complex networks // Phys. Rev. Lett., 2006. V. 96.
5. Rodionov A., Sokolova O., Yurgenson A., Choo H. On optimal placement of the monitoring devices on channels of communication network // Computational Science and Its Applications, ICCSA 2009. Gervasi O., Taniar D., Murgante B., Laganà A., Mun Y., Gavrilova M. L., Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. P. 465–478.
6. Toktoshov G. Y., Yurgenson A. N., Migov D. A. Design of Utility Network Subject to Reliability Constraint // Proc. of International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences, IEEE SIBIRCON 2017, Novosibirsk, Russia, 18–22 Sept. 2017. P. 172–17.
7. Toktoshov G. Y., Yurgenson A. N., Migov D. A. On a Problem of the Utility Network Design // Proc. of OPTA-SCL 2018, (Springer), 8–14 July 2018. V. 2098. P. 385–395.

8. Garbuzov K. E. Some problems of fuzzy networks modeling // Computational Science and Its Applications. ICCSA 2016. 16th International Conference, Beijing, China, July 4–7, 2016. Proceedings, Part I, ser. Lecture Notes in Computer Science. O. Gervasi, B. Murgante, S. Misra, A. M. A. C. Rocha, C. M. Torre, D. Taniar, B. O. Apduhan, E. N. Stankova, and S. Wang, Eds. Springer, 2016. V. 9786. P. 529–535. [Electron. Res.]: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-42085-1\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42085-1_42).

9. Popkov V. K., Sokolova O. D. Application of Hyperneet Theory for the Networks Optimazation Problems // 17th IMACS World Congress, Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, July 2005, Paper T4-I-42-0112.

10. Rodionov A. S., Rodionova O. K. Random Hypernets in Reliability Analysis of Multilayer Networks // Lecture Notes in Electrical Engineering, 2015. N 343. P. 307–315.

11. Moore E. F., Shannon C. E. Reliable Circuits Using Less Reliable Relays // Journal of the Franklin Institute. 1956. N 262. P. 191–208. 10.1016/0016-0032(56)90559-2.

12. Rodionov A. S., Migov D. A. Obtaining and Using Cumulative Bounds of Network Reliability // System reliability, C. Volosencu, editor, Chapter 5, Intech, P. 93–112, DOI: 10.5772/intechopen.72182.

13. Valiant L. G. The complexity of computing the permanent // Theor. Comput. Sci. 1979. P. 189–201.

14. Kivela M., Arenas A., Barthelemy M., Gleeson J. P., Moreno Y., Porter M. A. Multilayer networks // Journal of Complex Networks, July 2014. V. 2. N 3. P. 203–271. [Electron Res.]: <https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016>.



**Кальней Артем Максимович** получил бакалаврскую и магистерскую степени по направлению «Математика и компьютерные науки» в Новосибирском государственном университете в 2017 и в 2019 годах. Сейчас специализируется в Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. Его основными на-

учными интересами являются дискретная математика и надежность сетей.

**Kalney Artyom Maksimovich** received a bachelor's and master's degree in mathematics and computer science from Novosibirsk State University in 2017 and 2019. Now specializes in the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. His main research interests are discrete mathematics and network reliability.

*Дата поступления — 07.11.2022*