RENEWABLE RESOURCES ACCOUNTING IN INTEGER MODELS OF PROJECT SCHEDULING

O. A. Lyakhov

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
630090, Novosibirsk, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2023-1-5-11
EDN: PWEWCU

In complicated complexes of operations scheduling renewable resources are assumed by constants that does not always agree with practice of management. Determining of renewable resources as not stored (type "power") which non-use leads to their loss, does not fully reflect their specificity. Formalizing of redistribution of renewable resources is linked to representation conditions of their usage in models. Redistribution of resources is considered on an example of network model for minimizing an unbalance of resources at set directive times for completion scheduling.

Key words: project, network models, scheduling, renewable resources.

References

1. Balashov A. I., Rogova E. M., Tikhonova M. V., Tkachenko E. A. Upravlenie proektami. M., URAIT, 2016.

2. Tzitzarova N. M. Upravlenie proektami, uchebnoe posobie, Ulyanovskii gos. universitet, Ulyanovsk. 2021. 205 P.

3. Kofman A., Debazei G. Setevye metody planirovaniya: Primenenie sistemy PERT i ee raznovidvostei pri upravlenii proizvodstvennymi i nauchno-issledovatelskimi proektami. M.: Progress, 1968.

4. Zukhovitzkii S. I., Radchik I. A. Matematicheskie metody setevogo planirovaniya. M.: Nauka, 1965.

5. Pritsker A. A. B., Watters L. J., Wolfe P. M. Multi Project Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach // Management Science, 1969, 16. P. 93–108.

6. Kolisch R., Sprecher A. PSPLIB — A project scheduling library // European Journal of Operational Research, 1996, V. 96. P. 205–216.

7. Hartmann S., Briskorn D. A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem // European Journal of Operational Research, 2010. V. 207. N 1. P. 1–14.

УЧЕТ НЕСКЛАДИРУЕМЫХ РЕСУРСОВ В ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЯХ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОЕКТОВ

О. А. Ляхов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, Россия

УДК 519.854.2:658.512.6
DOI: 10.24412/2073-0667-2023-1-5-11
EDN: PWEWCU

В известных моделях календарного планирования наличие нескладируемых (возобновляемых) ресурсов полагается заранее заданным во всех временных интервалах, т. е. предполагается их априорное распределение до построения расписания выполнения проекта. Общеизвестное определение нескладируемых ресурсов как ненакапливаемых (типа «мощность»), неиспользование которых приводит к их потере, неполностью отражает их специфику. В статье рассмотрена формализация ресурсных условий в трех задачах построения расписаний работ: минимизация длительности цикла при ограниченных ресурсах; минимизация несбалансированности ресурсов при известном их количестве в интервалах планового периода; распределение ресурсов по критерию минимизации дисбаланса с возможностью перераспределения нескладируемых ресурсов. Предложена формализация условий целочисленной линейной модели построения расписания работ с переменными нескладируемыми ресурсами, минимизирующего дисбаланс при заданных директивных сроках завершения проектов.

Ключевые слова: проект, сетевые модели, календарное планирование, нескладируемые ресусы.

Введение. В моделях сетевого календарного планирования полагается, что количество нескладируемых ресурсов заранее задано. Многократно продублированное в учебных пособиях (см., например, [1, 2]) определение нескладируемых ресурсов как ненакапливаемых (типа «мощность»), неиспользование которых приводит к их потере (производственные площади, фонды времени оборудования и исполнителей, энергия), нуждается в уточнении. Так, годовой фонд времени исполнителей может быть по-разному разбит по кварталам, месяцам, декадам (разные графики отпусков, неполная занятость, сверхурочные работы). То же самое касается оборудования (различные сроки плановых ремонтов). Из этого списка только производственные площади удовлетворяют определению, да и то для небольших временных интервалов.

Можно считать нескладируемыми ресурсы, которые полностью потребляются в плановом периоде независимо от выполнения производственной программы. За ними сохраняется свойство потери при неиспользовании и возможность переноса из одного временного интервала в другой.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (0251-2021-0005) и была представлена на международной конференции «Марчуковские научные чтения–2022»

Если бы можно было нескладируемые ресурсы переносить по временным интервалам произвольно, то отпала бы необходимость решения календарных задач: любой допустимый объемный план был бы выполнимым. Другой крайний случай — заранее заданные уровни ресурсов во времени — соответствует известным постановкам теории расписаний. Эффективность распределения, таким образом, должна проявляться ослаблением ресурсновременных ограничений в задачах календарного планирования.

В разделе 3 рассмотрены целочисленные модели календарного планирования проектов по критерию минимизации длительности цикла при выполнении ресурсных условий и последовательности выполнения работ. В 4-м предложена модель построения расписания работ при заданном плановом периоде с перераспределением нескладируемых ресурсов.

1. Обозначения. Задана сетевая модель комплекса работ — ориентированный без контуров и петель граф $G = (I,M)$.

I — множество вершин (работ сетевой модели).

M — множество связей между работами (отношения предшествования).

N — количество работ сетевой модели.

Если $i.j \in I$ и i непосредственно предшествует j, то обозначается $i \in \Gamma^{-1}(j)$ и пара $(i,j) \in M$ (выполнение операции j может начаться не ранее, чем будут завершены все операции $i \in \Gamma^{-1}(j)$). Аналогично, если j непосредственно следует за i, обозначается $j \in \Gamma^{+1}(i)$.

Входной является операция $\alpha \in I$, не имеющая предшествующих, т. е. $\Gamma^{-1}(\alpha) = \varnothing$.

Выходной называется работа ω, такая что $\Gamma^{+1}(\omega) = \varnothing$.

Существует не менее одной входной и одна выходная фиктивная (не требующая ресурсов) работа.

Каждой работе $i \in I$ сопоставлен объем требуемого ресурса типа «мощность» (нескладируемый) $V_{ik}, i \in I, k = 1,K$, K — количество видов ресурсов.

Продолжительность операции — постоянная величина $t_i = V_{ik}/r_{ik}$, $i \in I$, где r_{ik} — интенсивность потребления *k-го* ресурса *i-й* операцией в единицу времени.

T — продолжительность планового периода.

B_i — самый ранний интервал времени, в котором может заканчиваться выполнение работы i (по терминологии сетевого планирования — раннее окончание i).

E_i — позднее время завершения операции i, рассчитанное относительно T, самый поздний интервал времени, в котором может заканчиваться выполнение работы i (по терминологии сетевого планирования — позднее окончание i).

B_i и E_i соответствуют ранним и поздним временам наступления событий по терминологии сетевого планирования [3, 4].

ω — завершающая (выходная) работа модели, т. е. $\Gamma^{+1}(\omega) = \varnothing$.

R_{kt} — имеющееся количество k-го ресурса (в денежных или натуральных единицах) в интервале времени t.

x_{it} — переменная, равная 1, если выполнение работы i завершается в t-й момент времени, и равная 0 в противном случае, $i = \overline{1,N}, = \overline{1,T}$.

2. Целочисленная линейная модель минимизации длительности цикла проекта. Требуется построить расписание работ (найти даты начала и окончания операций проекта) с учетом ограничений на ресурсы, минимизирующее длительность цикла выполнения комплекса работ. Данная постановка отличается от известной в теории расписаний задачи Джонсона (минимизация общего времени выполнения всех работ) — частичным порядком выполнения операций. Впервые целочисленная линейная модель была приведена в [5], различные варианты — во многих исследованиях, см., например, [6, 7]. При $T \geq \sum_{i=1}^{N} t_i$ в задачах вариантов 1 и 2 всегда есть допустимое решение.

2.1. *Модель. Вариант 1.*

$$x_{it} \in [0,1], \text{ integer}, \qquad i = 1,N, \, t = 1,T \tag{1}$$

$$\sum_{t=B_i}^{E_i} x_{it} = 1 \qquad i = \overline{1,N} \tag{2}$$

$$x_{it_0} + Q \sum_{j \in \Gamma^{+1}(i)} \sum_{t=B_j+t_j}^{\min\{t_0+t_j, E_j\}} x_{jt} \leq 1 \qquad i = \overline{2,N}, \; t \neq \omega, \, t_0 = \overline{B_i + t_i, E_i} \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{N} r_{ik} \cdot \sum_{t=t_0}^{t_0+t_i} x_{it} \leq R_{kt_0} \qquad k = \overline{1,K}, \, t_0 = \overline{1,T} \tag{4}$$

$$\sum_{t=B_\omega+1}^{E_\omega} t \cdot x_{\omega t} \to \min \tag{5}$$

В модели (1–5) моменты времени начала операций вычисляются вычетанием продолжительностей операций из моментов окончания операций, условия (3) задают частичный порядок выполнения работ, ресурсные ограничения (4) гарантируют для каждого ресурса в каждый момент времени непревышение потребности над наличием. Q — заранее заданная величина, определяемая из соотношений
$Q \cdot \max_{i \in I} \left(\sum_{j \in \Gamma^{+1}(i)} \sum_{t=1}^{t_0} \; y_{jt} \right) \leq 1, \; t_0 = 2,T$, например , $Q \leq \frac{1}{T * N}$.

2.2. *Модель. Вариант 2.* Эта запись условий модели соответствует [6]. Отличия от модели варианта 1 заключаются в отображении частичного порядка: соответственно условия (3 и 7). Существуют и другие формализации целочисленных моделей календарного планирования проектов, см., например, [7, 8].

$\Omega_{ij} = [B_i, E_i] \bigcap [\, B_j - t_j + 1, \, E_j]$ — множество интервалов времени, в которых окончание работы i раньше начала операции j, $j \in^{+1} (i)$.

$\tau_i = [B_i, E_i] \bigcap [\tau, \tau + t_i - 1]$ — множество интервалов времени завершения работы i при ее выполнении в интервале $\tau \in [0,T]$.

Условия модели.

$$\sum_{t=B_i}^{E_i} x_{it} = 1, \; x_{it} - integer, i = 1,N, t = 1,T \tag{6}$$

$$\sum_{t \in \Omega_{ij}} t \cdot x_{it} \leq \sum_{t=B_j}^{E_j} (t - t_j) \cdot x_{jt} \quad i = 1,N, \; i \neq \omega, \; j \in^{+1} (i) \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{N} r_{ik} \cdot (\sum_{t \in \tau_i} x_{it}) \leq R_{k\tau} \quad k = 1,K, \; \tau = 1,T \tag{8}$$

$$\sum_{t=1}^{T} t \cdot x_{\omega t} \quad \to \quad \min \tag{9}$$

Вариант 2 отличается от первого отображением временных условий: число ограничений (8) пропорционально $N \cdot T$, количество строк (7) пропорционально N^2. Для практических рачетов пригодны оба варианта. Аналогичная запись ресурсно-временных условий содержится во многих источниках (см., напрмер, [7]).

3. Модель минимизации несбалансированности ресурсов при заданном плановом периоде. В данной постановке, которая ближе к реальной жизни, заранее задана величина планового периода T и требуется построить календарное расписание с минимальными отклонениями потребности в ресурсах от их наличия во времени. При этом сетевых моделей может быть несколько (многотемность, многопроектность).

В модели с условиями (1) — (5) изменяются ограничения (4) на (10), (11) и критеральная функция (5) — на (12).

$$\Delta_{kt_0} \geq \sum_{i=1}^{N} r_{ik} \cdot \sum_{t=t_0}^{t_0+t_i} x_{it} - R_{kt_0} \qquad k = \overline{1{,}K},\, t_0 = \overline{1{,}T} \tag{10}$$

$$\Delta_{kt} \geq 0 \qquad k = 1{,}K, \quad t = 1{,}T \tag{11}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} \Delta_{kt} \;\; \to \quad \min \tag{12}$$

$\Delta_{kt} \geq 0$ — переменная, определяющая дефицит k-го ресурса в t-й интервал времени.

Дополнительно в модель могут быть добавлены ограничения по директивным датам завершения отдельных работ:

$$\sum_{t=1}^{T} x_{it} \;\cdot\; C_t < \; \mathrm{C}_{\mathrm{t_0}}. \tag{13}$$

Условие (13) формализует необходимость завершения операции i не позднее начала интервала t_0.

C_t — константы, выбираемые из соотношений $C_{t+1} > \sum_{l=1}^{t} C_l, t = 0, T-1$. Аналогично могут быть учтены директивные даты начал работ.

4. Модель минимизации несбалансированности с перераспределением нескладируемых ресурсов. В сравнении с известными постановками задач календарного планирования проектов, в которых ресурсы полагаются заранее заданными, в данной модели они являются переменными. Добавляется возможность перераспределения нескладируемых ресурсов для снижения несбалансированности.

Имеем:

$$B_k = \sum_{t=1}^{T} R_{kt}, \quad k = 1, K. \tag{14}$$

B_k — суммарный имеющийся объем k-го ресурса в плановом периоде Т, $k = \overline{1, K}$.

В предыдущих моделях условие (14) не учитывалось, т. к. объемы имеющихся ресурсов во всех интервалах времени были постоянными величинами. В данной модели R_{kt} — переменные, B_k — постоянные.

Общий объем *k-го* ресурса на период T может быть по-разному разбит по интервалам времени от 1 до T. Нескладируемые ресурсы (оборудование, производственные площади, трудовые ресурсы и т. д.) по-разному могут перераспределяться внутри планового периода. Так, например, инженерное оборудование в течение определенного времени должно пройти планово-предупредительный ремонт, здания, сооружения — капитальный ремонт, по-иному распределяются трудовые ресурсы. При известном штатном расписании перераспределение исполнителей может быть реализовано изменением графика отпусков. Поразному учитываются трудовые ресурсы в зависимости от выбранной системы оплаты труда (сдельная или повременная). Многообразие видов нескладируемых ресурсов не позволяет построить единую универсальную модель их перераспределения.

В первом приближении их допустимое количество можно отобразить условием (15). При более детальном описании ресурсов необходимо учесть непрерывность отпусков, невыходы по болезням. Для оборудования расчет фондов времени связан с его техническими характеристиками: возможность остановки, условия технического обслуживания, наработка до текущего и капитального ремонта, степень износа и т. д.

$$0 \leqslant R_{kt} \leqslant B_k/T, \qquad k = \overline{1,K}, \quad t = \overline{1,T}. \tag{15}$$

Модель календарного планирования проектов с перераспределением нескладируемых ресурсов содержит условия (1–3), (10–12), (14–15).

Заключение. Априорное распределение ресурсов применяется во всех известных постановках задач построения расписаний работ: в планировании проектов модели объемы имеющихся нескладируемых ресурсов предполагаются известными для всех интервалов времени. Совмещение построения расписаний с перераспределением нескладируемых ресурсов, предложенное в данной работе, позволяет уменьшить несбалансированность календарных планов и может быть применено как в предварительном, так и в оперативном управлении проектами.

По трудоемкости и по методам решения задача календарного планирования с перераспределением ресурсов сопоставима с задачей с заранее заданными оценками ресурсов.

Список литературы

1. Балашов А. И., Рогова Е. М., Тихонова М. В., Ткаченко Е. А. Управление проектами. М., Юрайт, 2016.

2. Цыцарова Н. М. Управление проектами. Ульян. гос. техн. ун-т. Ульяновск, УлГТУ, 2021, 105 с.

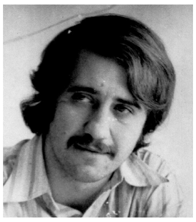
3. Кофман А., Дебазей Г. Сетевые методы планирования: Применение системы ПЕРТ и ее разновидностей при управлении производственными и научно-исследовательским проектами. М.: Прогресс, 1968.

4. Зуховицкий С. И., Радчик И. А. Математические методы сетевого планирования. М.: Наука, 1965.

5. Pritsker A. A. B., Watters L. J., Wolfe P. M. Multi Project Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach // Management Science, 1969, 16. P. 93–108.

6. Kolisch R., Sprecher A. PSPLIB — Aproject scheduling library // European Journal of Operational Research, 1996. V. 96. P. 205–216.

7. Hartmann S., Briskorn D. A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem // European Journal of Operational Research, 2010. V. 207. N 1. P. 1–14.



Ляхов Олег Алексеевич — науч. сотр. Ин-та вычислительной математики и математической геофизики СО РАН; e-mail: loa@rav.sscc.ru;

Олег Ляхов окончил экономический факультет Новосибирского государственного университета в 1973 году. С 1973 года — программист в научном институте. С 1983 года — научный сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. В сфере его научных интересов — разработка систем управления проектами. Автор более 50 работ.

Oleg Lyakhov graduated from Novosibirsk State University in 1973 (faculty of Economy). In 1973 he became an employee of scientific Institute. Since 1983 he is working in the Istitute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. Sphere of his scientific interests — development of project management systems. He is the author and co-author of more than 50 scientific articles.

Дата поступления — 18.10.2022