

WEIGHTED MULTIPLEX NETWORK OF SCIENTIFIC JOURNAL AUTHORS

S. V. Bredikhin, N. G. Scherbakova

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
630090, Novosibirsk, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2025-1-45-59

EDN: BHCALJ

The organizational structure and topology of complex systems (CS) represented as a set of interacting objects are traditionally studied based on their representation in the form of network structures. The standard approach consists of studying graphs whose vertices correspond to objects and edges correspond to one of the possible types of connections [1–3]. Such a model as applied to the system of scientific co-authorship was used in the fundamental works [4, 5]. This representation allows to study such properties of the system as evolution [6, 7], prediction of new co-authorship links [8, 9], identifying communities [10]. An important limitation of this approach is that it captures only binary interactions. A possible way to overcome this limitation is to generalize binary interaction to the interaction of an arbitrary set of actors, for example, by using the formalism of bipartite graphs, hypergraphs, and simplicial complexes. A modern methodology for modeling group relations in CS is described in [19–21]. It is based on the definition of multilayer networks and is suitable for representing most CS. Multilayer networks are defined by a set of nodes interacting with each other in several ways simultaneously. Each type of connection corresponds to a layer, a copy of any “physical” node can be present in several layers.

The simplest classification of multilayer networks distinguishes two categories based on the absence or presence of inter-layer connectivity, which is a significant topological discriminator between two classes of models: non-interconnected networks of networks and interconnected ones. In the case where the connections cannot be explicitly determined based on the data, an important tool for studying the topology is the concept of an inter-layer edge (multilink) [22]. It defines the structure of connections between nodes in all layers. If relationships can be identified from the data and layers are explicitly connected to each other, tensor-like structures are needed [19]. One class of interconnected networks are multiplex networks, in which the nodes of each layer represent copies of the same object and only inter-layer connections among copies of the same physical node are allowed. The mathematical apparatus used to describe and analyze multiplex networks is proposed in [22, 27, 29].

This paper presents the results of the analysis of the weighted multiplex network M^{cc} constructed on the basis of real data extracted from the articles of the scientific journal “Sakharnyi Diabet”. The M^{cc} structure consists of two weighted layers, the nodes of which are the authors of the articles. The edges between the nodes of the first layer are established based on the binary co-authorship relation, and the edges of the second layer are based on the citation relation. The basic properties of nodes and links that determine the network structure are analyzed. The parameters of nodes of each layer that affect the topology of weighted networks, such as degree, weighted degree, and the inverse participation coefficient, are calculated. Their distributions and correlations including interlayer ones are presented.

This work was carried out under state contract with ICMMG SB RAS (0251-2021-0005).

The high level of inter-layer correlation of node degrees indicates that nodes with a significant number of links in one layer are also highly connected in another. This is also true for the weighted degree.

An important characteristic of multiplexity is the concept of the overlap between two layers reflecting the presence of links between the same nodes in both layers. The obtained values of the overlap coefficients indicate active interaction between the authors. The parameters of the multiplex nodes based on the concept of a multilink provide additional information about the relationship between nodes in different layers, in contrast to the sum of links in a single-layer aggregated network. Multidegree, multistrength, the inverse coefficient of multiparticipation, their distributions and correlations were calculated. The analysis of the results allows us to conclude that although it is impossible to conclude from the limited data that co-authors cite mainly co-authors, it is possible to conclude that mutual citations prevails between co-authors. The presented formalism allows us to significantly expand the understanding of author relationships in the scientific field under consideration.

Key words: complex systems, data analysis, multilayer networks, scientific co-authorship, bibliometrics.

References

1. ALBERT R., BARABASI A.-L. Statistical mechanics of complex networks // *Rev. Mod. Phys.* 2002. V. 74. P. 47–97. DOI: 10.1103/RevModPhys.74.47.
2. NEWMAN M. E. J. The structure and function of complex networks // *SIAM Rev.* 2003. V. 45. P. 167–256. DOI: 10.1137/S003614450342480.
3. BOCCALETTI S., LATORA V., MORENO Y., CHAVEZ M., HWANG D-U. Complex networks: Structure and dynamics // *Phys. Rep.* 2006. V. 424. P. 175–308. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.10.009.
4. NEWMAN M. E. J. Scientific collaboration networks. I. Network construction and fundamental results // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64, iss. 1, 016131. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.016131.
5. NEWMAN M. E. J. Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64, iss. 1, 016132. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.016132.
6. BARABASI A. L., JEONG H., NÉDA Z., RAVASZ E., SCHUBERT A., VICSEK T. Evolution of the social network of scientific collaborations // *Phys. A.* 2002. V. 311. P. 590–614. DOI: 10.48550/arXiv.cond-mat/0104162.
7. UDDIN S., HOSSAIN L., ABBASI A., RASMUSSEN K. Trend and efficiency analysis of co-authorship network // *Scientometrics.* 2012. V. 90, N 2. P. 687–699. DOI: 10.1007/s11192-011-0511-x.
8. CHO H., YU Y. Link prediction for interdisciplinary collaboration via co-authorship network // *Soc. Network Analysis and Mining.* 2018. 8, 25. DOI: 10.1007/s13278-018-0501-6.
9. CHUAN P. M., SON L. H., ALI M. ET AL. Link prediction in co-authorship networks based on hybrid content similarity metric // *Appl. Intell.* 2018. 48. P. 2470–2486. DOI: 10.1007/s10489-017-1086-x.
10. SAVIC M., IVANOVIC M., RADOVANOVIC M., OGNJANOVIC Z., PEJOVIC A. Exploratory analysis of communities in co-authorship networks: A case study // *Intern. Conf. on ICT Innovations.* Springer, 2019. P. 55–64. ISBN 978-3-319-91194-6.
11. SHCHERBAKOVA N. G. Modelirovanie gruppovykh vzaimodeistvii kompleksnykh sistem. Obzor // *Problemy informatiki.* 2022. N 3. S. 24–45. DOI: 10.24412/2073-0667-2022-3-24-45.
12. BORGATTI S. P., EVERETT M. G. Network analysis of 2-mode data // *Soc. Networks.* 1997. V. 19. P. 243–269. DOI: 10.1016/S0378-8733(96)00301-2.
13. FAUST K. Centrality in affiliation networks // *Soc. Networks.* 1997. V. 19. P. 157–191. DOI: 10.1016/S0378-8733(96)00300-0.
14. WASSERMAN S., FAUST K. *Social Network Analysis.* Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1984. ISBN 978051185478.

15. BREDIKHIN S. V., SHCHERBAKOVA N. G., IURGENSON A. N. Modeli seti soavtorstva nauchnogo zhurnala. Chast 2 // Problemy informatiki. 2023. N 4. S. 57–72. DOI: 10.24412/2073-0667-2023-4-57-72.
16. ESTRADA E., RODRÍGUEZ-VELÁZQUEZ J. A. Subgraph centrality in complex networks // Phys. Rev. E 71, 056103. 2005. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.056103.
17. HAN, Y., ZHOU, B., PEI, J., JIA, Y. Understanding importance of collaborations in coauthorship networks: A supportiveness analysis approach // Proc. of the 2009 SIAM Intern. Conf. on Data Mining. 2009. P. 1112–1123. DOI: 10.1137/1.9781611972795.95.
18. BREDIKHIN S. V., SHCHERBAKOVA N. G. Model seti soavtorstva nauchnogo zhurnala // Problemy informatiki. 2023. N 3. S. 5–18. DOI: 10.24412/2073-0667-2023-3-5-18.
19. DE DOMENICO M., SOLE-RIBALTA A., COZZO E., KIVELÄ M., MORENO Y., PORTER M. A., GÓMEZ S. AND ARENAS A. Mathematical formulation of multilayer networks // Phys. Rev. X. 2013. V. 3, 041022. DOI: 10.1103/PhysRevX.3.041022.
20. BOCCALETTI S., BIANCONI G., CRIADOD R., DEL GENIO C.I., GÓMEZ-GARDEÑES J., ROMANCE M., SENDIÑA-NADAL I., WANG Z., ZANIN M. The structure and dynamics of multilayer networks // Phys. Rep. 2014. V. 544, iss. 1. DOI: 10.1016/physrep.2014.07.001.
21. KIVELÄ M., ARENAS A., BARTHELEMY M., GLEESON G. P., MORENO Y., PORTER M. A. Multilayer networks // J. of Complex Networks. 2014. V. 2. P. 203–271. DOI: 10.1093/comnet/cnu016.
22. BIANCONI G. Statistical mechanics of multiplex networks: entropy and overlap // Phys. Rev. E. 2013. V. 87, iss. 6. 062806. DOI: 10.1103/PhysRevE.87.062806.
23. BATTISTON F., IACOVACCI J., NICOSIA V., BIANCONI GINESTRA, LATORA V. Emergence of multiplex communities in collaboration networks // PLoS ONE. 2016. V. 11, iss. 1, e0147451. DOI: 10.1371/journal.pone.0147451.
24. CARDILLO A., GÓMEZ-GARDEÑES J., ZANIN M., ROMANCE M., PAPO D., DEL POZO F., BOCCALETTI S. Emergence of network features from multiplexity // Scientific Rep. 2013. V. 3, 1344. DOI: 10.1038/srep01344.
25. SZELL M., LAMBIOTTE R., THURNER S. Multirelational organization of large-scale social networks in an online world // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 2010. V.107, iss. 31. P. 13636–13641. DOI: 10.1073/pnas.1004008107.
26. NICOSIA, V., LATORA V. Measuring and modeling correlations in multiplex networks // Phys. Rev. E. 2015. V. 92, 032805. DOI: 10.1103/PhysRevE.92.032805.
27. MENICHETTI G., REMONDINI D., PANZARASA P., MONDRAGÓN R. J., BIANCONI. Weighted Multiplex Networks // PLoS ONE. 2014. V. 9, iss.6, e97857. DOI: 10.1371/journal.pone.0097857.
28. TUNINETTI M., ALETA A., PAOLOTTI D., MORENO Y., STARNINI M. Prediction of scientific collaborations through multiplex interaction networks // Phys. Rev. Research. 2020. V. 2, 042029. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.2.042029.
29. BATTISTON F., NICOSIA V., LATORA V. Structural measures for multiplex networks // Phys. Rev. E. 2014. V. 89, 032804. DOI: 10.1103/PhysRevE.89.032804.
30. DE DOMENICO M. Multilayer networks: Analysis and visualization. Springer, 2021. ISBN 978-3-030-75718-2 (eBook).
31. BARRAT A., BARTHELEMY M, PASTOR-SATORRAS R., VESPIGNANI A. The architecture of complex weighted networks // PNAS. 2004. V. 101. P. 3747–3752. DOI: 10.1073/pnas.0400087101.
32. GUIMERA R., AMARAL L.A.N. Cartography of complex networks: modules and universal roles // J. Stat. Mech. 2005, P02001. DOI: 10.1088/1742-5468/2005/02/P02001.

ВЗВЕШЕННАЯ МУЛЬТИПЛЕКСНАЯ СЕТЬ АВТОРОВ НАУЧНОГО ЖУРНАЛА

С. В. Бредихин, Н. Г. Щербакова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090, Новосибирск, Россия

УДК 519.177

DOI: 10.24412/2073-0667-2025-1-45-59

EDN: ВНСАЛJ

Мультиплексная сеть, состоящая из множества узлов, связанных отношениями нескольких типов, представленных слоями, рассматривается как модель комплексной системы. Изучается двухслойная взвешенная мультиплексная сеть, учитывающая два типа бинарных отношений между авторами статей научного журнала: соавторство и цитирование. Первый слой — взвешенная сеть соавторства, связь между авторами устанавливается при наличии хотя бы одной совместной публикации. Второй слой — взвешенная ориентированная сеть цитирования, связь между авторами устанавливается, если автор (соавтор) статьи указывает в списке литературы статью, в которой участвует цитируемый автор. На основании реальных данных построена модель мультиплексной сети авторов научного журнала и измерены параметры, определяющие ее характерные свойства. Использованный метод позволил выявить схемы взаимодействия авторов, корреляции между весами узлов и определить параметры моделируемой сети.

Ключевые слова: комплексные системы, анализ данных, многослойные сети, научное соавторство, цитирование, библиометрия.

Введение. Комплексная система (КС), представленная множеством взаимодействующих акторов, традиционно моделируется с помощью графа, вершины которого соответствуют акторам, а ребра — одному из возможных типов их связей [1–3]. Такая модель в применении к анализу соавторства использовалась в основополагающих работах [4, 5]. При этом узлы сети соответствовали авторам, а ребро между узлами строилось при наличии хотя бы одной научной публикации (НП), в которой участвовали оба автора. Подобные модели (моносети) получили развитие при исследовании эволюции КС [6, 7], прогнозировании возникновения новых соавторских связей [8, 9], выявлении сообществ [10]. Однако такие модели имеют существенное ограничение, состоящее в том, что они фиксируют исключительно бинарные связи акторов, в то время как многие эмпирические КС демонстрируют их групповые взаимодействия.

Возможный способ преодоления этого ограничения заключается в обобщении бинарного взаимодействия до взаимодействия произвольного множества акторов (узлов), например в использовании формализма двудольных графов, гиперграфов, симплициальных комплексов [11]. Так, двудольные графы широко применяются в социальных сетях [12–14]. В этом случае конструкция сети состоит из двух непересекающихся множеств узлов:

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (FWNM-2024-0005).

одно соответствует НП, другое — их авторам. Между двумя узлами строится ребро, если один узел соответствует НП, а другой — автору, указанному в списке авторов этой НП. Результаты исследования множества библиографических данных о соавторстве в НП, основанные на двудольных графах, приведены, например, в работе [15]. Концепция гиперграфа также предоставляет вычислительный инструмент, который можно адаптировать ко многим аналитическим ситуациям [16, 17]. При анализе соавторства узлы, соответствующие авторам, объединяются гиперребром при наличии совместной публикации. Свойства гиперсети, построенной на основе библиографических данных о соавторстве, приведены, например, в работе [18].

Современная методика, позволяющая моделировать групповые отношения в КС, изложена в работах [19–21]. Она основана на определении многослойных сетей и пригодна для представления большинства КС. Многослойные сети определяются множеством узлов, взаимодействующих друг с другом несколькими способами одновременно, такие сети обеспечивают естественное описание систем, в которых акторы имеют свои (различные) множества соседей в каждом слое. Изучение реальных социальных сетей демонстрирует, что отношения между участниками в основном происходят внутри разных групп (слоев) [14], а представление в виде многослойной сети позволяет исследовать корреляции между ролью узлов на разных уровнях. Например, путем анализа двухслойной сети можно определить, будет ли узел, который является хабом (узлом, имеющим множественные связи) в сети соавторства, хабом в сети цитирования между авторами. Простейшая классификация многослойных сетей выделяет две категории, основанные на отсутствии или наличии межслойных связей, что является существенным дискриминатором между двумя классами моделей — невзаимосвязанными сетями сетей и взаимосвязанными. В том случае, когда взаимосвязи не могут явно определяться на основании данных, важным инструментом исследования топологии становится понятие межслойного ребра (мультилинка) [22], определяющего структуру связей между узлами во всех слоях. Если взаимосвязи могут быть определены на основе данных, а слои явно связаны между собой, необходимы структуры, подобные тензорам [19].

В настоящее время анализ эмпирических КС, представленных многослойными сетями, рассматривается в широком спектре приложений. Так, в работе [23] возникновение сообществ в системе сотрудничества исследуется на примере четырехслойной сети соавторства, слои соответствуют разделам физики. Возникновение свойств транспортной системы на основе многослойности исследуется в работе [24], а свойства многопользовательских онлайн-игр — в работе [25]. Различные виды корреляции между свойствами узлов для нескольких классов комплексных систем — биологических, технологических, социальных — представлены в работе [26]. В частности, система научного соавторства в журналах Американского физического сообщества представлена сетью, состоящей из 10 слоев согласно классификации журналов. В работе [27] введено понятие взвешенной многослойной сети, математический инструментарий проиллюстрирован на примере анализа системы научного соавторства, представленной взвешенной двухслойной сетью, слои которой отражают соавторство и цитирование. В работе [28] алгоритмы предсказания новых связей в системе научного сотрудничества строятся на основе многослойной сети, учитывающей множественные формы научного взаимодействия.

Один из классов взаимосвязанных сетей — мультиплексные сети, в которых узлы каждого слоя представляют копии одного и того же объекта и возможны только межслойные ребра между этими копиями. Математический аппарат, используемый для описания и ана-

лиза мультиплексных сетей, представлен в работах [22, 27, 29]. В частности, предложен ряд мер для определения параметров многослойных сетей с точки зрения базовых свойств узлов и ребер: локальных — коэффициент кластеризации и транзитивность, глобальных — достижимость и центральность.

Представлены результаты анализа взвешенной мультиплексной сети, состоящей из двух слоев: научного соавторства и цитирования. Сеть построена на основе реальных данных, извлеченных из многолетнего архива статей научного журнала. Анализируются базовые свойства узлов и ребер, определяющие структуру сети. Используемый формализм позволяет выявить авторские связи, которые могут быть не замечены при раздельном анализе слоев.

1. Метод. В многослойной сети пары взаимодействующих узлов (акторов) соединены несколькими типами связей. Каждый тип соответствует слою, копия любого “физического” узла может присутствовать в нескольких слоях.

1.1. Формально *многослойная сеть* — это пара $\mathcal{M} = (\mathcal{G}, \mathcal{C})$, где \mathcal{G} — семейство $\mathcal{G} = \{G_\alpha, \alpha \in \{1, \dots, M\}\}$ (ориентированных / неориентированных, взвешенных / невзвешенных) сетей $G_\alpha = (V_\alpha, E_\alpha)$, называемых *слоями*, а $\mathcal{C} = \{E_{\alpha,\beta} \subseteq V_\alpha \times V_\beta; \alpha, \beta \in \{1, \dots, M\}, \alpha \neq \beta\}$ — множество взаимосвязей между узлами различных слоев G_α и G_β , $\alpha \neq \beta$ [20]. Элементы множества E_α называются *внутрислойными* ребрами, а элементы множества $E_{\alpha,\beta}$ — *межслойными*.

Мультиплексной сетью (*мультиплексом*) [29] называют особый тип многослойной сети, в которой $V_1 = V_2 = \dots V_M = V$ и допускаются только межслойные ребра между копиями одних и тех же узлов. Таким образом, мультиплексная сеть, состоящая из N узлов и M слоев, представляет собой упорядоченное множество сетей $\mathcal{G} = (G_1, \dots, G_\alpha, \dots, G_M)$, $G_\alpha = (V, E_\alpha)$, $\alpha \in \{1, \dots, M\}$, $|V| = N$. То есть каждый из N узлов имеет копии в каждом слое и $\forall \alpha, \beta \in \{1, \dots, M\}, \alpha \neq \beta (E_{\alpha\beta} = \{(v, v); v \in V\})$. Любая сеть G_α определяется матрицей смежности $A^\alpha = (a_{ij}^\alpha)$, $a_{ij}^\alpha = 1$, если узлы i и j связаны ребром в слое α , то есть выполняется условие $(i, j) \in E_\alpha$; в противном случае $a_{ij}^\alpha = 0$. Сеть представляется вектором матриц $A = (A^1, \dots, A^\alpha, \dots, A^M)$.

Взвешенная мультиплексная сеть [27] представлена вектором матриц $\mathbf{A} = (A^1, \dots, A^\alpha, \dots, A^M)$, $A^\alpha = (a_{ij}^\alpha)$, $a_{ij}^\alpha = w_{ij}^\alpha > 0$, если узлы i и j связаны ребром, имеющим вес w_{ij}^α в слое α ; в противном случае $a_{ij}^\alpha = 0$. Такую сеть, состоящую из одного слоя, называют *моноплексом*.

1.2. *Агрегированная сеть* [29], соответствующая мультиплексной сети — это невзвешенная сеть, определяемая матрицей $\mathcal{A} = (a_{ij})$,

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } \exists \alpha : a_{ij}^\alpha = 1 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1)$$

Она получена из многослойной сети путем соединения всех пар узлов, связанных ребром по крайней мере в одном слое.

1.3. *Маршрут, путь, связная компонента* [20]. Пусть $\mathcal{M} = (\mathcal{G}, \mathcal{C})$ — многослойная сеть. Рассмотрим множество $E(\mathcal{M}) = \{E_1, \dots, E_M\} \cup \mathcal{C}$. *Маршрутом* называют непустую последовательность $\{v_1^{\alpha_1}, l_1, v_2^{\alpha_2}, l_2, \dots, l_{q-1}, v_q^{\alpha_q}\}$ узлов и ребер $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q \in \{1, \dots, M\}$, таких что $\forall r < q \exists E \in E(\mathcal{M}) (l_r = (v_r^{\alpha_r}, v_{r+1}^{\alpha_{r+1}}) \in E)$. Если ребра l_1, l_2, \dots, l_q невзвешенные, то длина маршрута равна $q - 1$, если ребра взвешенные, то длина маршрута определяется как обратная сумма соответствующих весов.

Путь $w = \{v_1^{\alpha_1}, v_2^{\alpha_2}, \dots, v_q^{\alpha_q}\}$ между узлами $v_1^{\alpha_1}$ и $v_q^{\alpha_q}$ называется маршрутом, проходящим через узлы сети \mathcal{M} , причем каждый узел посещается только один раз. Если для каждой пары узлов \mathcal{M} существует связывающий их путь, то сеть называется *связной*; в противном случае — *несвязной*.

Сеть $\mathcal{N} = (\mathcal{G}', \mathcal{C}')$ называется *подсетью* сети $\mathcal{N} = (\mathcal{G}, \mathcal{C})$, если для каждой пары $\gamma, \delta, \gamma \neq \delta$ существует пара $\alpha, \beta, \alpha \neq \beta$, таких что $V'_\gamma \subseteq V_\alpha, E'_\gamma \subseteq E_\alpha$ и $E'_{\gamma\delta} \subseteq E_{\alpha\beta}$. *Связная компонента* — это максимальная связная подсеть сети \mathcal{M} . Для ориентированной сети различают *сильную* и *слабую связности*. В случае слабой связности, как и в случае моносетей, направление ребер не учитывается. Это определение позволяет идентифицировать связанные компоненты физических узлов из агрегированного представления многослойной сети [30], в этой же работе приведены другие определения связных компонент многослойных сетей.

1.4. *Структура слоя.* Чтобы охарактеризовать взвешенные сети, определение степени узла k_i расширяется до определения силы (взвешенной степени) s_i в терминах общего веса инцидентных ребер [31]. С точки зрения слоя α многослойной сети можно рассматривать следующие локальные свойства:

а) *степень* узла в слое α :

$$k_i^\alpha = \sum_{j=1}^N \theta(a_{ij}^\alpha), \quad (2)$$

(здесь и далее $\theta(x) = 1$, если $x > 0$, $\theta(x) = 0$ в противном случае);

б) *силу* узла в слое α :

$$s_i^\alpha = \sum_{j=1}^N a_{ij}^\alpha, \quad (3)$$

в) *среднюю силу* узлов, имеющих степень k в слое α :

$$s_i^\alpha(k) = \langle s_i^\alpha \delta(k_i^\alpha, k) \rangle, \quad (4)$$

(здесь и далее $\delta(x, y)$ означает дельту Кронекера; $\delta(x, y) = 1$, если $x = y$);

г) *обратный коэффициент участия* узла [32], который показывает, насколько неравномерно веса связей узла i распределены в слое α :

$$Y_i^\alpha = \sum_{j=1}^N \left(\frac{a_{ij}^\alpha}{s_i^\alpha} \right)^2. \quad (5)$$

Величина $(Y_i^\alpha)^{-1}$ принимает максимальное значение, равное k_i , в том случае, когда веса распределены равномерно, то есть $w_{ij}^\alpha = s_i^\alpha / k_i^\alpha$, а минимальное, равное единице, когда вес одного ребра имеет намного большее значение, чем все остальные;

д) *средний обратный коэффициент участия* $Y_i^\alpha(k)$ определяется аналогично (4) как среднее значение коэффициента для узлов, имеющих степень k :

$$Y_i^\alpha(k) = \langle Y_i^\alpha \delta(k_i^\alpha, k) \rangle. \quad (6)$$

1.5. *Мультиплексная структура.* В данном разделе рассмотрены параметры, позволяющие охарактеризовать свойства мультиплексности сети в терминах базовых свойств узлов и ребер.

1.5.1. *Перекрывтие слоев.* В работе [22] введено понятие глобального перекрывтия между слоями, чтобы охарактеризовать важные корреляции между двумя слоями в мультиплексе, а в работе [27] это понятие расширено для случая взвешенного мультиплекса. Для слоев α и β коэффициент полного перекрывтия $O^{\alpha\beta}$ определяется как общее число пар узлов, одновременно связанных между собой в обоих слоях:

$$O^{\alpha\beta} = \sum_{i < j} \theta(a_{ij}^{\alpha})\theta(a_{ij}^{\beta}), \quad (7)$$

коэффициент полного взвешенного перекрывтия как

$$O^{(w)\alpha\beta} = \sum_{i < j} \min \left(\frac{w_{ij}^{\alpha}}{w_{\max}^{\alpha}}, \frac{w_{ij}^{\beta}}{w_{\max}^{\beta}} \right), \quad (8)$$

где w_{\max}^{α} — максимальный вес ребра в слое α .

1.5.2. Понятие мультилинка [22] обобщает понятие перекрывтия. *Мультилинк* (сокращенно м/л) $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_M)$, $m_i \in \{0, 1\}$ между узлами i и j определяет множество ребер, соединяющих заданную пару узлов на разных слоях мультиплекса, при этом $m_{\alpha} = 1$ означает, что на уровне α существует ребро между i и j . Пара узлов мультиплексной сети всегда соединена м/л типа $\mathbf{m} = (\theta(a_{ij}^1), \theta(a_{ij}^2), \dots, \theta(a_{ij}^M))$. Если $\mathbf{m} = 0$ для некоторой пары узлов, значит они непосредственно не связаны ни в каком слое. Фактически, если узлы i и j соединены м/л \mathbf{m} , таким что $m_{\alpha} = m_{\alpha'} = 1$, то имеется перекрывтие ребер между узлами i и j в слоях α и α' . В двухслойном мультиплексе возможны типы м/л: (1,1), (1,0), (0,1), (0,0). Например, если ребро (i, j) присутствует в слое 1 и отсутствует в слое 2, то пара узлов связана м/л типа $\mathbf{m} = (1, 0)$.

Для м/л \mathbf{m} определяется матрица мультисмежности $A^{\mathbf{m}}$, $A_{ij}^{\mathbf{m}} = 1$ титт, когда существует м/л \mathbf{m} , связывающий i и j :

$$A_{ij}^{\mathbf{m}} = \prod_{\alpha=1}^M [\theta(a^{\alpha ij})m_{\alpha} + (1 - \theta(a^{\alpha ij}))(1 - m_{\alpha})] \quad (9)$$

На основе матрицы (9) мультистепень $k_i^{\mathbf{m}}$ узла i определяется суммой

$$k_i^{\mathbf{m}} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^{\mathbf{m}}. \quad (10)$$

Для взвешенного мультиплекса [27] определены также понятия мультисилы и обратного коэффициента мультиучастия. *Мультисила* узла i для слоя α , ассоциирующегося с м/л \mathbf{m} такими, что $m_{\alpha} > 0$, определяется суммой

$$s_{i,\alpha}^{\mathbf{m}} = \sum_{j=1}^N a_{ij}^{\alpha} A_{ij}^{\mathbf{m}}. \quad (11)$$

Например, для двухслойного мультиплекса и $\mathbf{m} = (1, 0)$ $s_{i,1}^{(1,0)}$ — это вес ребер, инцидентных узлу i , в слое 1 с теми узлами, с которыми нет связей во втором слое (11).

Обратный коэффициент мультиучастия определяется суммой

$$Y_{i,\alpha}^{\mathbf{m}} = \sum_{j=1}^N \left(\frac{a_{ij}^{\alpha} A_{ij}^{\mathbf{m}}}{\sum_r a_{ir}^{\alpha} A_{ir}^{\mathbf{m}}} \right)^2. \quad (12)$$

В качестве характеристик узлов с данной мультистепенью $k^{\mathbf{m}}$ в слое α используются также понятия *средней мультисилы* узлов

$$s^{\mathbf{m},\alpha}(k^{\mathbf{m}}) = \langle s_i^{\mathbf{m},\alpha}, \delta(k_i^{\mathbf{m}}, k^{\mathbf{m}}) \rangle \quad (13)$$

и *среднего обратного коэффициента мультиучастия*

$$Y^{\mathbf{m},\alpha}(k^{\mathbf{m}}) = \langle Y_i^{\mathbf{m},\alpha}, \delta(k_i^{\mathbf{m}}, k^{\mathbf{m}}) \rangle. \quad (14)$$

2. Исходные данные и модель сети. Исходные данные для анализа извлечены из записей электронного XML-архива научного журнала “Сахарный диабет” (ISSN 2072-0378). Детали содержимого архива и обработки “сырых” данных приведены в работах [15, 18]. В результате рассматриваем множество опубликованных в журнале статей P , $|P| = 991$, и множество авторов A , $|A| = 1694$, участвовавших в их создании. В свою очередь, P представлено объединением P^m — множеств статей, созданных в соавторстве, и множества P^s индивидуальных статей. В нашем случае $|P^m| = 843$, $|P^s| = 148$. Аналогично множество авторов A представлено объединением множеств $A = A^m \cup A^s$, где A^m — подмножество авторов, имеющих совместные публикации, A^s — имеющих исключительно индивидуальные публикации. В нашем случае $|A^m| = 1676$, $|A^s| = 18$.

Исследованию подлежит взвешенная двуслойная мультиплексная сеть, которую обозначим M^{cc} . Первый слой сети — это взвешенная неориентированная сеть соавторства, узлами которой являются элементы множества A , ребро между узлами устанавливается в том случае, если авторы имеют как минимум одну совместную статью из множества P . Вес ребра (i, j) вычисляется как

$$w_{ij} = \sum_{p \in P} \delta_i^p \delta_j^p \quad (15)$$

где $\delta_i^p = 1$, если автор i участвует в публикации $p \in P$, и $\delta_i^p = 0$ в противном случае. Использован полный метод подсчета веса (в отличие от частичного [5]), поскольку большинство совместных публикаций имеет двух авторов.

Второй слой сети — это взвешенная ориентированная сеть цитирования, узлами которой являются элементы множества A . Ребро между цитирующим и цитируемым авторами устанавливается в том случае, если в списке литературы статьи из P , в которой участвует цитирующий автор, присутствует ссылка на статью из P , в которой участвует цитируемый автор. Вес ориентированного ребра (i, j) вычисляется как

$$w_{ij} = \sum_{p,p' \in P} \delta_i^p \delta_j^{p'} b_{p,p'}, \quad (16)$$

где $b_{p,p'} = 1$, если публикация p ссылается на публикацию p' , δ_i^p определено аналогично (15).

Оба слоя M^{cc} имеют одиночные узлы, в первом слое это авторы из множества A^s , имеющие только индивидуальные публикации, а во втором — авторы, не связанные цитированием с другими авторами из A .

Таблица 1

Параметры распределения степеней и силы узлов в слоях 1, 2

$P(\cdot)$	γ	x_{\min}
$P(k^1)$	2.41	7
$P(k_{in}^2)$	1.76	8
$P(k_{out}^2)$	3.22	32
$P(s^1)$	2.11	12
$P(s_{in}^2)$	1.61	5
$P(s_{out}^2)$	3.58	441

Таблица 2

Коэффициенты корреляции степеней и силы узлов в слоях 1, 2

ρ	s^1	s_{in}^2	s_{out}^2
k^1	0.9666824	—	—
k_{in}^2	—	0.9638058	—
k_{out}^2	—	—	0.8311687

3. Параметры и свойства M^{cc} . Сеть M^{cc} описывается вектором матриц $\mathbf{A} = (A^1, A^2)$, $A^\alpha = (a_{ij}^\alpha)$, $a_{ij}^\alpha = w_{ij}^\alpha > 0$, $\alpha \in \{1, 2\}$. Вес w_{ij}^1 определен согласно (15), а w_{ij}^2 — (16). Число узлов сети $N = 1694$. Число ребер первого слоя 8209, число ребер второго слоя 21 171. Поскольку второй слой сети является ориентированным, в параметрах присутствуют указатели *in* и *out*.

3.1. *Максимальная компонента.* Выделение компоненты осуществляется на основании агрегированного представления M^{cc} как графа, матрица смежности которого определяется согласно (1). В данном случае граф слоя 2 рассматривается без учета ориентации ребер, как при определении слабой связности. Агрегированная сеть состоит из 49 слабо связанных компонент размером более единицы (см. п. 1.3). Максимальная компонента содержит 1484 узла. Размеры максимальной компоненты первого слоя — 1097 узлов, размеры максимальной компоненты второго слоя — 1073.

Таблица 3

Распределение средних значений силы и обратного коэффициента участия узлов в слоях 1, 2

$P(\cdot)$	γ	x_{\min}
$P(s^1(k))$	3.14	183
$P(s^2(k_{in}))$	1.66	57
$P(s^2(k_{out}))$	1.65	37.4
$P(Y^1(k))$	2.16	0.023
$P(Y^2(k_{in}))$	2.32	0.066
$P(Y^2(k_{out}))$	1.93	0.018

3.2. *Параметры слоев.* Для первого и второго слоя вычислены значения степени (2) и силы узлов (3), во втором слое отдельно рассмотрены входящие и исходящие ребра. Распределение степеней узлов, а также силы узлов в каждом слое следует степенному закону $P(X = x) \sim x^{-\gamma}$, параметры распределений представлены в табл. 1. Значение экспоненты $\gamma > 1$, x_{\min} — пороговое значение, закон проявляется при превышении этого значения. Табл. 2 демонстрирует высокий уровень корреляции степеней (здесь и далее коэффициент корреляции Пирсона) и силы узлов в рамках каждого слоя. Распределение весов в сети характеризует и средняя сила

узлов, имеющих одинаковую степень (3, 4), участие в формировании силы узлов, инцидентных узлу, характеризует средний коэффициент участия (5, 6). Распределения этих величин следуют степенному закону, параметры представлены в табл. 3. Для хабов слоя соавторства характерны большие средние значения весов ребер по сравнению со средними значениями для узлов с малым числом связей. Распределение $Y^\alpha(k)$ указывает на неоднородность весов ребер, инцидентных узлам.

Таблица 4

Коэффициенты корреляции степеней узлов в разных слоях

ρ	k^1	k_{in}^2	k_{out}^2
k^1	1.00	0.82	0.75
k_{in}^2	0.82	1.00	0.71
k_{out}^2	0.75	0.71	1.00

Таблица 5

Коэффициенты корреляции силы узлов в разных слоях

ρ	s^1	s_{in}^2	s_{out}^2
s^1	1.00	0.92	0.94
s_{in}^2	0.92	1.00	0.93
s_{out}^2	0.94	0.93	1.00

Для сравнения степеней и силы узлов между слоями вычислены коэффициенты корреляции, результаты представлены в табл. 4, 5. Например, из 12 узлов, имеющих наибольшую степень в слое 1, девять имеют наибольшую степень в слое 2 как для входящих, так и для исходящих ребер. Наибольшая корреляция зафиксирована между силой связей узлов слоя 1 и силой исходящих связей узлов слоя 2.

3.3. *Коэффициент перекрытия слоев.* При вычислении коэффициента перекрытия слоев 1, 2 игнорируем направление ребер в слое цитирования, учитывая только наличие ребра между парой узлов. Таких связных пар в слое соавторства 8209, в слое цитирования — 18 774 (без учета самоцитирований). Глобальное перекрытие (7) составляет $O^{1,2} = 3015$. В процентном отношении (коэффициент) относительно числа ребер в слое коэффициент для слоя соавторства составляет 36,73 %, для слоя цитирования — 16,06 %. Взвешенное перекрытие (8) учитывает минимум относительного веса для каждой пары узлов, присутствующих в обоих слоях, и рассчитывается с учетом суммы относительного веса всех ребер в слое. Взвешенный коэффициент перекрытия для слоя соавторства составляет 29,5 %; для слоя цитирования — 20,78 %. Сеть M^{cc} демонстрирует относительно высокий уровень перекрытия слоев, что свидетельствует о взаимосвязи между соавторством и цитированием.

3.4. *Мультистепенени* определяют шаблоны перекрытия ребер, инцидентных узлу. Для двухслойной мультиплексной сети рассматриваются нетривиальные типы м/л ($\mathbf{m} \neq 0$) $(1, 1)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$. Поскольку учитывается направление ребер во втором слое, то м/л обозначаем $(m_1, m_2)_{in}$ и $(m_1, m_2)_{out}$. Так, для типа $(0, 1)_{in}$ при подсчете мультистепенени узла i учитываются ребра, инцидентные узлу в первом слое такие, что соответствующие не присутствуют во втором слое в качестве входящих ребер.

Для M_{cc} вычислены и проанализированы значения мультистепеней (10). Наибольшая доля нулевых значений характерна для м/л типа $(1, 1)_{in}$ (79 %) и $(1, 1)_{out}$ (76 %). Таким

Таблица 6

Параметры распределения мультистепеней узлов M^{cc}

$P(\cdot)$	γ	x_{\min}
$P(k_{in}^{01})$	1.70	5
$P(k_{out}^{01})$	5.42	31
$P(k_{in}^{10})$	2.78	7
$P(k_{out}^{10})$	2.56	6
$P(k_{in}^{11})$	1.92	4
$P(k_{out}^{11})$	1.80	3

Таблица 7

Корреляция мультистепеней узлов M_{cc}

ρ	k_{in}^{01}	k_{out}^{01}	k_{in}^{10}	k_{out}^{10}	k_{in}^{11}	k_{out}^{11}
k_{in}^{01}	1.00	0.42	0.43	0.50	0.88	0.87
k_{out}^{01}	0.42	1.00	0.41	0.33	0.45	0.52
k_{in}^{10}	0.43	0.41	1.00	0.94	0.60	0.62
k_{out}^{10}	0.50	0.33	0.94	1.00	0.69	0.62
k_{in}^{11}	0.88	0.45	0.60	0.69	1.00	0.96
k_{out}^{11}	0.87	0.52	0.62	0.62	0.96	1.00

Таблица 8

Распределение
мультисилы узлов M^{cc}

$P(\cdot)$	γ	x_{\min}
$P\left(s_2^{01(in)}\right)$	1.64	5
$P\left(s_2^{01(out)}\right)$	4.78	91
$P\left(s_1^{10(in)}\right)$	2.58	7
$P\left(s_1^{10(out)}\right)$	2.39	6
$P\left(s_1^{11(in)}\right)$	1.73	6
$P\left(s_1^{11(out)}\right)$	1.65	4
$P\left(s_2^{11(in)}\right)$	1.57	3
$P\left(s_2^{11(out)}\right)$	1.61	4

Таблица 9

Распределение средней
мультисилы узлов M^{cc}

$P(\cdot)$	γ	x_{\min}
$P\left(s^{(0,1),2}(k_{in}^{01})\right)$	5.73	394.5
$P\left(s^{(0,1),2}(k_{out}^{01})\right)$	4.65	89
$P\left(s^{(1,0),1}(k_{in}^{10})\right)$	2.59	25
$P\left(s^{(1,0),1}(k_{out}^{10})\right)$	2.73	31.5
$P\left(s^{(1,1),1}(k_{in}^{11})\right)$	3.36	177
$P\left(s^{(1,1),1}(k_{out}^{11})\right)$	3.04	166
$P\left(s^{(1,1),2}(k_{in}^{11})\right)$	1.65	62
$P\left(s^{(1,1),2}(k_{out}^{11})\right)$	3.06	356

образом, на основе выбранных данных невозможно заключить, что цитирования происходят преимущественно между соавторами. Распределения мультистепеней соответствуют степенному закону с параметрами, приведенными в табл. 6. Исключение составляет распределение для м/л $(1,1)_{out}$, которое характеризуется экспоненциальным усечением. Корреляция мультистепеней представлена в табл. 7. Следует заметить, что наивысшая корреляция отмечается между мультистепенями типа $(1,1)_{in}$ и $(1,1)_{out}$, т. е. соавторы склонны к обоюдному цитированию.

3.5. *Мультисила* $s_{i,\alpha}^m$, согласно (11), вычисляется для слоя 1 с учетом типов м/л $(1,1)$ и $(1,0)$, для слоя 2 — с учетом $(1,1)$ и $(0,1)$. Распределения мультисилы для соответствующих м/л следуют степенному закону, параметры приведены в табл. 8. Как и в случае мультистепеней (табл. 6), значения экспонент всех распределений мультисилы близки, исключение составляет экспонента для м/л $(0,1)_{out}$. Распределения средних значений мультисилы узлов с данной мультистепенью (13) следуют степенному закону с параметрами, приведенными в табл. 9, значения экспонент для мультилинок имеют существенные отличия. Распределения средних значений обратного коэффициента мультиучастия узлов с данной мультистепенью (14) следуют степенному закону, экспоненты для мультилинок имеют близкие значения, $2 < \gamma < 2,6$.

Заключение. В работе приведены результаты анализа мультиплексной сети M^{cc} , построенной на данных, извлеченных из архива научного журнала, находящегося в свободном доступе. Для моделирования сети использован современный формализм, отражающий два типа отношений между авторами. Конструкция M^{cc} состоит из двух взвешенных слоев, узлы которых соответствуют авторам статей. Ребра между узлами первого слоя устанавливаются на основе бинарного отношения соавторства, а ребра второго слоя — на отношении цитирования. Веса ребер первого и второго слоя M^{cc} определяются согласно (15) и (16) соответственно. Следует отметить, что значительное число авторов моделируемой сети непосредственно либо опосредованно связаны между собой благодаря наличию совместных работ.

Вычислены параметры узлов каждого слоя M^{cc} , влияющие на топологию взвешенных сетей, такие как степень, взвешенная степень, обратный коэффициент участия. Представлены их распределения и корреляции, в том числе межслойные (табл. 1–5). Высокий уровень межслойной корреляции степеней узлов (табл. 4) свидетельствует о том, что узлы, имеющие значительное число инцидентных ребер в одном слое, сильно связаны и в другом слое. Это также верно для взвешенной степени (табл. 5).

Важной характеристикой M^{cc} является перекрытие слоев, отражающее присутствие ребер между одними и теми же узлами в обоих слоях. Вычисленные значения коэффициентов перекрытия свидетельствуют о достаточно активном сотрудничестве авторов журнала. Параметры узлов мультиплекса строятся на понятии мультилинка, отражающего схему связей пары узлов одновременно в двух слоях. Они предоставляют дополнительную информацию о взаимодействии узлов, которую невозможно получить, анализируя однослойную агрегированную сеть. Аналогично традиционным сетевыми параметрами для M^{cc} вычислены: мультистепень, мультисила, обратный коэффициент мультиучастия, их распределения и корреляции (табл. 6–9).

Формализм мультиплексных сетей позволил существенно расширить представление об авторских связях в исследуемом научном журнале. Полученные результаты свидетельствуют о том, что хотя на основании имеющихся данных нельзя утверждать, что соавторы цитируют преимущественно соавторов, однако можно сделать вывод о преобладании взаимного цитирования соавторами. В дальнейшем предполагается изучить такие свойства узлов мультиплексной сети, как центральность и кластеризация.

Список литературы

1. ALBERT R., BARABASI A.-L. Statistical mechanics of complex networks // *Rev. Mod. Phys.* 2002. V. 74. P. 47–97. DOI: 10.1103/RevModPhys.74.47.
2. NEWMAN M. E. J. The structure and function of complex networks // *SIAM Rev.* 2003. V. 45. P. 167–256. DOI: 10.1137/S003614450342480.
3. BOCCALETTI S., LATORA V., MORENO Y., CHAVEZ M., HWANG D-U. Complex networks: Structure and dynamics // *Phys. Rep.* 2006. V. 424. P.175–308. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.10.009.
4. NEWMAN M. E. J. Scientific collaboration networks. I. Network construction and fundamental results // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64, iss. 1, 016131. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.016131.
5. NEWMAN M. E. J. Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64, iss. 1, 016132. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.016132.
6. BARABASI A. L., JEONG H., NEDA Z., RAVASZ E., SCHUBERT A., VICSEK T. Evolution of the social network of scientific collaborations // *Phys. A.* 2002. V. 311. P. 590–614. DOI: 10.48550/arXiv.cond-mat/0104162.
7. UDDIN S., HOSSAIN L., ABBASI A., RASMUSSEN K. Trend and efficiency analysis of co-authorship network // *Scientometrics.* 2012. V. 90, N 2. P. 687–699. DOI: 10.1007/s11192-011-0511-x.
8. CHO H., YU Y. Link prediction for interdisciplinary collaboration via co-authorship network // *Soc. Network Analysis and Mining.* 2018. 8, 25. DOI: 10.1007/s13278-018-0501-6.
9. CHUAN P. M., SON L. H., ALI M. ET AL. Link prediction in co-authorship networks based on hybrid content similarity metric // *Appl. Intell.* 2018. 48. P. 2470–2486. DOI: 10.1007/s10489-017-1086-x.
10. SAVIĆ M., IVANOVIĆ M., RADOVANOVIĆ M., OGNJANOVIĆ Z., PEJOVIĆ A. Exploratory analysis of communities in co-authorship networks: A case study // *Intern. Conf. on ICT Innovations.* Springer, 2019. P. 55–64. ISBN 978-3-319-91194-6.

11. ЩЕРБАКОВА Н. Г. Моделирование групповых взаимодействий комплексных систем. Обзор // Пробл. информ. 2022. N 3. С. 24–45. DOI: 10.24412/2073-0667-2022-3-24-45.
12. BORGATTI S. P., EVERETT M. G. Network analysis of 2-mode data // Soc. Networks. 1997. V. 19. P. 243–269. DOI: 10.1016/S0378-8733(96)00301-2.
13. FAUST K. Centrality in affiliation networks // Soc. Networks. 1997. V. 19. P. 157–191. DOI: 10.1016/S0378-8733(96)00300-0.
14. WASSERMAN S., FAUST K. Social Network Analysis. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1984. ISBN 978051185478.
15. БРЕДИХИН С. В., ЩЕРБАКОВА Н. Г., ЮРГЕНСОН А. Н. Модель сети соавторства научного журнала. Часть 2 // Пробл. информ. 2023. № 4(61), С. 57–72. DOI: 10.24412/2073-0667-2023-4-57-72.
16. ESTRADA E., RODRÍGUEZ-VELAZQUEZ J. A. Subgraph centrality in complex networks // Phys. Rev. E 71, 056103. 2005. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.056103.
17. HAN, Y., ZHOU, B., PEI, J., JIA, Y. Understanding importance of collaborations in coauthorship networks: A supportiveness analysis approach // Proc. of the 2009 SIAM Intern. Conf. on Data Mining. 2009. P. 1112–1123. DOI: 10.1137/1.9781611972795.95.
18. БРЕДИХИН С. В., ЩЕРБАКОВА Н. Г. Модель сети соавторства научного журнала // Пробл. информ. 2023. № 3. С. 5–18. DOI: 10.24412/2073-0667-2023-3-5-18.
19. DE DOMENICO M., SOLE-RIBALTA A., COZZO E., KIVELÄ M., MORENO Y., PORTER M. A., GÓMEZ S. AND ARENAS A. Mathematical formulation of multilayer networks // Phys. Rev. X. 2013. V. 3, 041022. DOI: 10.1103/PhysRevX.3.041022.
20. BOCCALETTI S., BIANCONI G., CRIADOD R., DEL GENIO C.I., GÓMEZ-GARDEÑES J., ROMANCE M., SENDIÑA-NADAL I., WANG Z., ZANIN M. The structure and dynamics of multilayer networks // Phys. Rep. 2014. V. 544, iss. 1. DOI: 10.1016/physrep.2014.07.001.
21. KIVELÄ M., ARENAS A., BARTHELEMY M., GLEESON G. P., MORENO Y., PORTER M. A. Multilayer networks // J. of Complex Networks. 2014. V. 2. P. 203–271. DOI: 10.1093/comnet/cnu016.
22. BIANCONI G. Statistical mechanics of multiplex networks: entropy and overlap // Phys. Rev. E. 2013. V. 87, iss. 6. 062806. DOI: 10.1103/PhysRevE.87.062806.
23. BATTISTON F., IACOVACCI J., NICOSIA V., BIANCONI GINESTRA, LATORA V. Emergence of multiplex communities in collaboration networks // PLoS ONE. 2016. V. 11, iss. 1, e0147451. DOI: 10.1371/journal.pone.0147451.
24. CARDILLO A., GÓMEZ-GARDEÑES J., ZANIN M., ROMANCE M., PAPO D., DEL POZO F., BOCCALETTI S. Emergence of network features from multiplexity // Scientific Rep. 2013. V. 3, 1344. DOI: 10.1038/srep01344.
25. SZELL M., LAMBIOTTE R., THURNER S. Multirelational organization of large-scale social networks in an online world // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 2010. V.107, iss. 31. P. 13636–13641. DOI: 10.1073/pnas.1004008107.
26. NICOSIA, V., LATORA V. Measuring and modeling correlations in multiplex networks // Phys. Rev. E. 2015. V. 92, 032805. DOI: 10.1103/PhysRevE.92.032805.
27. MENICETTI G., REMONDINI D., PANZARASA P., MONDRAGÓN R. J., BIANCONI. Weighted Multiplex Networks // PLoS ONE. 2014. V. 9, iss.6, e97857. DOI: 10.1371/journal.pone.0097857.
28. TUNINETTI M., ALETA A., PAOLOTTI D., MORENO Y., STARNINI M. Prediction of scientific collaborations through multiplex interaction networks // Phys. Rev. Research. 2020. V. 2, 042029. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.2.042029.
29. BATTISTON F., NICOSIA V., LATORA V. Structural measures for multiplex networks // Phys. Rev. E. 2014. V. 89, 032804. DOI: 10.1103/PhysRevE.89.032804.
30. DE DOMENICO M. Multilayer networks: Analysis and visualization. Springer, 2021. ISBN 978-3-030-75718-2 (eBook).

31. BARRAT A., BARTHÉLEMY M, PASTOR-SATORRAS R., VESPIGNANI A. The architecture of complex weighted networks // PNAS. 2004. V. 101. P. 3747–3752. DOI: 10.1073/pnas.0400087101.

32. GUIMERA R., AMARAL L.A.N. Cartography of complex networks: modules and universal roles // J. Stat. Mech. 2005, P02001. DOI: 10.1088/1742-5468/2005/02/P02001.



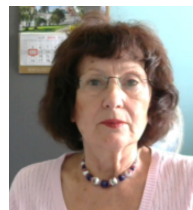
Бредихин Сергей Всеволодович — канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник Ин-та вычислительной математики и математической геофизики СО РАН; e-mail:

bredikhin@sscc.ru.

Сергей Бредихин окончил механико-математический факультет Новосибирского государственного университета в 1968 г. С 1968 г. — сотрудник Института автоматизации и электрометрии СО РАН. Кандидат технических наук с 1983 г. С 1988 г. — заведующий Лабораторией прикладных систем Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. Являлся техническим директором проекта “Сеть Интернет Новосибирского Научного Центра”. Лауреат государственной премии по науке и технике 2012 г. В сфере его научных интересов — измерение и анализ сетей распределенных информационных структур. Автор и соавтор более 100 работ и трех монографий: “Методы библиометрии и рынок электронной научной периодики”, “Анализ цитирования в библиометрии”, “Библиометрические сети научных статей и журналов”.

Sergey Bredikhin graduated from Novosibirsk State University in 1968 (faculty of Mechanics and Mathematics). In 1968 he became an employee of Institute of Automation and Electrometry SB RAS. In 1983 he received PhD degree in Engineering Science. Since 1988 he is the head of Applied Systems laboratory of Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. He was the technical manager of “Akademgorodok Internet Project”. He is the state prize winner in science and engineering (2012). Sphere of his scientific interests — the measurement and analysis of networks of the

distributed information structures. He is the author and co-author of more than 100 works and three monographs.



Щербакова Наталия Григорьевна — ст. науч. сотр. Ин-та вычислительной математики и математической геофизики СО РАН; e-mail: scherbakova@sscc.ru.

Наталия Щербакова окончила Новосибирский государственный университет по специальности “Математическая лингвистика” в 1967 г. С 1967 г. работала в Институте математики СО РАН, затем в Институте автоматизации и электрометрии СО РАН в области создания программного обеспечения систем передачи данных. С 2000 г. — сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, где с 2002 г. занимает должность старшего научного сотрудника. Являлась участником проекта “Сеть Интернет Новосибирского Научного Центра”, занималась вопросами мониторинга и анализа IP-сетей. Автор и соавтор более 60 работ, соавтор двух монографий.

Natalia Shcherbakova graduated from Novosibirsk State University in 1967 (mathematical linguistics). Since 1967 she worked at Institute of Mathematics SB RAS, then at Institute of Automation and Electrometry SB RAS in the field of software design for data transmission systems. In 2000 — the employee of Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, since 2002 works as senior researcher. She is a member of “Akademgorodok Internet Project”, dealt with software of monitoring and the analysis of IP networks. She is the author and co-author of more than 60 works, the co-author of two monographs.

Дата поступления — 11.09.2024