

GENERATION OF MULTI-LEVEL REGULAR NETWORKS BASED ON THE COMPOSITION OPERATION OF MODIFIED CHORDAL GRAPHS USING LARGE LANGUAGE MODELS

O. G. Monakhov, E. A. Monakhova

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
630090, Novosibirsk, Russia

DOI: 10.24412/2073-0667-2025-4-38-51

EDN: VRVDCR

The paper is devoted to the development and study of a new class of topologies for communication networks used in multiprocessor systems and networks-on-chip. The primary goal of this paper is to solve the problem of network topology optimization. Key network characteristics are its diameter (the maximum shortest distance between any two nodes) and the average distance between nodes: the smaller these parameters, the lower the data transmission latency and the higher the overall system performance. The goal of this paper is to propose a new network construction model that achieves better performance (smaller average distance) compared to existing optimal circulant networks with the same hardware costs (i. e., the same number of nodes and links).

The paper proposes a new method for constructing multi-level networks and introduces a new operation, multi-level composition, which allows the use of a wide range of regular graphs, previously proposed as computing system structures, as layer elements, combining them optimally. In this paper, the operation of multi-level composition is applied to a class of chordal rings and modified chordal graphs. The essence of the method is as follows: 1. Level creation: The network is constructed from several (m) levels. Each level is a regular graph (in this paper, a chordal graph g_1). In the first step, m disconnected copies of this graph are created. 2. Level connection: All nodes from all levels are connected to each other via a second, “global” graph (G_2), which is also chordal. The result is a new, more complex regular network G , which is the sum of the graphs G_1 (intra-level connections) and G_2 (inter-level connections).

To find the best configuration of such a network (i. e., to find the generators for graphs g_1 and G_2), the authors use the Simulated Annealing algorithm. This algorithm allows for efficient finding of parameters that minimize the average distance in the resulting network. The algorithm for synthesizing optimal multi-level networks was developed using large language models and implemented in sequential and parallel versions on the Kumpeng cluster. The authors conducted numerical simulations and compared their multi-layer networks with the best known circulant networks (C). Optimal (suboptimal) multi-layer regular networks of degrees 4 and 6 were obtained. The influence of multi-layer network parameters on the average distance including the number of levels was studied. The paper presents the key experimental results. (1) Improvement: in some configurations, for degree 4, the improvement reached more than 3 times compared to optimal circulant networks. (2) Scalability: the advantage of the new approach becomes more pronounced with an increasing number of nodes in the network. This makes it promising for building large computing systems and networks. (3) Use of AI in development: an interesting feature of the work is that the authors used large language models (LLM), such as

Supported by the state assignment of ICMMG SB RAS N FWNM-2025-0005.

Gemini-2.5Pro, to assist in writing and parallelizing C code for running simulations. According to the authors' estimates, this reduced development time by 20–30 %.

The article demonstrates the effectiveness of the new approach and convincingly demonstrates that the proposed multi-level composition operation is a new tool for constructing high-performance network topologies. The practical significance of the article lies in the fact that the resulting networks can be used to design real multiprocessor systems and networks-on-chip, providing lower latency and improved performance. The proposed method is general and can be applied in the future to other classes of graphs, not just chordal ones, opening up new avenues for research. The paper utilizes modern artificial intelligence tools and demonstrates the successful integration of modern AI assistants into scientific research and the development of complex software. Future work is planned to explore the use of other classes of graphs to obtain multi-level regular networks, as well as to theoretically study their characteristics and the possibility of constructing efficient routing algorithms in such networks.

Key words: chordal network, average distance, parametric description, circulant network, optimal graph, large language model.

References

1. Multilevel Network Analysis for the Social Sciences: Theory, Methods and Applications. Lazega, E., Snijders, T. (eds.). // Cham, Heidelberg: Springer. 2016.
2. Kivela M., Arenas A., Barthelemy M., Gleeson J. P., Moreno Y., Porter M. Multilayer Networks // Journal of Complex Networks. 2014. N 2 (3).
3. Kalney A. M. Modeli mnogourovnevnyh setej (kratkij obzor) // Problemy informatiki. 2021. N 3. P. 5–20.
4. Kalney A. M., Rodionov A. S. Analiz nadezhnosti mnogourovnevnyh setej s nenadezhnymi vershinami // Problemy informatiki. 2020. N 2. P. 5–15.
5. Hwang F. K. A survey on multi-loop networks // Theoret. Computer Science. 2003. V. 299.
6. Reyes, M. A., Dalfo, C., Fiol, M. A. Structural and Spectral Properties of Chordal Ring, Multi-Ring, and Mixed Graphs // Symmetry, 2024. 16. 1135.
7. Gutierrez J., Riaz T., Pedersen J., Labeaga S., Madsen O. Degree 3 networks topological routing // Image Processing and Communication. 2009. N 14.
8. Ledzinski, D., Smigiel, S., Zabłudowski, L. Analyzing methods of network topologies based on chordal rings // Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. 2018. V. 26: N 3, Article 25.
9. Monakhova, E. A., Monakhov, O. G. Metod avtomaticheskogo poiska semejstv optimal'nyh hordal'nyh kol'cevnyh setej // Diskretnyj analiz i issledovanie operacij. 2024. N 1. P. 85–108.
10. Monakhova, E. A., Monakhov, O. G., Otkrytie analiticheskikh zavisimostej parametrov optimal'nyh hordal'nyh setej na osnove analiza dannyh // Problemy informatiki. 2023. N 4.
11. Ahmad M., Zahid Z., Zavaid M., and Bonyah E. Studies of Chordal Ring Networks via Double Metric Dimensions // Math. Problems in Engineering. 2022. (ArticleID 8303242).
12. Arden B. W. and Lee H. Analysis of Chordal Ring Network // IEEE Trans. on Computers. 1981. N C-30.
13. Morillo P., Comellas F., Fiol M. A. The optimization of Chordal Ring Networks // Communication Technology, Eds. Q. Yasheng and W. Xiuying. World Scientific, 1987. P. 295–299.

-
14. Huang, X., Ramos, A. F., Deng, Y. Optimal circulant graphs as low-latency network topologies // J. of Supercomputing. 2022. N 78. P. 13491–13510.
 15. Deng Y., Guo M., Ramos A. F., Huang X., Xu Z., Liu W. Optimal low-latency network topologies for cluster performance enhancement // J. Supercomput, 2020. N 76 (12). P. 9558–9584.
 16. Monakhova E. A Survey on Undirected Circulant Graphs // Discrete Mathematics, Algorithms and Applications. 2012. N 4 (1). 1250002.
 17. Monakhov O., Monakhova E. A Class of Parametric Regular Networks for Multicomputer Architectures // Computacion y Sistemas. 2000. N 4. P. 85–93.
 18. Karpenko A. P. Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoj // Moskva: MGTU im. N. E. Baumana, 2017.

ГЕНЕРАЦИЯ МНОГОУРОВНЕВЫХ РЕГУЛЯРНЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ ОПЕРАЦИИ КОМПОЗИЦИИ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ХОРДАЛЬНЫХ ГРАФОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ

О. Г. Монахов, Э. А. Монахова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090, Новосибирск, Россия

УДК 519.8 + 519.7

DOI: 10.24412/2073-0667-2025-4-38-51

EDN: VRVDCR

Предложена новая модель топологий сетей связи для многопроцессорных систем и сетей на кристалле — класс многоуровневых регулярных параметрически задаваемых сетей (графов). В качестве элементов уровней можно использовать известные регулярные графы, предложенные ранее в качестве структур вычислительных систем, объединяя их оптимальным образом. В данной работе в качестве элементов построения при генерации многоуровневых сетей рассмотрены хордальные графы, которые объединялись с помощью предложенной операции многоуровневой композиции. При синтезе многоуровневых сетей применен алгоритм моделирования отжига для определения оптимальных параметров генерируемой топологии, минимизирующих среднее расстояние сети при заданном числе узлов, числе уровней и степени узлов. Алгоритм синтеза оптимальных сетей разработан с помощью больших языковых моделей и реализован в последовательной и параллельной версиях на кластере Kunpeng 920. Построенные многоуровневые сети имеют лучшие структурные характеристики, чем циркулянтные сети при одинаковых затратах оборудования (количестве узлов и линий связи).

Ключевые слова: хордальная сеть, среднее расстояние, параметрическое описание, циркулянтная сеть, оптимальный граф, большая языковая модель.

Введение. Теория многоуровневых сетей является важным инструментом описания и анализа сложных систем в социальных, биологических, физических, информационных и инженерных науках [1–4]. В данной работе многоуровневые оптимальные сети предлагаются в качестве топологий универсальных коммуникационных сетей для многопроцессорных систем и сетей на кристалле для широкого класса прикладных задач. В качестве базовой структуры построения многоуровневых регулярных сетей исследуется класс хордальных сетей степени три, рассмотренных в работах [5–11] и других.

Хордальные кольцевые графы (chordal ring graph) введены в [12] как модели сетей связи компьютерных систем. Хордальный кольцевой граф $H_N(1, -1, c)$ или $H(N; \pm 1, c)$ имеет N вершин, помеченных $0, 1, \dots, N - 1$, где N — четное число, и ребра двух видов — $(i, i \pm 1 \bmod N)$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$, и $(i, i + c \bmod N)$ для нечетных i и c , $1 < c \leq N/2$.

Работа выполнена при финансовой поддержке бюджетным проектом ИВМиМГ СО РАН (код проекта FWNM-2025-0005).

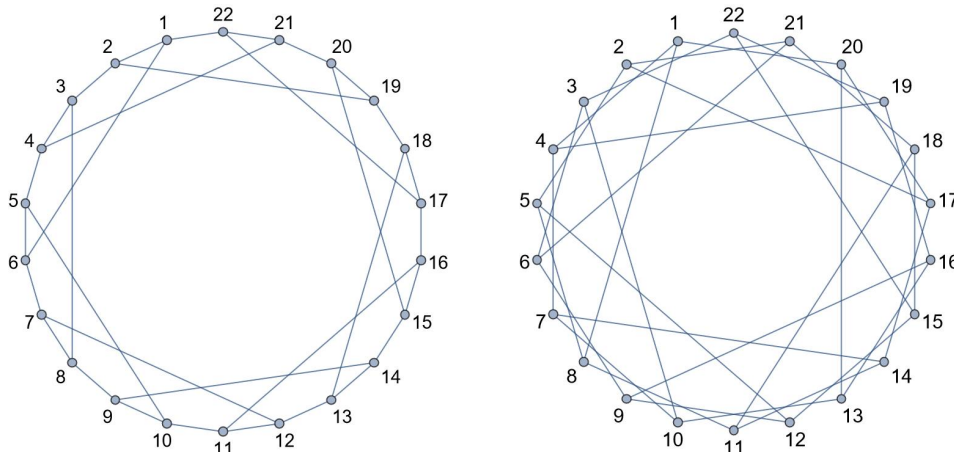


Рис. 1. Хордальный кольцевой граф $H(22; \pm 1, 5)$ (слева),
модифицированный хордальный граф $H(22; \pm 3, 7)$ (справа)

Число c — длина хорды (образующая) графа, N — порядок графа, степень вершин равна трем. На рис. 1, слева, изображен граф $H(22; \pm 1, 5)$. В [13] введено понятие обобщенных хордальных графов (generalized chordal ring graph), а именно, графов степени три вида $H(N; a, b, c)$, где порядок N — четное число, образующие a, b, c — нечетные числа $\leq N/2$.

При построении многоуровневых хордальных графов в данной работе в качестве базовых элементов построения используются как хордальные кольцевые графы $H(N; \pm 1, c)$, так и модифицированные хордальные графы степени три вида $H(N; \pm a, c)$, где N — четное число, образующая c — нечетное число $\leq N/2$, а a — любое число $\leq N/2$. Пример модифицированного хордального графа $H(22; \pm 3, 7)$ с образующими, равными 3 и 7, изображен на рис. 1, справа. В статье использована нумерация вершин графов, начиная с 1.

Топологическими характеристиками графов, изучаемыми при проектировании топологий многопроцессорных систем, являются диаметр D (длина максимального кратчайшего пути на множестве всевозможных пар вершин графа) и среднее расстояние D_{av} — математическое ожидание расстояния в графе при равновероятном выборе пар вершин. Как показывают исследования, начиная с классических работ Клейнрока и ряда последующих работ [14], [15], именно среднее расстояние сети оказывает сильное влияние на производительность кластера при решении параллельных задач. При построении многоуровневых хордальных сетей назовем *оптимальным* регулярный граф, имеющий минимально возможное среднее расстояние для заданных N и степени.

Цель данной работы — (1) применить новую операцию многоуровневой композиции для построения многоуровневых сетей на основе хордальных графов, (2) получить оптимальные многоуровневые хордальные сети для заданных числа вершин N и степени v с минимальным средним расстоянием, меньше среднего расстояния оптимальных циркулянтных сетей тех же размеров. Циркулянтные сети [5, 16] — известный класс регулярных параметрически задаваемых графов, используемых при построении и анализе топологий компьютерных сетей и вычислительных систем, сетей на кристалле, в теории кодирования и других приложениях. По определению, циркулянтная сеть $C(N; S)$ порядка N и размерности k , имеет N вершин $0, 1, \dots, N-1$ и длины хорд (образующие) $S = \{\pm s_1, \pm s_2, \dots, \pm s_k\}$, где $1 \leq s_1 < \dots < s_k < N/2$. Будем сравнивать многоуровневые хордальные графы по

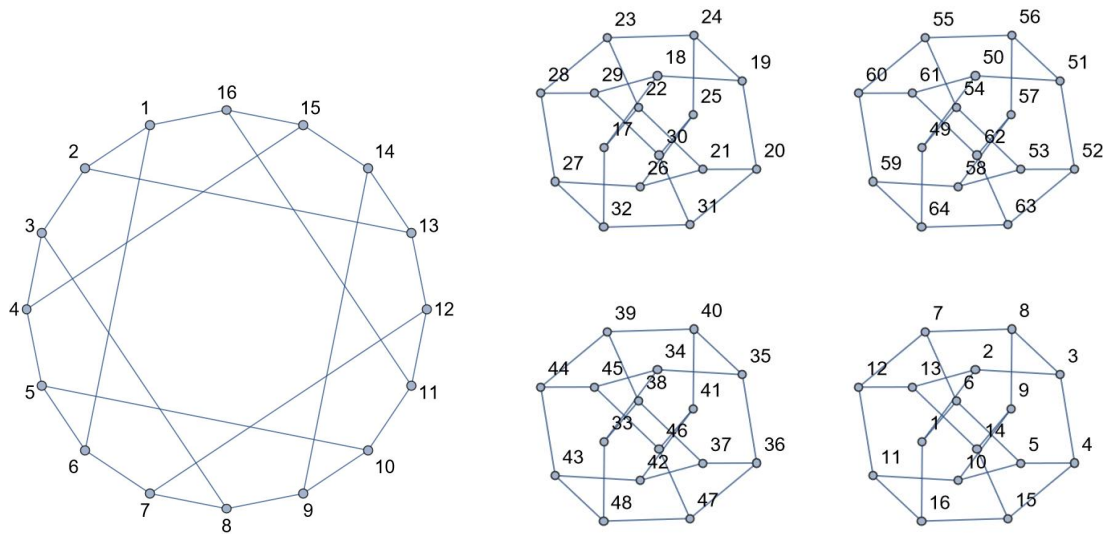


Рис. 2. Граф g_1 степени 3 с числом вершин 16 — хордальный граф $H(16; \pm 1, 5)$ (слева). Граф G_1 степени 3 с числом вершин 64, несвязное объединение 4-х копий графов g_1 (справа)

диаметру и среднему расстоянию с наиболее изученными двумерными и трехмерными циркулянтными графами степеней $v = 4$ и $v = 6$ соответственно, полученными в [14, 16].

Статья организована следующим образом. В секции 1 даны определения операции многоуровневой композиции и многоуровневой хордальной сети. В секции 2 кратко описан алгоритм моделирования отжига, применяемый для оптимизации многоуровневых хордальных сетей по среднему расстоянию. В секции 3 представлены экспериментальные результаты построения многоуровневых хордальных сетей. Использование больших языковых моделей (LLM) для построения многоуровневых хордальных сетей и распараллеливания программы оптимизации представлено в секции 4.

1. Построение многоуровневых хордальных сетей. Рассмотрим общий процесс построения многоуровневых регулярных сетей с помощью операции многоуровневой композиции. Пусть система связи состоит из m уровней, сеть связи на каждом уровне представлена одинаковыми регулярными графами g_1 степени v_1 и числом вершин n_1 . Операция многоуровневой композиции состоит из двух шагов: (1) на первом шаге используется несвязное объединение графов всех уровней, в результате получается несвязный регулярный граф G_1 степени v_1 с числом вершин $N = m * n_1$, состоящий из m копий графов g_1 ; (2) на втором шаге берется сумма двух графов — графа G_1 степени v_1 с числом вершин N , полученного на первом шаге, и графа G_2 степени v_2 с числом вершин N , соединяющего все уровни. При этой операции каждое мультиребро заменяется одним ребром. В результате получается регулярный граф G с числом вершин N и степенью $v \leq v_1 + v_2$.

Рассмотрим пример многоуровневой композиции с четырьмя уровнями $m = 4$. На рис. 2 слева показан граф g_1 с числом вершин 16 и степенью 3 — хордальный граф $H(16; \pm 1, 5)$, представляющий сеть связи на одном уровне. На рис. 2 справа показан граф G_1 степени 3 с числом вершин 64, представляющий сети связи всех 4-х уровней как несвязное объединение 4-х копий графов g_1 . На рис. 3, слева, показан граф G_2 степени 3 с числом вершин 64 — хордальный граф $H(64; \pm 1, 15)$, служащий для соединения всех уровней. Полученный многоуровневый граф G степени 4, с числом вершин 64, числом уровней 4, показан на рис. 3, справа, как сумма двух графов — графа G_1 и графа G_2 .

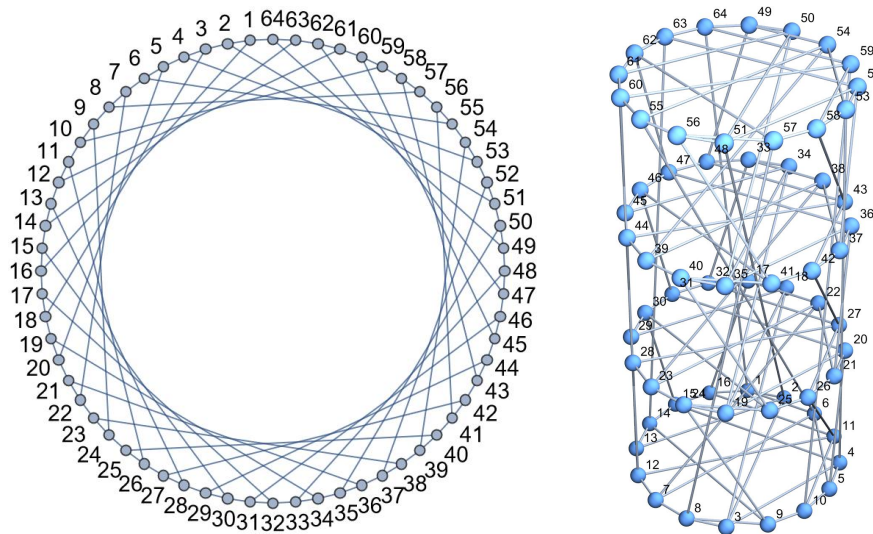


Рис. 3. Граф G_2 степени 3 с числом вершин 64 — хордальный граф $H(64; \pm 1, 15)$ (слева). Многоуровневый граф G (справа) степени 4, с числом вершин 64, с числом уровней 4, как сумма двух графов — графа G_1 и графа G_2

Операцию многоуровневой композиции можно применять к различным классам графов: циркулянтным графам и их модификациям, обобщенным и модифицированным хордальным графам [6, 8], параметрически задаваемым сетям общего вида [17] и др. В данной работе эта операция применяется к хордальным графам (к хордальным кольцевым графам g_1 и модифицированным хордальным графам G_2). Будет показано, что построение многоуровневых регулярных сетей на основе хордальных графов позволяет сократить среднее расстояние и диаметр сети по сравнению с циркулянтами при одинаковых затратах оборудования (количества узлов и связей), что, соответственно, позволяет уменьшить задержки в сети и увеличить ее надежность.

Перечислим возможные модификации операции многоуровневой композиции в зависимости от количества вершин на уровнях и значений, их образующих.

При первом варианте многоуровневая сеть имеет одинаковое число вершин n_1 на всех уровнях, одинаковую степень и одинаковое множество S_1 образующих на всех уровнях и следующий вид параметрического описания: $MH(N, m, n_1, v, \{S_2\}, \{S_1\})$, где N — число ее вершин, m — число уровней, n_1 — число вершин на уровне, v — степень вершин сети, S_2 — множество образующих хордального графа G_2 , S_1 — множество образующих хордального графа g_1 . Например, граф G на рис. 3, справа, имеет следующее параметрическое описание: $MH(64, 4, 16, 4, \{\pm 1, 15\}, \{\pm 1, 5\})$. Набор введенных параметров позволяет компактно описывать все множество связей как между уровнями сети, так и внутри каждого уровня.

Во втором варианте в многоуровневой сети на каждом уровне могут быть хордальные графы с одинаковым числом вершин и степенью, но с разными образующими. В этом случае вместо множества образующих S_1 используется последовательность множеств образующих — свое множество $\{S_{1i}\}$ для каждого уровня $1 \leq i \leq m$. Третья модификация операции многоуровневой композиции состоит в использовании на каждом уровне хордальных графов с разным числом вершин и одинаковой степенью. В этом случае вместо одного числа вершин n_1 на каждом уровне используется различное число вершин $\{n_{1i}\}$ для каждого уровня $1 \leq i \leq m$. Такие структуры полезны, если многоуровневый граф

имеет простое число вершин. В настоящей работе используется только первая модификация, более предпочтительная в реализации в силу ее однородности и симметрии.

2. Оптимизация многоуровневых хордальных сетей. Для оптимизации (минимизации среднего расстояния) многоуровневых хордальных сетей использовался алгоритм моделирования отжига (SA) [18]. Алгоритм SA относится к классу пороговых стохастических алгоритмов безусловной оптимизации. Он допускает, в отличие от других подобных алгоритмов, шаги, приводящие к увеличению значений фитнес-функции $F(X)$ (среднего расстояния сети X). Рассмотрим суть этого итерационного алгоритма. На каждой итерации алгоритма в окрестности $d(X)$ текущего приближения к решению X выбираем случайное решение X' . Если разность $F(X') - F(X) < \varepsilon$, то в качестве нового текущего приближения к решению принимаем X' . В противном случае в окрестности $d(X)$ выбираем новое решение. Здесь ε — заданный положительный порог, величина которого по тому или иному закону убывает с ростом числа итераций t , так что имеет место предельное соотношение $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$. Алгоритм в процессе поиска допускает ухудшение значений фитнес-функции до заданного порога ε , и этот порог в процессе итераций последовательно снижается до нуля. В алгоритме SA величина ε представляет собой случайную величину с математическим ожиданием, равным $\bar{\varepsilon}$, которому придается смысл «температуры» отжигаемого металла. Таким образом, в алгоритме SA переход от решения X к решению X' допускается с вероятностью:

$$p(X \rightarrow X') = \begin{cases} 1, & \text{если } F(X') \leq F(X), \\ \exp(-(F(X') - F(X))/\bar{\varepsilon}), & \text{если } F(X') > F(X). \end{cases}$$

Последняя формула означает, что если переход от точки X к точке X' приводит к уменьшению значения фитнес-функции $F(X)$, то этот переход осуществляется безусловно. В противном случае переход выполняется с вероятностью, которая убывает с ростом разности $F(X') - F(X)$ и уменьшением «температуры» $\bar{\varepsilon}$.

При инициализации процесса поиска многоуровневого графа G генерируются два случайных хордальных графа, вершины каждого из которых соединены случайным набором образующих, отдельно для графа g_1 с числом вершин n_1 и степенью 3 и графа G_2 с числом вершин N и степенью 3. После этого с помощью операции многоуровневой композиции формируется полный многоуровневый хордальный граф. При этом происходит преобразование мультиребер между двумя вершинами в одно ребро, проверяется его связность и однородность заданной степени. Если какое-либо из этих условий не выполняется, то генерация графа повторяется. Далее на каждом шаге алгоритма SA происходит случайная мутация текущего графа с целью поиска графа с лучшим средним расстоянием. Мутация состоит в случайном равновероятном изменении одной из образующих или графа g_1 , или G_2 , который выбирается с равной вероятностью. После мутации полный многоуровневый граф изменяется, проверяется на связность, однородность заданной степени, отсутствие мультиребер, и вычисляется значение его фитнес-функции (среднего расстояния). Далее, в соответствии с алгоритмом SA происходит вычисление вероятности его принятия в качестве нового текущего приближения к решению и переход на новую итерацию. После заданного числа итераций программа завершается.

В данной работе поиск оптимальной (субоптимальной) многоуровневой хордальной сети осуществлялся алгоритмом SA при заданном числе вершин и степени путем описанных выше случайных мутаций образующих исходных хордальных графов. При поиске перебирались все возможные значения числа уровней сети (все делители N).

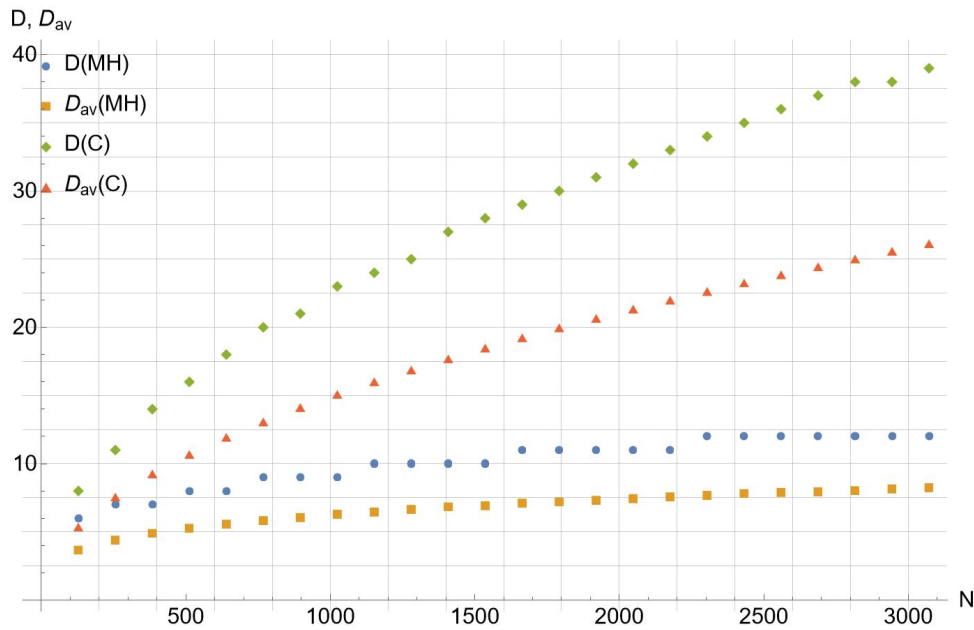


Рис. 4. Зависимость среднего расстояния и диаметра от числа вершин для оптимальных циркулянтов из [16] и найденных оптимальных MH

3. Экспериментальные результаты построения многоуровневых хордальных сетей. Проведем сравнение характеристик полученных многоуровневых хордальных сетей с известными оптимальными циркулянтами [14, 16] по трем следующим направлениям: (1) сравнение изменения среднего расстояния многоуровневых сетей при увеличении числа узлов для степеней четыре и шесть; (2) зависимости среднего расстояния от числа уровней в сети; (3) сравнение среднего расстояния многоуровневых сетей для числа узлов от 2^5 до $3 * 2^{10}$ и степеней 4 и 6 с оптимальными циркулянтами, полученными в [14, 16].

На рис. 4 показаны полученные значения среднего расстояния для оптимальных циркулянтов (C) из [16] и найденных оптимальных многоуровневых хордальных сетей (MH) при степени $v = 4$ и с числом вершин N , меняющимся от 128 до 3072 с шагом, равным 128. На рис. 5 представлено отношение среднего расстояния для оптимальных циркулянтов к среднему расстоянию оптимальных MH сетей при тех же показателях N и v . Приведенные графики показывают, что многоуровневые хордальные сети имеют меньшее значение среднего расстояния в 1.47–3.17 раза, чем оптимальные циркулянты при тех же затратах оборудования.

Например, многоуровневый хордальный граф $MH(3072, 3, 1024, 4, \{\pm 2373, 2390\}, \{\pm 1, 368\})$ имеет $D = 12$, $D_{av} = 8.23681$, а оптимальный циркулянт $C(3072; \{39, 40\})$ имеет $D = 39$, $D_{av} = 26.13$. Экспериментальные исследования показали рост преимущества многоуровневых хордальных графов при росте числа вершин графа для заданной степени.

На рис. 6 представлена зависимость среднего расстояния от числа уровней сети для найденных оптимальных многоуровневых хордальных сетей MH с числом вершин $N = 1024$ и степенью четыре. Эксперименты показали, что для каждого числа вершин существует свое число уровней, при котором достигается минимальное значение среднего расстояния. Выбор оптимальных значений среднего расстояния многоуровневой сети при

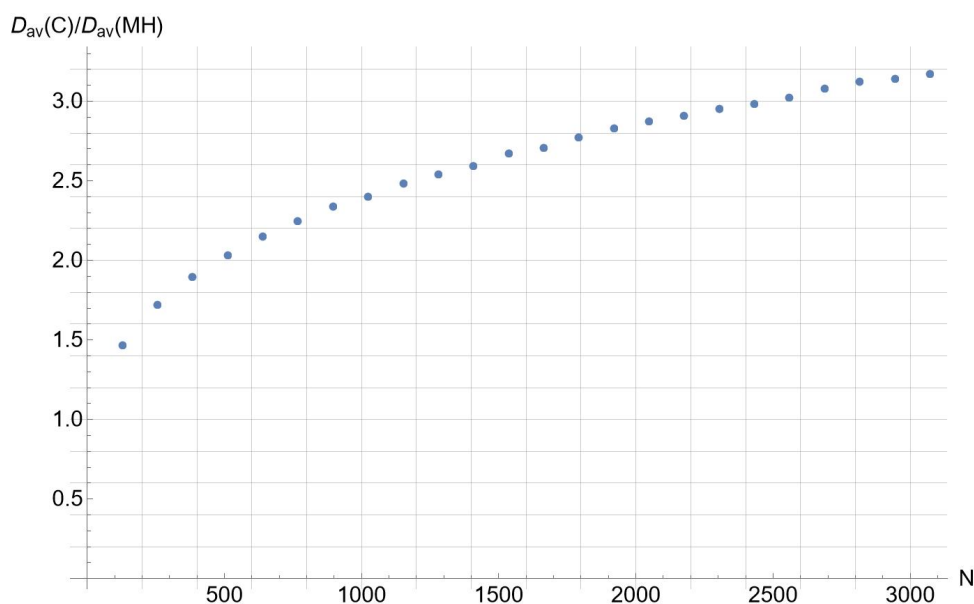


Рис. 5. Отношение среднего расстояния оптимальных циркулянтов из [16] к среднему расстоянию оптимальных MH

заданных N и v осуществлялся путем полного перебора всех значений числа уровней сети (всех делителей N) и выборе наилучшего возможного.

В табл. 1 приведены параметры описаний и значения D , D_{av} для некоторых найденных с помощью алгоритма моделирования отжига (суб) оптимальных многоуровневых хордальных сетей степеней 4 и 6 и оптимальных циркулянтов (обозначение N^*) из [14, 16].

Приведенные результаты из табл. 1 показывают, что многоуровневые хордальные сети степени 6 имеют меньшее среднее расстояние до 32 % по сравнению с оптимальными циркулянтами при одинаковых порядках графов. Указанное преимущество многоуровневых хордальных сетей над оптимальными циркулянтами увеличивается и далее при увеличении числа вершин.

4. Использование больших языковых моделей при построении многоуровневых сетей и распараллеливании программы оптимизации. При построении многоуровневых хордальных сетей для разработки программ на языке C использовались большие языковые модели (LLM) в качестве ИИ ассистента. С помощью LLM Qwen3-235B получены программы определения диаметра и среднего расстояния для заданных неориентированных графов, а также программа реализации алгоритма моделирования отжига, которая использовалась для оптимизации среднего расстояния параметрически описываемых графов. При обращении к LLM использовались простые запросы (промты), например:

Write a C program to compute the average distance of a given undirected graph represented by a list of edges или

Provide a C program for optimization of the average distance by simulated annealing algorithm of a given graph represented by a list of generators.

Совместно с запросами подавались фрагменты программ с описанием структур данных используемых графов. Сгенерированные на C программы принимались разработчиком для дальнейшего использования после многократного их тестирования и проверки на

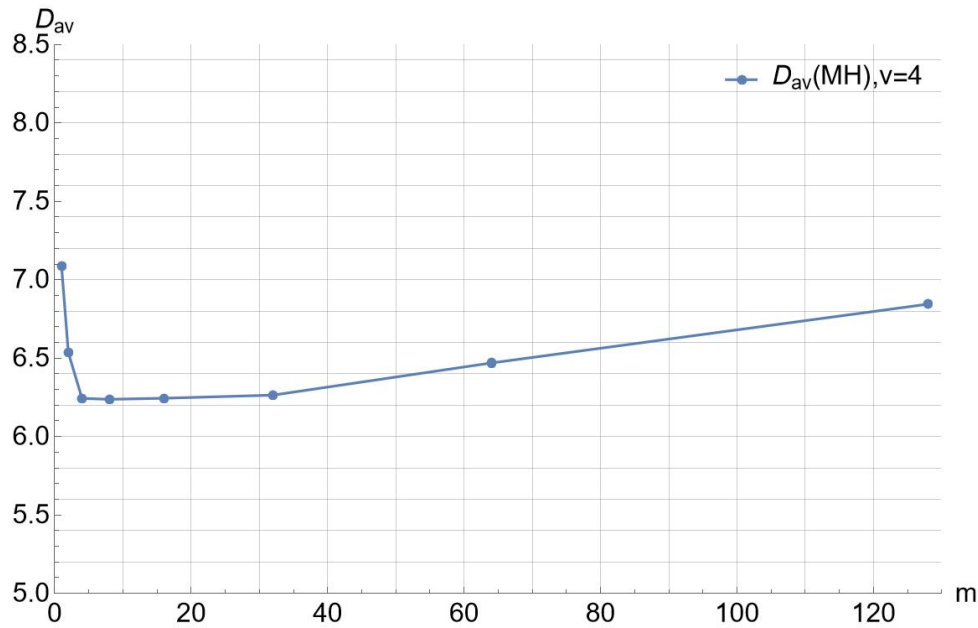


Рис. 6. Зависимость среднего расстояния от числа уровней для найденных оптимальных MH при числе вершин $N = 1024$ и степени $v = 4$

множестве графов с различными параметрами. Если возникали ошибки во время трансляции или исполнения, они сообщались LLM, которая генерировала новую версию программы, обычно этот процесс повторялся не более 2 раз.

С помощью LLM Gemini-2.5Pro произведено автоматическое распараллеливание последовательной версии программы генерации оптимальных многоуровневых хордальных сетей и получена многопоточная версия программы. При обращении к LLM использован следующий запрос с указанием названия нужной параллельной библиотеки, простой схемы распараллеливания и файла последовательной программы на C:

Give a parallel C program by parallelizing a given sequential C program to minimize the average distance of a graph G using the simulated annealing algorithm. To parallelize the given C program, use the OpenMP library with a given number of independent threads that interact only at the end of the optimization to select the threads with the minimum average distance of G among all threads, and derive this solution.

LLM сгенерировала многопоточную версию программы без ошибок трансляции и исполнения. Тестирование полученной программы при изменении числа потоков от 1 до 64 на процессоре Kупрег 920 показало линейное ускорение и близкую к 1 эффективность, что объясняется минимальными обходами между потоками.

Отметим, что, хотя использование больших языковых моделей требует дополнительного времени на проверку сгенерированных алгоритмов и программ и их тщательного тестирования, применение LLM позволяет сократить общее время разработки программ, по нашим оценкам, на 20–30 %. С учетом ускоренного развития LLM и постоянного улучшения качества сгенерированного кода, использование ИИ помощников при разработке и распараллеливании программ достаточно успешно и перспективно.

Заключение. Предложена новая модель топологий сетей связи на основе обобщения хордальных сетей. Для конструирования многоуровневых сетей введена новая операция

Таблица 1

Оптимальные многоуровневые хордальные сети (N)
и оптимальные циркулянты (N^*) из [14] и [16]

N	m	n_1	v	D_{av}	D	$\{S_2\}, \{S_1\}$
32	2	16	4	2.51613	4	$\{\pm 1, 15\}, \{\pm 1, 5\}$
32*			4	2.71	4	$\{1, 7\}$
64	4	16	4	3.2381	5	$\{\pm 1, 15\}, \{\pm 1, 5\}$
64*			4	3.78	6	$\{1, 14\}$
128	4	32	4	3.64862	6	$\{\pm 21, 110\}, \{\pm 1, 10\}$
128*			4	5.35	8	$\{8, 9\}$
256	8	32	4	4.38946	7	$\{\pm 169, 218\}, \{\pm 1, 14\}$
256*			4	7.55	11	$\{11, 12\}$
512	2	256	4	5.25511	8	$\{\pm 94, 305\}, \{\pm 1, 178\}$
512*			4	10.68	16	$\{16, 17\}$
1024	8	128	4	6.23722	9	$\{\pm 40, 871\}, \{\pm 1, 46\}$
1024*			4	15.08	23	$\{23, 24\}$
2048	4	512	4	7.43028	11	$\{\pm 683, 1228\}, \{\pm 1, 356\}$
2048*			4	21.34	32	$\{32, 33\}$
3072	3	1024	4	8.23681	12	$\{\pm 2373, 2390\}, \{\pm 1, 368\}$
3072*			4	26.13	39	$\{39, 40\}$
32	2	16	6	2.01613	3	$\{\pm 4, 13\}, \{\pm 1, 7\}$
32*			6	2.03226	3	$\{1, 4, 10\}$
64	4	16	6	2.46627	4	$\{\pm 26, 21\}, \{\pm 1, 7\}$
64*			6	2.60317	4	$\{1, 4, 25\}$
128	8	16	6	2.97047	4	$\{\pm 22, 57\}, \{\pm 1, 5\}$
128*			6	3.33858	5	$\{1, 8, 54\}$
256	4	64	6	3.5201	5	$\{\pm 22, 91\}, \{\pm 1, 29\}$
256*			6	4.25098	6	$\{1, 47, 122\}$
512	4	128	6	4.17129	6	$\{\pm 210, 57\}, \{\pm 1, 49\}$
512*			6	5.39922	8	$\{1, 112, 139\}$
1024	2	512	6	4.87704	7	$\{\pm 277, 71\}, \{\pm 1, 229\}$
1024*			6	6.84066	10	$\{1, 24, 457\}$
2048	4	512	6	5.76962	9	$\{\pm 157, 141\}, \{\pm 1, 225\}$
2048*			6	8.673180	13	$\{901, 427, 397\}$
3072	4	768	6	6.75043	12	$\{\pm 71, 146\}, \{\pm 1, 195\}$
3072*			6	9.936828	15	$\{37, 113, 383\}$

многоуровневой композиции, которая позволяет использовать в качестве элементов уровней большой спектр регулярных графов, предложенных ранее в качестве структур вычислительных систем, объединяя их оптимальным образом. Операция многоуровневой композиции применена к классу модифицированных хордальных графов. Для минимизации среднего расстояния сетей нового класса топологий использован алгоритм моделирования отжига. Получены оптимальные (субоптимальные) многоуровневые регулярные сети степеней 4 и 6. Проведены исследования влияния параметров многоуровневой сети на величину среднего расстояния. Алгоритм синтеза оптимальных многоуровневых сетей разработан с помощью больших языковых моделей и реализован в последователь-

ной и параллельной версиях на кластере Kunpeng. Введенные многоуровневые сети на основе модифицированных хордальных графов позволили получить лучшие структурные характеристики, чем у циркулянтных сетей при тех же затратах оборудования. Для будущей работы планируется исследовать применение других классов графов для получения многоуровневых регулярных сетей, а также теоретически исследовать их характеристики и возможность построения эффективных алгоритмов маршрутизации в таких сетях.

Список литературы

1. Multilevel Network Analysis for the Social Sciences: Theory, Methods and Applications. Lazega, E., Snijders, T. (eds.). // Cham, Heidelberg: Springer. 2016.
2. Kivela M., Arenas A., Barthelemy M., Gleeson J. P., Moreno Y., Porter M. Multilayer Networks // Journal of Complex Networks. 2014. N 2 (3).
3. Кальней А. М. Модели многоуровневых сетей (краткий обзор) // Проблемы информатики. 2021. № 3. С. 5–20.
4. Кальней А. М., Родионов А. С. Анализ надежности многоуровневых сетей с ненадежными вершинами // Проблемы информатики. 2020. № 2. С. 5–15.
5. Hwang F. K. A survey on multi-loop networks // Theoret. Computer Science. 2003. V. 299.
6. Reyes, M. A., Dalfo, C., Fiol, M. A. Structural and Spectral Properties of Chordal Ring, Multi-Ring, and Mixed Graphs // Symmetry, 2024. 16. 1135.
7. Gutierrez J., Riaz T., Pedersen J., Labeaga S., Madsen O. Degree 3 networks topological routing // Image Processing and Communication. 2009. N 14.
8. Ledzinski, D., Smigiel, S., Zabudowski, L. Analyzing methods of network topologies based on chordal rings // Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. 2018. V. 26: N 3, Article 25.
9. Монахова, Э. А., Монахов, О. Г. Метод автоматического поиска семейств оптимальных хордальных кольцевых сетей // Дискретный анализ и исследование операций. 2024. Т. 31. № 1. С. 85–108.
10. Монахова, Э. А., Монахов, О. Г. Открытие аналитических зависимостей параметров оптимальных хордальных сетей на основе анализа данных // Проблемы информатики. 2023. № 4. С. 37–48.
11. Ahmad M., Zahid Z., Zavaid M., and Bonyah E. Studies of Chordal Ring Networks via Double Metric Dimensions // Math. Problems in Engineering. 2022. (ArticleID 8303242).
12. Arden B. W. and Lee H. Analysis of Chordal Ring Network // IEEE Trans. on Computers. 1981. N C-30.
13. Morillo P., Comellas F., Fiol M. A. The optimization of Chordal Ring Networks // Communication Technology, Eds. Q. Yasheng and W. Xiuying. World Scientific, 1987. P. 295–299.
14. Huang, X., Ramos, A. F., Deng, Y. Optimal circulant graphs as low-latency network topologies // J. of Supercomputing. 2022. N 78. P. 13491–13510.
15. Deng Y., Guo M., Ramos A. F., Huang X., Xu Z., Liu W. Optimal low-latency network topologies for cluster performance enhancement // J. Supercomput, 2020. N 76 (12). P. 9558–9584.
16. Monakhova E. A Survey on Undirected Circulant Graphs // Discrete Mathematics, Algorithms and Applications. 2012. N 4 (1). 1250002.
17. Monakhov O., Monakhova E. A Class of Parametric Regular Networks for Multicomputer Architectures // Computacion y Sistemas. 2000. N 4. P. 85–93.
18. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой // Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. 448 с.



Эмилия Анатольевна Монахова защитила кандидатскую диссертацию в Ленинградском электротехническом институте. В настоящее время является ведущим научным

сотрудником лаборатории системного моделирования и оптимизации Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия, e-mail: emilia@rav.sccc.ru. Она является автором двух книг и более 100 статей. Ее исследовательские интересы включают параллельную компьютерную архитектуру, сетевые топологии, алгоритмы маршрутизации, эволюционные вычисления.

Emilia A. Monakhova received the Ph.D. degree in computer science from Leningrad Electrotechnical Institute, Leningrad, USSR. She is currently a Leading Scientific Researcher in the System Modeling and Optimization Laboratory at the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia, e-mail: emilia@rav.sccc.ru. She is the author of two books and more than 100 articles. Her research interests include parallel computer architecture, network topologies, routing algorithms, evolutionary computation.

Олег Геннадьевич Монахов получил степень кандидата технических наук в Таганрогском государственном радиотехническом уни-

верситете. С 2000 по 2002 год он был приглашенным профессором в Университете Айзу, Айзу-Вакамацу, Япония. В настоящее время является ведущим научным сотрудником лаборатории системного моделирования и оптимизации Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия, e-mail: monahov@rav.sccc.ru. Он является автором двух книг и более 120 статей. Его исследовательские интересы включают параллельные компьютерные архитектуры, сетевые топологии, алгоритмы маршрутизации, эволюционные вычисления, генетическое программирование, метаэвристические алгоритмы.



Oleg G. Monakhov

received the Ph.D. degree in computer science from Taganrog State Radio Technical University, Taganrog, USSR. From 2000 to 2002, he was a Visiting Professor in the University of Aizu, Aizu-Wakamatsu, Japan. He is currently a Leading Scientific Researcher in the System Modeling and Optimization Laboratory at the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia, e-mail: monakhov@rav.sccc.ru. He is the author of two books and 120 articles. His research interests include parallel computer architecture, network topologies, routing algorithms, evolutionary computation, genetic programming, metaheuristic algorithms.

Дата поступления — 06.11.2025